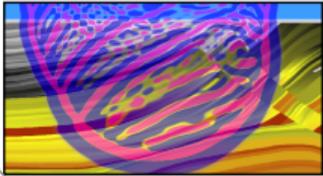


# Einführung in die Geophysik I

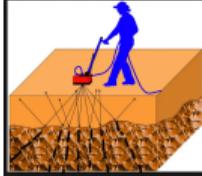
## Seismische Wellenausbreitung

T. Bohlen, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

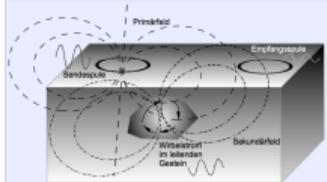
Seismik



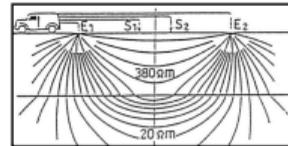
Georadar



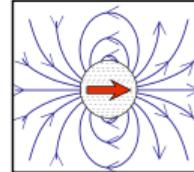
Elektromagnetik



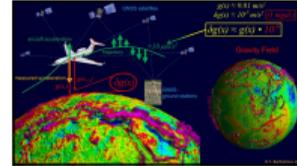
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



# Inhalte der Vorlesung

Einführung in die Geophysik I, WS 2024/25, Kl. HS B			
#	Datum	Vorlesung (09:45-11:15h)	Übungen (11:30-12:30h)
1	23.10.24	Einführung, Wellenausbreitung	
2	30.10.24	Wellenausbreitung	
3	06.11.24	Refraktionsseismik	Ü1: Moduln
4	13.11.24	Reflexionsseismik	Ü2: Refraktionsseismik
	20.11.24	Studieninformationstag	
5	27.11.24	Elektromagnetische Wechselwirkungen	Ü3: Reflexionsseismik
6	04.12.24	Georadar	
7	11.12.24	Elektromagnetik	Ü4: Georadar
8	18.12.24	Elektromagnetik	
9	08.01.25	Geoelektrik	
10	15.01.25	Magnetik	Ü5: Geoelektrik
11	22.01.25	Magnetik	
12	29.01.25	Gravimetrie	Ü6: Magnetik
13	05.02.25	Gravimetrie	Ü7: Gravimetrie
	12.02.25	Klausur	

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

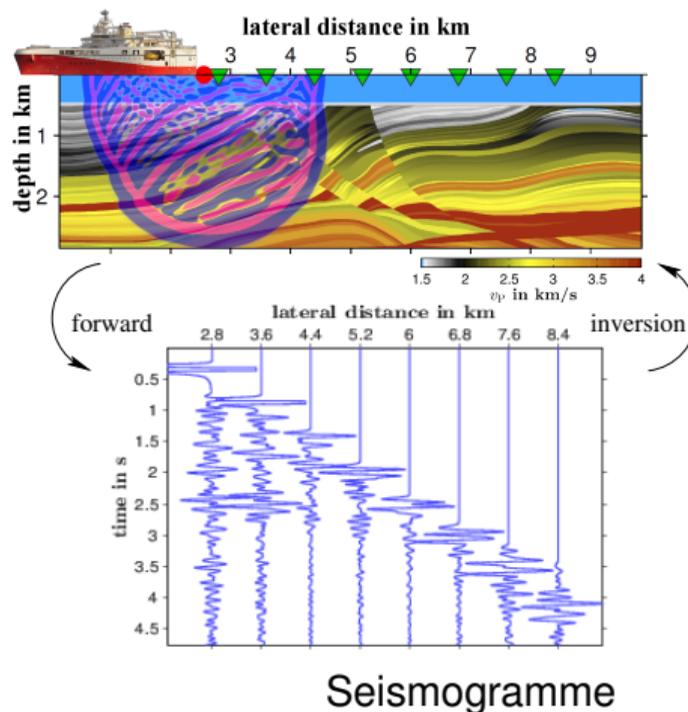
# Prinzip der Seismik

Wellenausbreitungseffekte sind u.a.

- Reflexion
- Refraktion

Ziele der Seismik

- 1 Rekonstruktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit
- 2 Abbildung von geologischen Grenzflächen



# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Raumwellen

Die Kenntnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit von P- und S-Wellen ist wichtig für

- Seismische Abbildung: Umrechnung von Laufzeiten in Tiefe
- Charakterisierung der geologischen Strukturen (Gesteinstyp)

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von den elastischen Moduln (Kompressionsmodul  $K$ , Schermodul  $\mu$ ) und der Massendichte  $\rho$  ab:

- P-Wellen

$$v_p = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}}$$

- S-Wellen

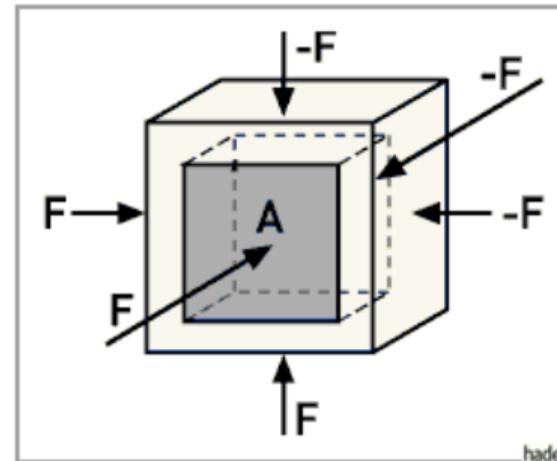
$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

# Kompressionsmodul

- $K$  Kompressionsmodul: Widerstand gegen Kompression: SI-Einheit  $N/m^2$

$$K := - \frac{dp}{dV/V}$$

- $V$  = Volumen
- $dp = F/A$  = infinitesimale Druckänderung,
- $dV$  = infinitesimale Volumenveränderung
- $dV/V$  = relative Volumenveränderung



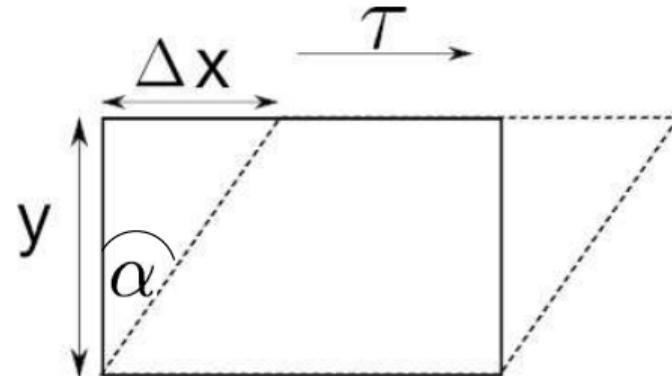
Quelle:Wikipedia

# Schermodul

- $\mu$  Schermodul: Widerstand gegen Scherung: SI-Einheit  $N/m^2$

$$\mu := \tau \frac{y}{\Delta x} = \frac{\tau}{\tan \alpha} \approx \frac{\tau}{\alpha}$$

- $\tau$  = horizontale Spannung  
(Scherspannung, Einheit:  
Kraft/Fläche)
- $\Delta x$  = horizontale Verschiebung
- $\alpha$  = Winkelveränderung



# Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Raumwellen

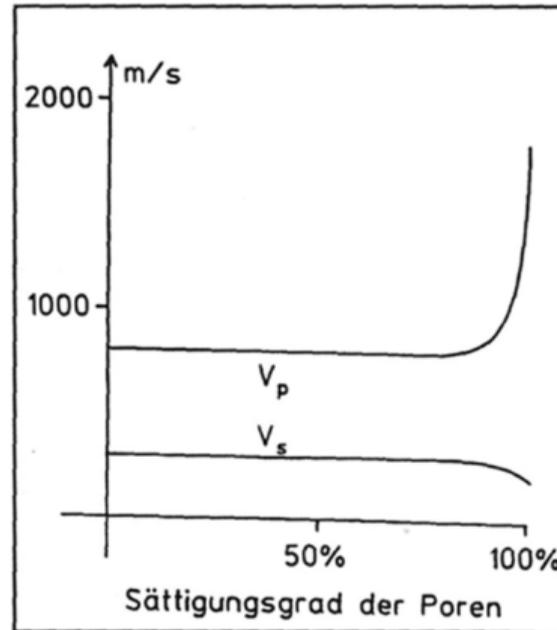
Typische Geschwindigkeiten

<b>Material</b>	$v_p$ (km/s)	$v_s$ (km/s)
Luft	0,33	0
Oberflächennahe Sedimente	0,3 – 1,5	0.2 – 0.5
Wasser	1,5	0
Eis	3,0 – 4,0	1.0 – 2.5
Sandstein	1,5 – 4,3	1.0 – 3.0
Kalkstein/Dolomit	4,0 – 4,5	2.5 – 3.0
Granit	5,8 – 6,2	3.0 – 3.5
Gabbro	6,4 – 7,6	3.0 – 3.8
Peridotit	7,8 – 8,4	3.8 – 4.2

In Flüssigkeiten und Gasen ist  $\mu = 0$ . Daraus folgt  $v_s = 0$ .

# Einfluß der Wassersättigung

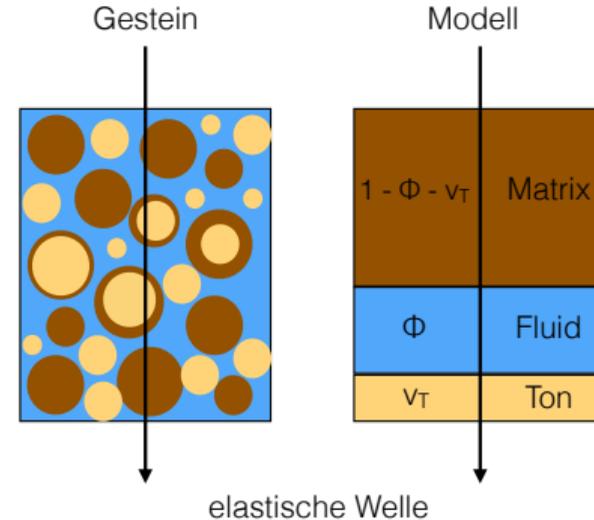
- In porösen Medien steigt das Kompressionsmodul bzw.  $V_p$  erst an, wenn nahezu vollständige Sättigung erreicht wird
- $V_s$  ist nahezu unabhängig von der Sättigung
- → Verhältnis  $V_p / V_s$  ist Indikator für Wassergehalt



# Zeitmittelgleichung

Plattenmodell nach Wyllie: volumenproportionale, ebene Platten für die Bestandteile. Mittelung der Laufzeiten in den Bestandteilen des porösen Mediums.

- $\Phi$ : Porosität = rel. Volumenanteil der Porenraums
- $V_T$ : rel. Volumenanteil des Tons

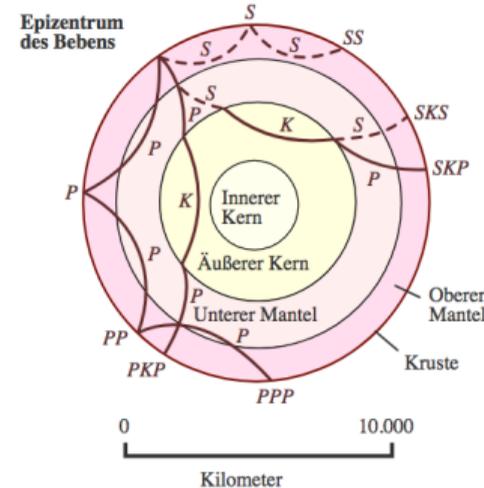
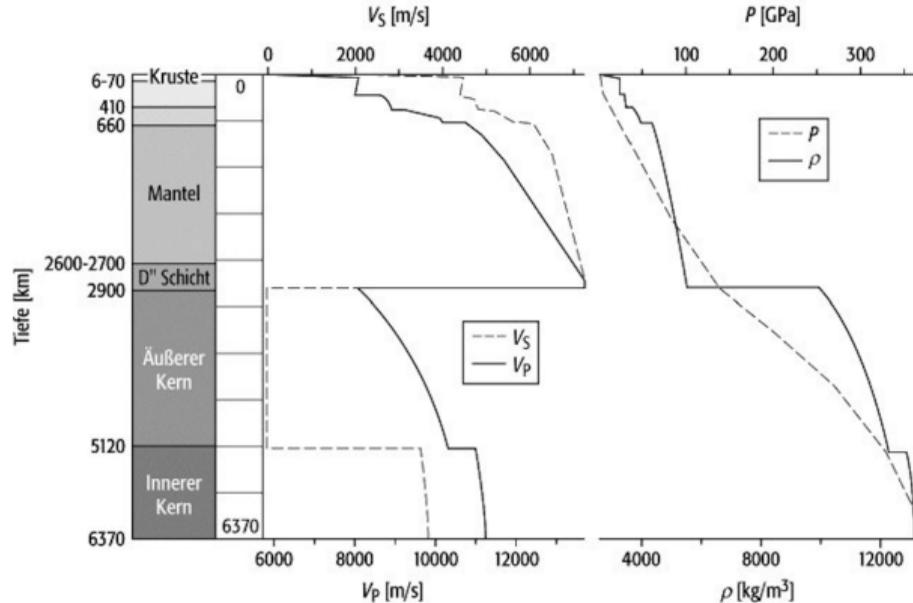


Plattenmodell nach Wyllie

Laufzeit der Welle:  $T = T_{Matrix} + T_{Fluid} + T_{Ton}$ . Wegen  $T \propto V^{-1}$  folgt für die mittlere/effektive Geschwindigkeit im Gestein:

$$\frac{1}{V_{eff}} = \frac{1 - \Phi - V_T}{V_{Matrix}} + \frac{\Phi}{V_{Fluid}} + \frac{V_T}{V_{Ton}}$$

# Ausbreitungsgeschwindigkeiten in der Erde



Prominente Diskontinuitäten: Kruste-Mantel (20-40km), Mineralumwandlungen im Mantel (410 km, 660 km), Thermische Grenzschicht D'' (2600-2900 km), äußerer Kern (flüssig)/innerer Kern (fest).

Quelle: Spektrum.de Lexikon der Physik. Erde

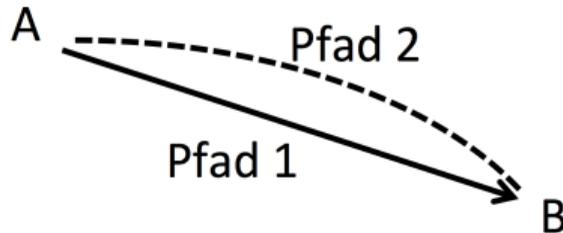
# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Das Fermatsche Prinzip

Das Fermatsche Prinzip ist ein weiteres hilfreiches Prinzip für die Berechnung von Strahlen. Es besagt, dass der Strahl mit der kürzesten Laufzeit realisiert wird.

$$T = \int_A^B \frac{ds}{V(x, y, z)} \stackrel{!}{=} \text{Min}$$



Pfad 1 wird realisiert, falls seine Laufzeit kürzer ist.

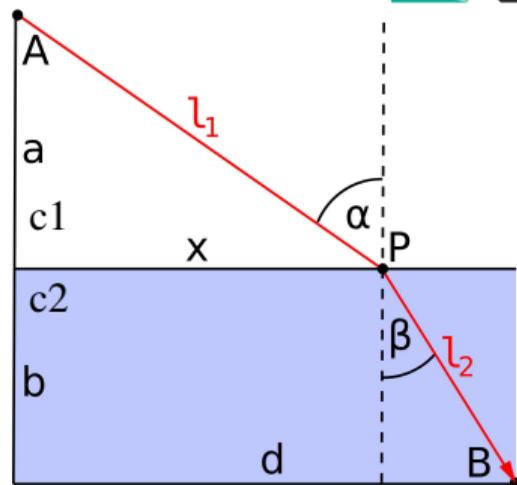


Pierre de Fermat (1607-1665) war ein französischer Mathematiker und Jurist.

Quelle: Wikipedia

# Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Fermat-schen Prinzip

$$\begin{aligned}t(x) &= t_1 + t_2 = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\&= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{c_2} \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{2x}{2c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{2(d-x)}{2c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ \frac{dt}{dx} &\stackrel{!}{=} 0 \quad \text{Fermat!} \\ 0 &= \frac{x}{c_1\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{d-x}{c_2\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \\ &= \frac{1}{c_1} \frac{x}{l_1} - \frac{1}{c_2} \frac{d-x}{l_2} = \frac{1}{c_1} \sin(\alpha) - \frac{1}{c_2} \sin(\beta)\end{aligned}$$



Bildquelle: Wikipedia

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Brechungsgesetz nach Snellius

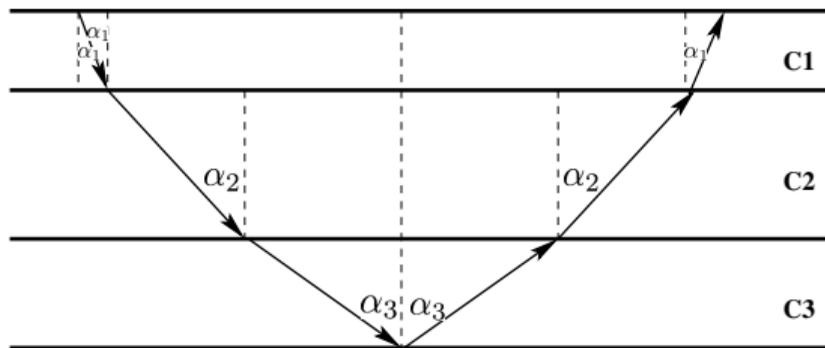
# Strahlparameter - Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

## Definition des Strahlparameters

- $p_j := \frac{\sin(\alpha_j)}{c_j}$
- $\alpha_j$  = Richtung des Strahls gegenüber der vertikalen Richtung
- $c_j$  = Geschwindigkeit in der Schicht  $i$

Aus dem Brechungsgesetz folgt  $p = p_j = \text{const}$

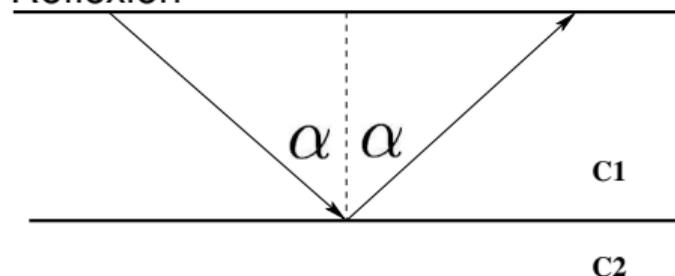


Der Strahlparameter  $p = \sin(\alpha_j) / c_j$  ist eine Erhaltungsgröße entlang des seismischen Strahls.

# Konsequenzen Brechungsgesetz

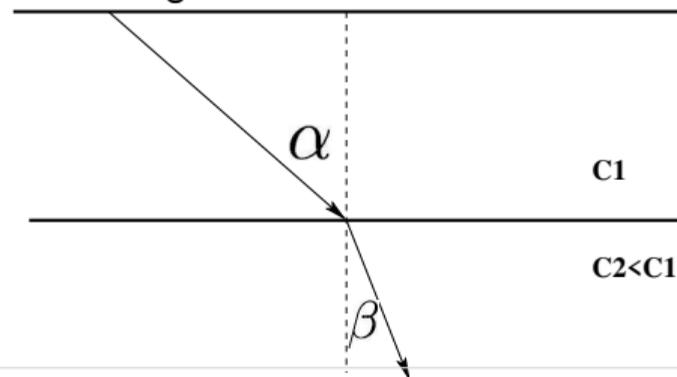
$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

Reflexion



- Einfallswinkel = Ausfallswinkel
- → Reflexionsseismik

Brechung

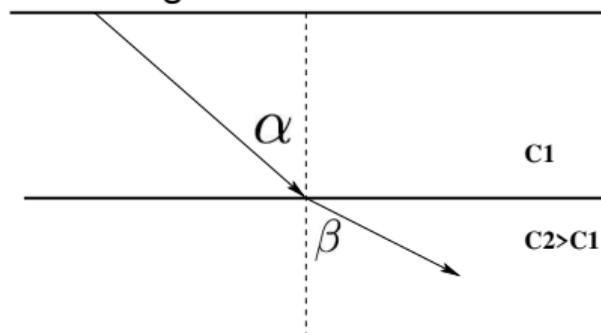


- Falls  $c_2 < c_1$  ist  $\beta < \alpha$
- Strahl wird zum Lot hin gebrochen

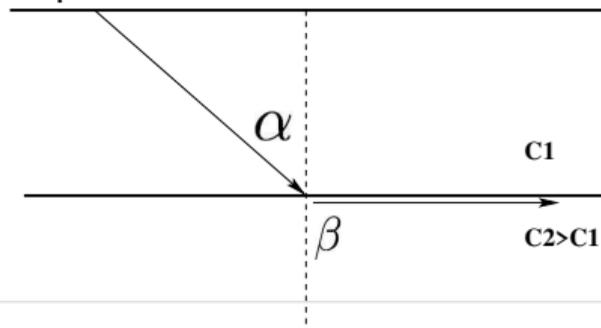
# Konsequenzen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

## Brechung



## Kopfwelle

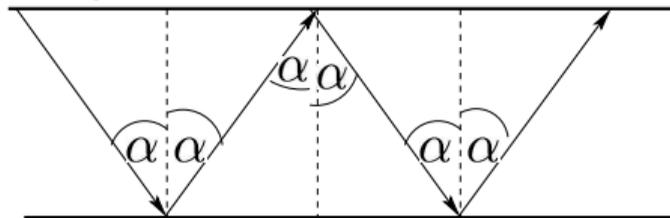


- Falls  $c_1 < c_2$  ist  $\beta > \alpha$
- Strahl wird vom Lot weg gebrochen
  
- In dem speziellen Fall  $\beta = 90^\circ$  und  $c_1 < c_2$  ist der sog. kritische Einfallswinkel  $\alpha^* = \arcsin(c_1 / c_2)$
- Im Fall  $\alpha = \alpha^*$  läuft die gebrochene Welle als Kopfwelle parallel zur Grenzfläche.
- → Refraktionsseismik

# Konsequenzen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

## Multiple Reflexionen



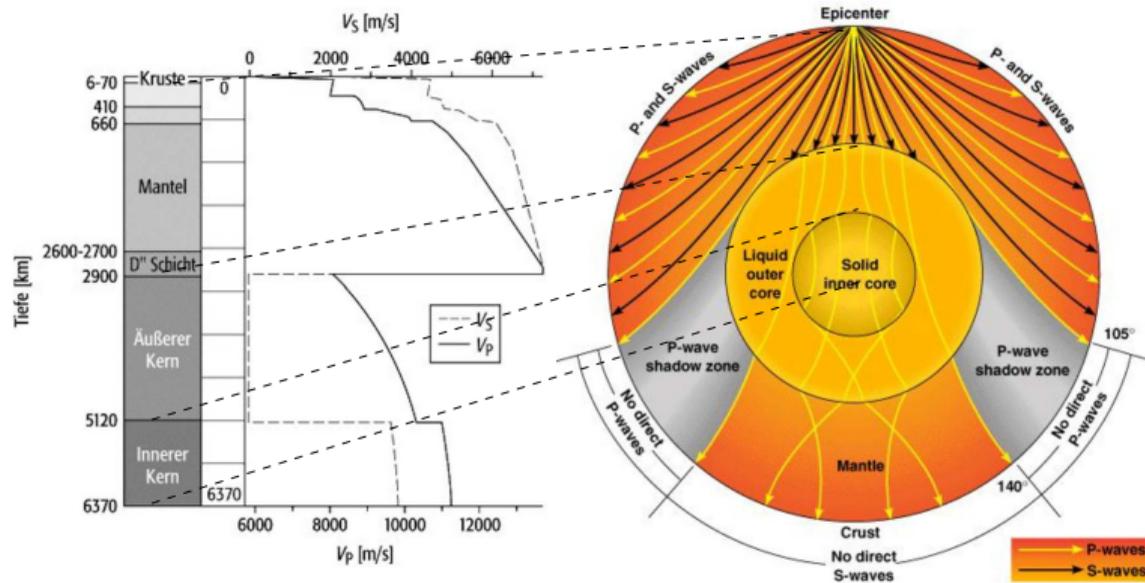
- Multiple Reflexionen in jeder Schicht. Amplituden i.d.R. gering
- Totalreflexion an der Erdoberfläche

## Tauchwellen



- Bei einer kontinuierlichen Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe entstehen Tauchwellen → Seismologie

# Strahlenwege in der Erde

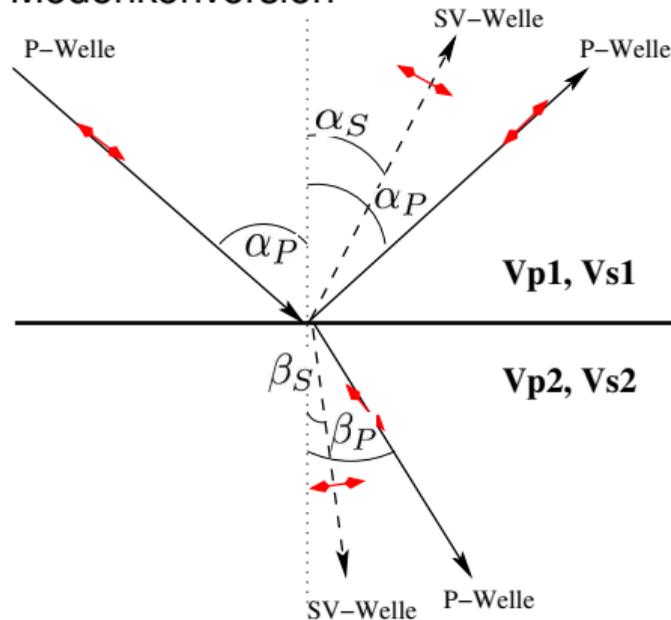


Nur transmittierte Wellenwege gezeigt. Schattenzonen ( $105^\circ - 140^\circ$ ) für P-Wellen infolge von Brechung am äußeren Kern. Keine S-Wellen durch äußeren Kern.

# Konsequenzen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin(\alpha)}{c_1} = \frac{\sin(\beta)}{c_2}$$

## Modenkonversion



- Konversion von P- und SV-Wellen bei jeder Reflexion in einem elastischen Medium
- Diese wird ebenfalls beschrieben durch das Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin(\alpha_P)}{V_{p1}} = \frac{\sin(\alpha_S)}{V_{s1}} = \frac{\sin(\beta_P)}{V_{p2}} = \frac{\sin(\beta_S)}{V_{s2}}$$

- Die Modenkonversion tritt ebenso bei einer einfallenden SV-Welle auf

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Schicht über Halbraum

- Grundlegendes Verständnis für die Wellenausbreitung (Reflexion und Brechung)
- Hier: Herleitung der Laufzeitgleichungen und Simulationen.
- Annahme eines akustischen Mediums ( $V_s = 0$ )  $\rightarrow$  nur P-Wellen.



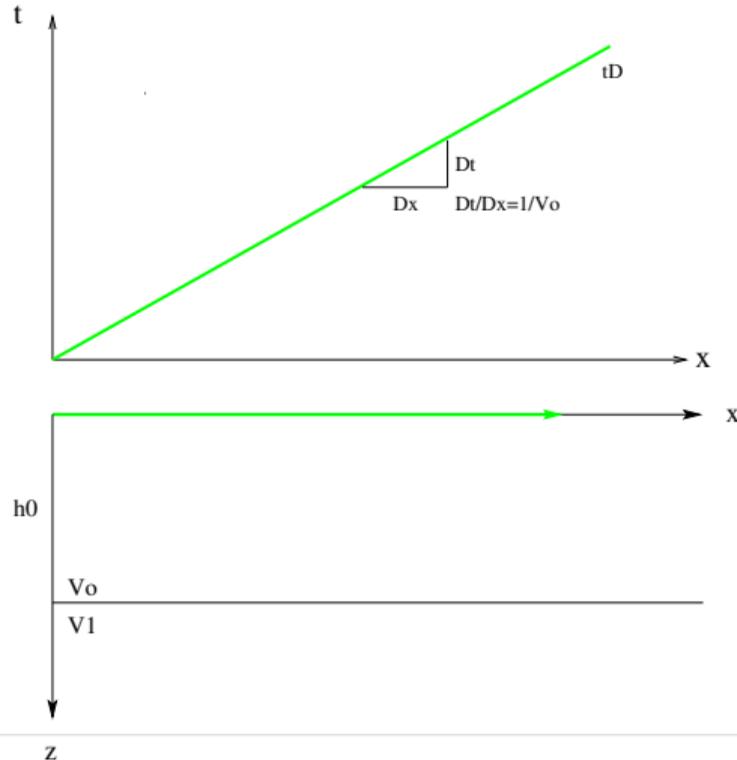
Modellannahme: Schicht über Halbraum und akustische Wellenausbreitung.

3 Untergrundparameter:  $h_0$ =Schichtmächtigkeit,  $v_0$ =Geschwindigkeit der Schicht,  $v_1$ =Geschwindigkeit des Halbraums

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

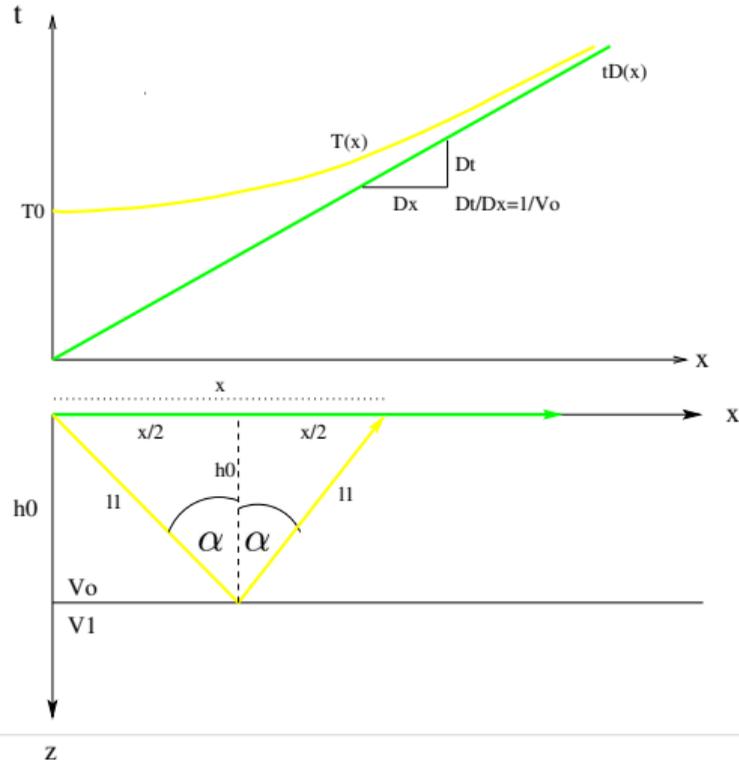
# Direkte Welle



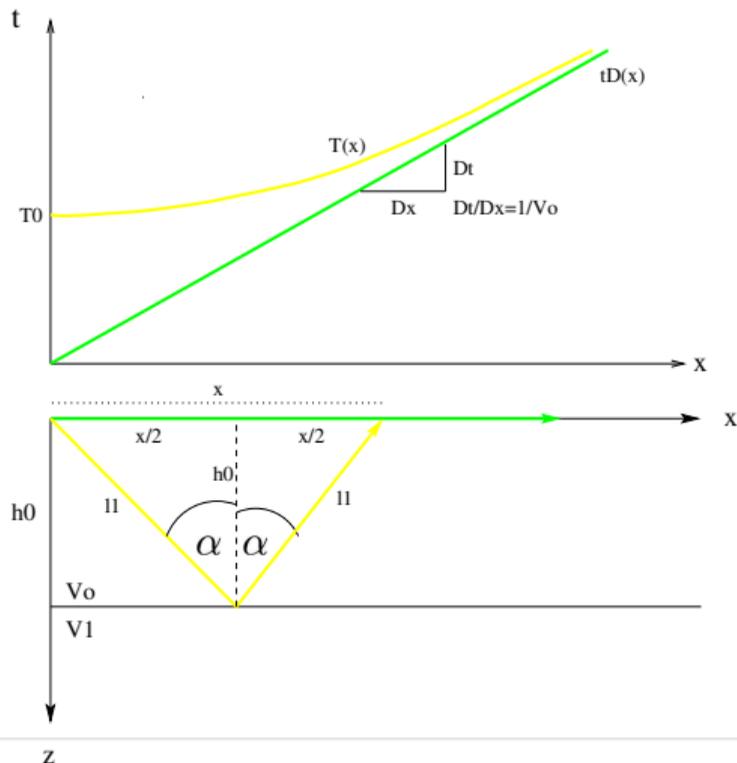
Direkte Welle

$$t_D = \frac{x}{v_0}$$

# Reflektierte Welle



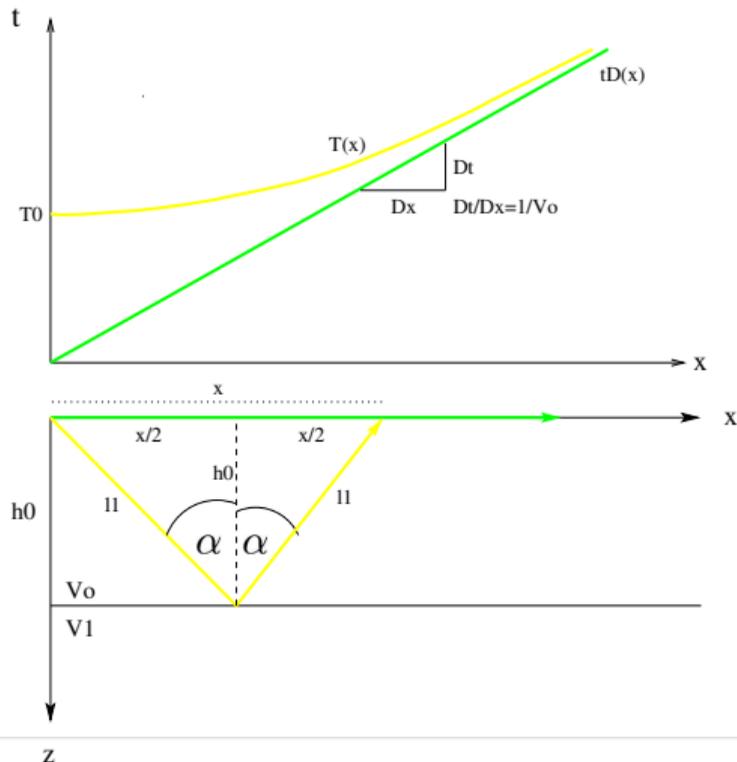
# Reflektierte Welle



## Reflektierte Welle

$$T^2 = \left( \frac{2h_1}{v_0} \right)^2, \quad h_1 = \left( \frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

# Reflektierte Welle

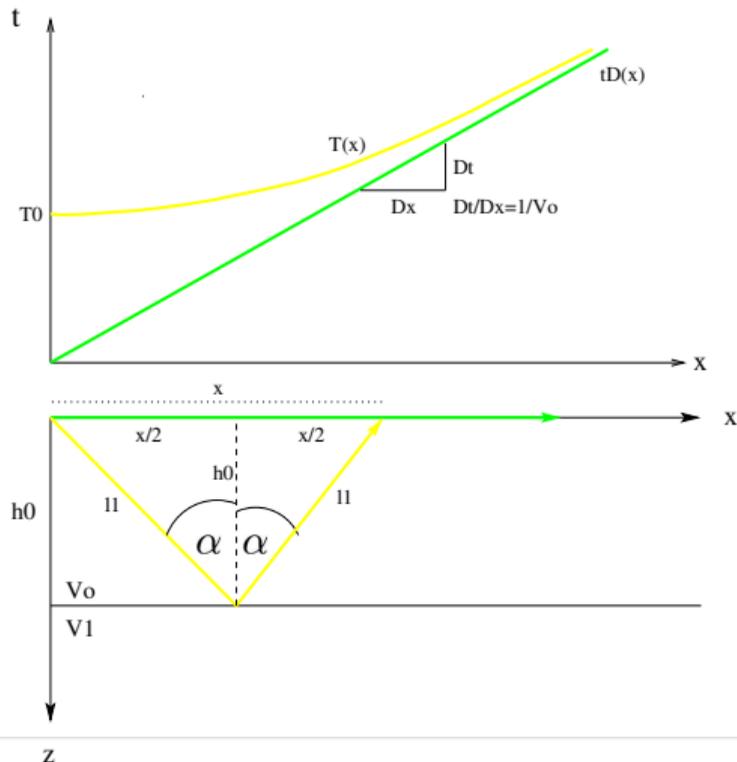


## Reflektierte Welle

$$T^2 = \left( \frac{2l_1}{v_0} \right)^2, \quad l_1 = \left( \frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

$$T^2 = \frac{4 \left( \left( \frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2 \right)}{v_0^2}$$

# Reflektierte Welle



## Reflektierte Welle

$$T^2 = \left( \frac{2h_1}{v_0} \right)^2, \quad h_1 = \left( \frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2$$

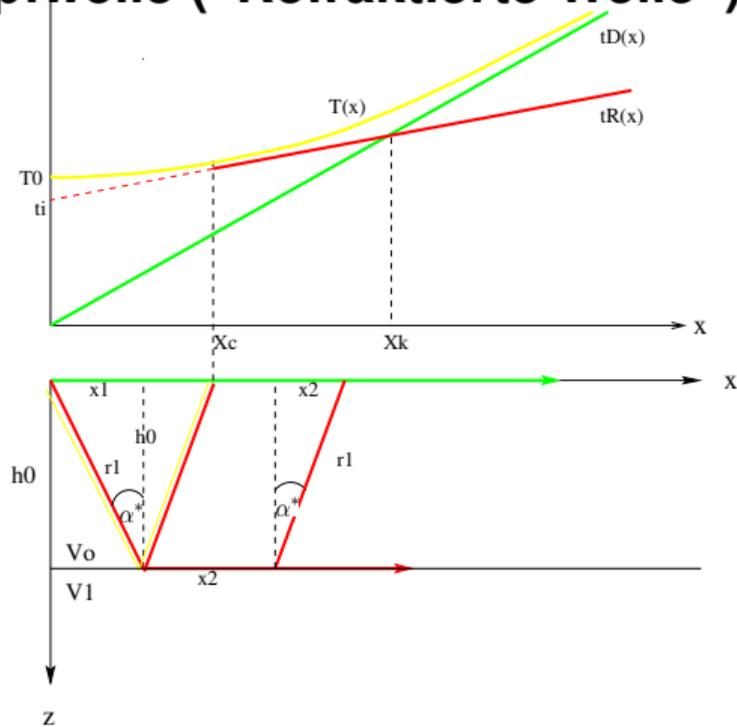
$$T^2 = \frac{4 \left( \left( \frac{x}{2} \right)^2 + h_0^2 \right)}{v_0^2}$$

$$T^2(x) = \frac{x^2}{v_0^2} + T_0^2$$

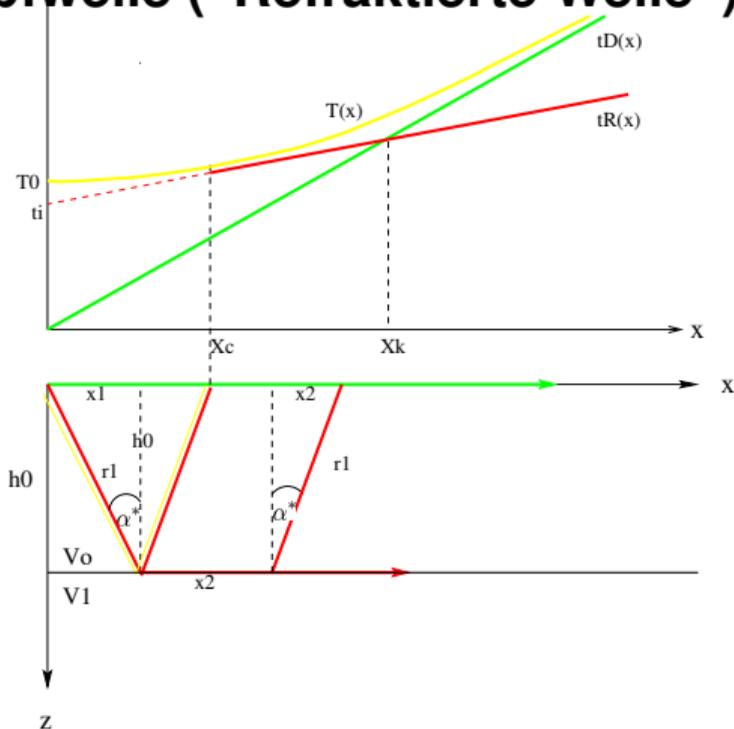
$$T_0 = \frac{2h_0}{v_0}$$

Hyperbel.  $T_0$  = Laufzeit des Lotstahls.

# Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



# Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



## Kopfwelle

$$t_R = \frac{2r_1}{v_0} + \frac{x_2}{v_1}$$

$$\sin(\alpha^*) = \frac{v_0}{v_1}$$

$$r_1 = \frac{h_0}{\cos(\alpha^*)}$$

$$x_1 = h_0 \tan(\alpha^*)$$

$$x_2 = x - 2x_1$$

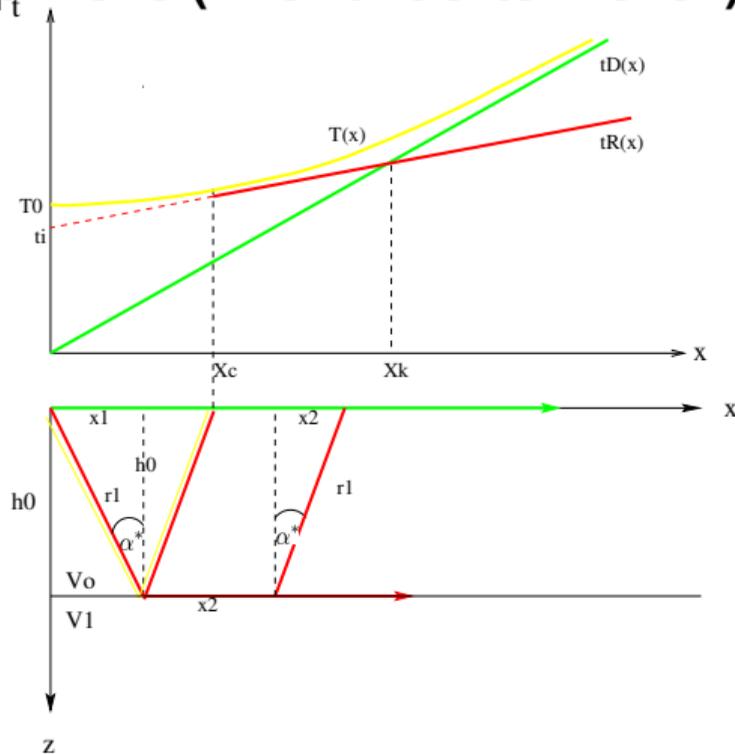
$$t_R = \frac{2h_0}{v_0 \cos(\alpha^*)} + \frac{x}{v_1} - \frac{2h_0 \tan(\alpha^*)}{v_1}$$

$$= \frac{2h_0}{\cos(\alpha^*)} \left( \frac{1}{v_0} - \frac{\sin(\alpha^*)}{v_1} \right) + \frac{x}{v_1}$$

$$= \frac{2h_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}}} \left( \frac{1}{v_0} - \frac{v_0}{v_1^2} \right) + \frac{x}{v_1}$$

$$= \dots$$

# Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



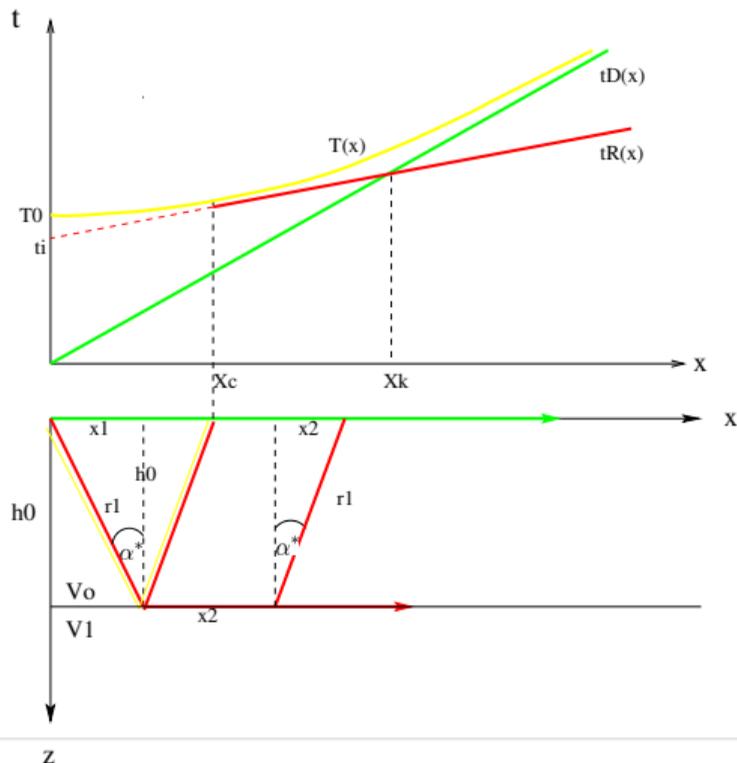
$$\begin{aligned}
 t_R &= \frac{2h_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}}} \left( \frac{1}{v_0} - \frac{v_0}{v_1^2} \right) + \frac{x}{v_1} \\
 &= \frac{2h_0}{v_0} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}} + \frac{x}{v_1} \\
 &= 2h_0 \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}} + \frac{x}{v_1}
 \end{aligned}$$

$$t_R = t_i + \frac{x}{v_1}$$

$t_i = 2h_0 \sqrt{v_0^{-2} - v_1^{-2}}$  "Intercept-Zeit"

Laufzeitkurve der **Kopfwelle** ist eine Gerade.

# Kopfwelle ("Refraktierte Welle")

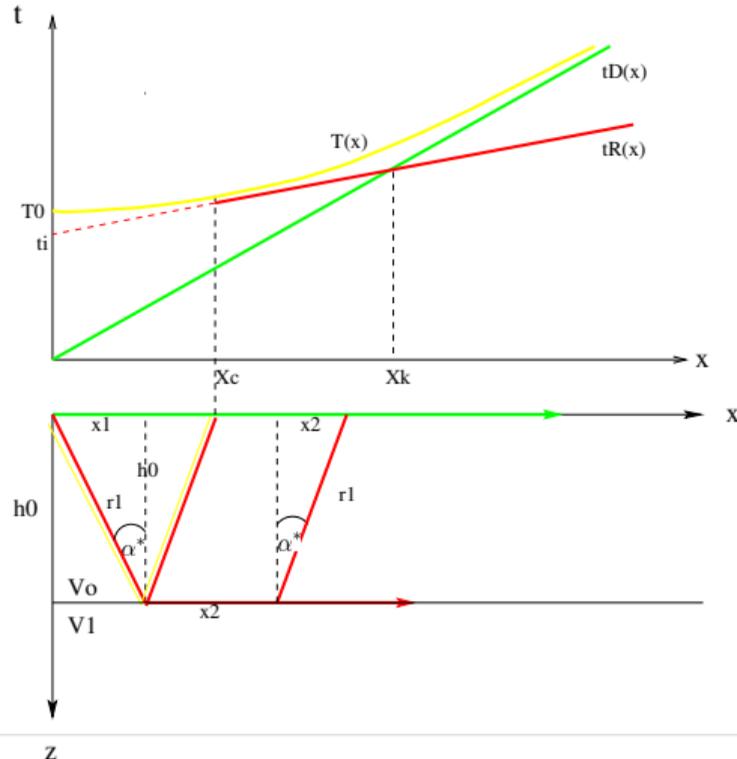


## Kritische Entfernung

Die **Kopfwelle** ist zum ersten Mal in der kritischen Entfernung  $x_c$  beobachtbar. Hier berühren sich **Reflexion** und **Kopfwelle**:  $t_R(x_c) = T(x_c)$  und  $\frac{\partial t_R}{\partial x}(x_c) = \frac{\partial T}{\partial x}(x_c)$ . Die kritische Entfernung lässt sich berechnen aus

$$x_c = 2x_1 = 2h_0 \tan(\alpha^*)$$

# Kopfwelle ("Refraktierte Welle")



## Überholentfernung

In der Überholentfernung  $x_k$  überholt die **Kopfwelle** die **direkte Welle**. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 t_D(x_k) &= t_R(x_k) \\
 \frac{x_k}{v_0} &= \frac{x_k}{v_1} + 2h_0 \sqrt{v_0^{-2} + v_1^{-2}} \\
 x_k &= 2h_0 \frac{\sqrt{v_0^{-2} + v_1^{-2}}}{v_0^{-1} - v_1^{-1}} \\
 &= \dots \\
 x_k &= 2h_0 \sqrt{\frac{v_1 + v_0}{v_1 - v_0}}
 \end{aligned}$$

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Akustische Simulation

Akustischen Wellengleichung beschreibt Wellenausbreitung in Flüssigkeiten/Gasen:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \lambda \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right), \quad V_p = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}}, \quad V_s = 0$$

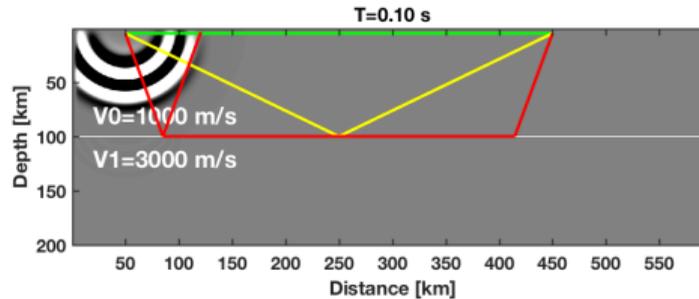
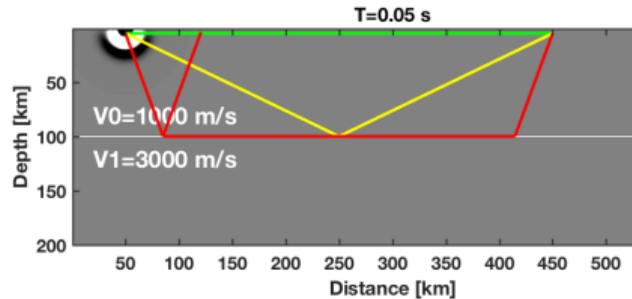
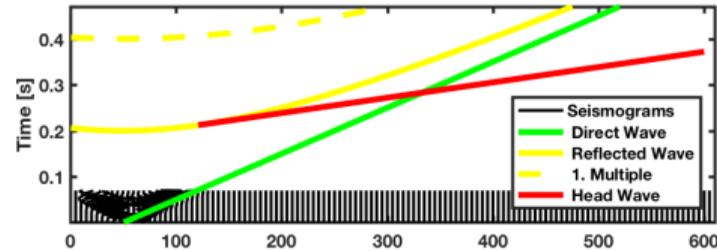
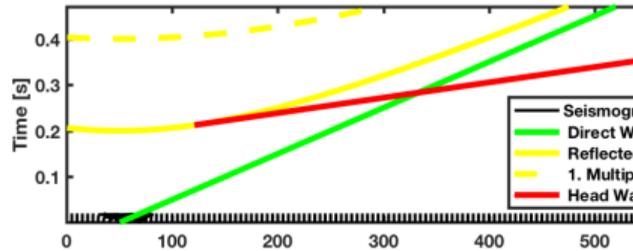
$p$ : Druck,  $\rho$ : Dichte,  $\lambda$ : Lamé Parameter



Schicht über Halbraum.  $h_0 = 100m$ ,  $V_{p0} = 1000m/s$ ,  $V_{p1} = 3000m/s$ .

# Akustische Simulation

## Lösung der akustischen Wellengleichung



# Elastische Simulation

Elastische Wellengleichung beschreibt Wellenausbreitung in der festen Erde:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

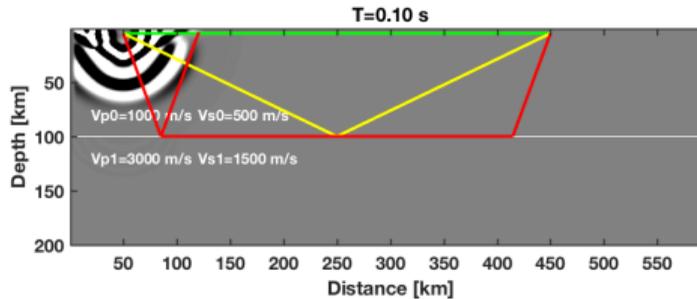
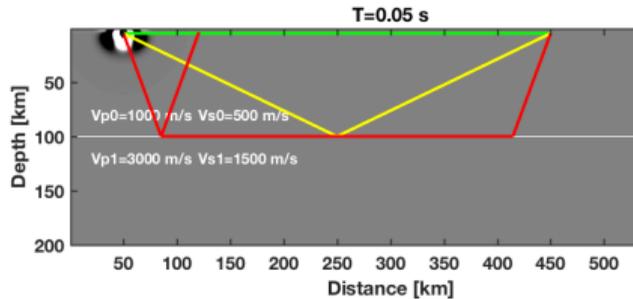
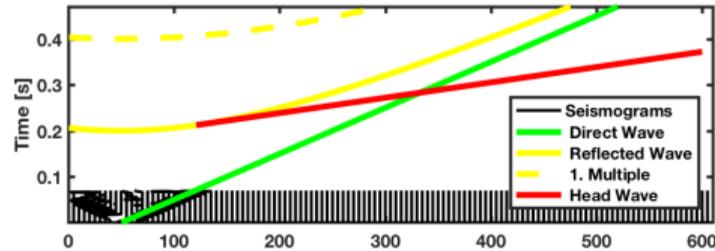
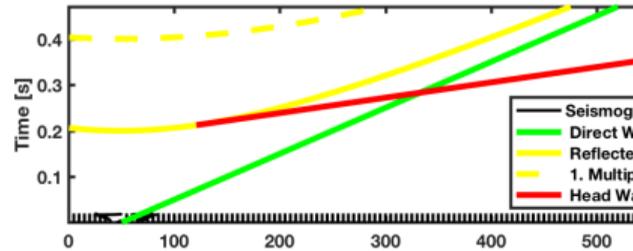
$u_i$ : Verschiebung,  $\rho$ : Dichte,  $\lambda, \mu$ : Lamé Parameter



Schicht über Halbraum.  $h_0 = 100m$ ,  $V_{p0} = 1000m/s$ ,  $V_{p1} = 3000m/s$ ,  $V_{s0} = 500m/s$ ,  $V_{s1} = 1500m/s$ , .

# Elastische Simulation

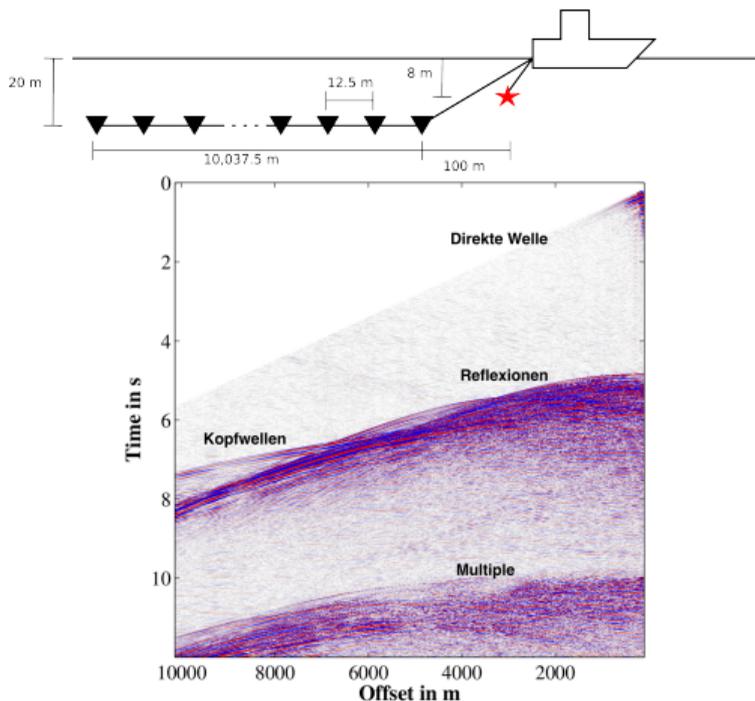
## Lösung der elastischen Wellengleichung



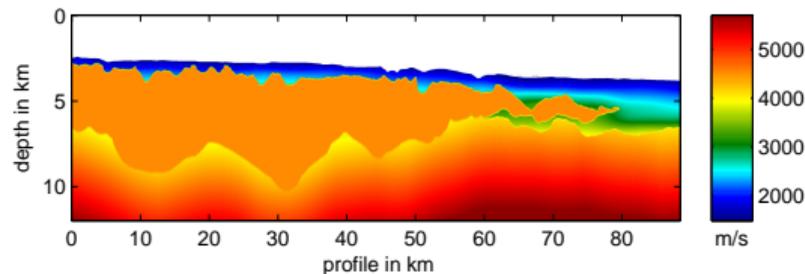
# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Beispiel marine Streamer-Daten (Salzerkundung Offshore Angola)



- Typische marine Daten
- Wassertiefe 2-3 km
- Reflexionen von der Salzoberkante
- Kopfwelle von der Salzoberkante



Geschwindigkeitsmodell (Click to play)

# Agenda

1. Prinzip der Seismik
2. Ausbreitungsgeschwindigkeiten
3. Brechungsgesetz - Konsequenzen
4. Schicht über Halbraum
  - Laufzeitgleichungen
  - Simulationen der Wellenausbreitung
5. Felddatenbeispiele
6. Zusammenfassung

# Zusammenfassung

- Das Brechungsgesetz ergibt sich aus dem Fermatschen Prinzip. Es beschreibt weitgehend die Strahlenausbreitung in 2D geschichteten Medien.
- Im dem Fall einer söhlichen Schicht über einem Halbraum breiten sich im akustischen Fall (z.B. Wasser) die direkte Welle, eine Kopfwelle sowie Reflexionen aus.
- Die Laufzeitgleichungen für die direkte Welle und die Kopfwelle sind linear, die Laufzeitgleichung für die Reflexion hyperbolisch.
- Im elastischen Fall (Erde) kommen die Oberflächenwelle und S-Wellen dazu. Die Wellen können wechselseitig konvertieren.



# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.

# Referenzen I