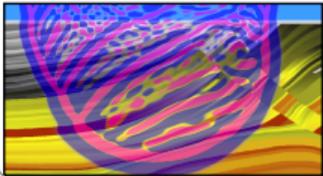


# Einführung in die Geophysik I

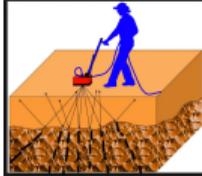
## Geoelektrik

T. Bohlen, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

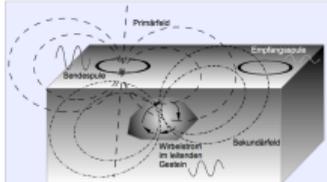
Seismik



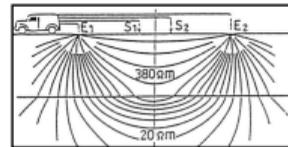
Georadar



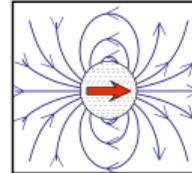
Elektromagnetik



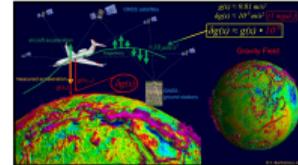
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



# Inhalte der Vorlesung

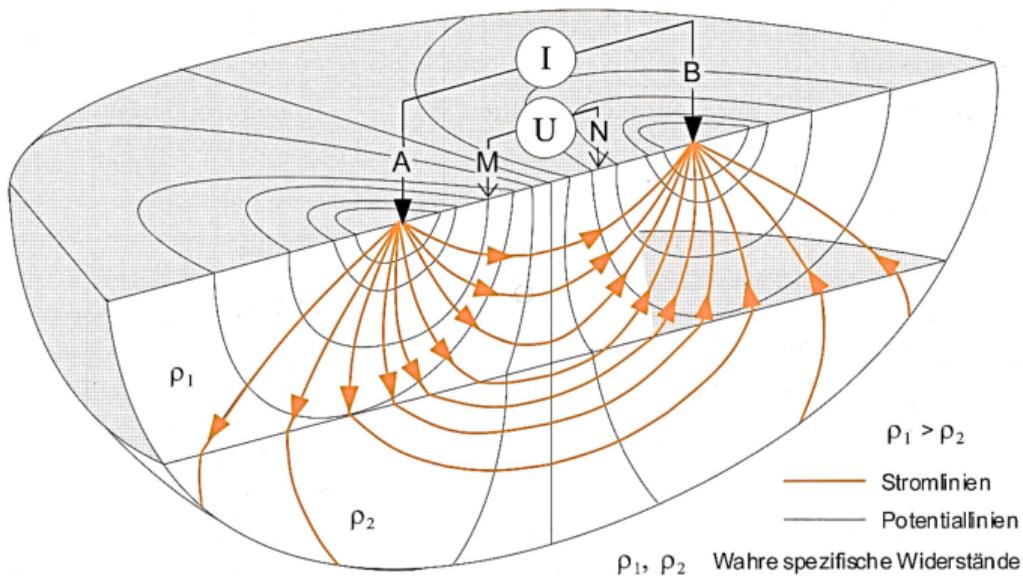
Einführung in die Geophysik I, WS 2024/25

|    | Datum    | Vorlesung (09:45-11:15h) Kl. HS B   | Übungen (11:30-12:30h Kl. HS B oder<br>17:30-18:30h Physikhochhaus Raum 2/17) |
|----|----------|-------------------------------------|---|
| 1  | 23.10.24 | Einführung, Wellenausbreitung       |   |
| 2  | 30.10.24 | Wellenausbreitung                   |   |
| 3  | 06.11.24 | Refraktionsseismik                  | U1: Moduln  |
| 4  | 13.11.24 | Reflexionsseismik                   | Ü2: Refraktionsseismik  |
|    | 20.11.24 | Studieninformationstag              |   |
| 5  | 27.11.24 | Elektromagnetische Wechselwirkungen | Ü3: Reflexionsseismik   |
| 6  | 04.12.24 | Georadar                            |   |
| 7  | 11.12.24 | Elektromagnetik                     | Ü4: Georadar  |
| 8  | 18.12.24 | Elektromagnetik                     |   |
| 9  | 08.01.25 | Geelektrik                          |   |
| 10 | 15.01.25 | Magnetik                            | Ü5: Geoelektrik   |
| 11 | 22.01.25 | Magnetik                            |   |
| 12 | 29.01.25 | Gravimetrie                         | Ü6: Magnetik  |
| 13 | 05.02.25 | Gravimetrie                         | Ü7: Gravimetrie   |
|    | 12.02.25 | Klausur                             |   |

# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Messprinzip der Geoelektrik



[Knödel et al., 2005]

# Messprinzip der Geoelektrik

- Ohmsches Experiment für die Erde: Einspeisung eines Stroms  $I$  und Messung eines Spannungsabfalls  $\Delta V$
- Untergrundparameter: **spezifische elektrische Widerstand**  $\rho(x, y, z)$ . Dieser wird beeinflusst durch z.B.
  - Wassergehalt
  - Metalle/Erze
  - Salze
  - Tone
- Anwendungsgebiete sind zum Beispiel
  - Hydrologie - Kartierung von Wasserwegen
  - Grundwasserqualität, z.B. Salzgehalt
  - Deponiemonitoring - Grundwasserverunreinigung
  - Archäologische Prospektion - Metallkörper, Bodenfeuchte an Mauern

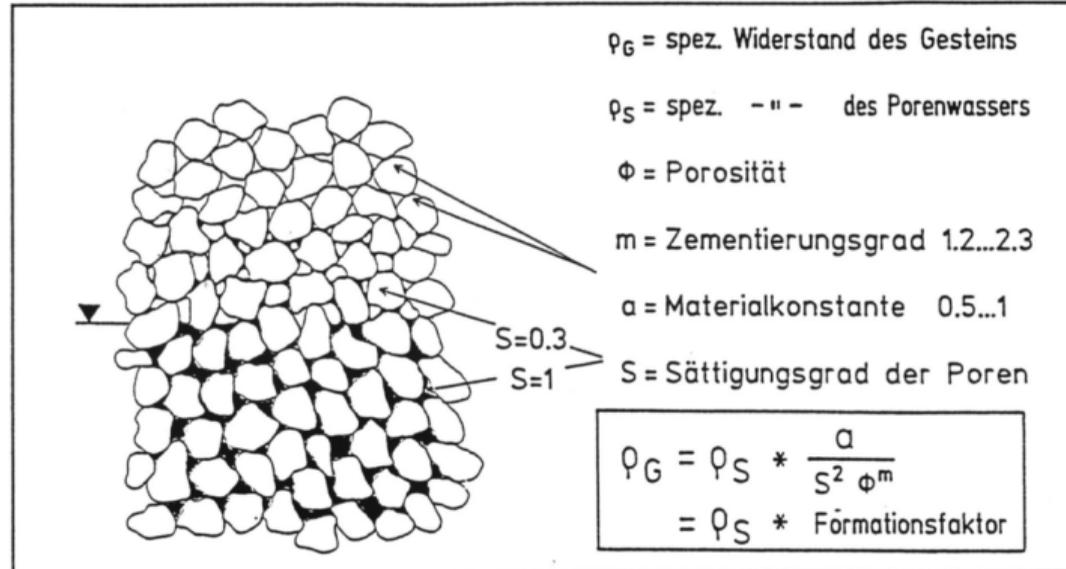
# Der spezifische elektrische Widerstand

| Gestein          | spez. Widerstand [ $\Omega\text{m}$ ] |
|------------------|---------------------------------------|
| Steinsalz        | $10^5 - 10^7$                         |
| Sand trocken     | $10^5$                                |
| wassergesättigt  | $1000 - 10^4$                         |
| Quarzit          | $3000 - 10^5$                         |
| Eis              | $1000 - 10^5$                         |
| Granit           | $300 - 3 \cdot 10^4$                  |
| Böden sandig     | $150 - 7000$                          |
| lehmig           | $50 - 9000$                           |
| tonig            | $20 - 4000$                           |
| Kalkstein        | $100 - 7000$                          |
| Moore            | $30 - 700$                            |
| glaziale Moränen | $10 - 300$                            |
| Tonschiefer      | $10 - 1000$                           |
| Mergel           | $5 - 200$                             |
| Lehme            | $3 - 300$                             |
| Ton trocken      | $30 - 1000$                           |
| naß              | $1 - 30$                              |
| Schluff          | $10 - 1000$                           |
| Hausmüll         | $1 - 100$                             |

Abnahme des spez. elektrischen Widerstandes mit der Zunahme von

- Wassergehalt
- Porosität
- Metalle/Erze
- Tongehalt

# Das Gesetz von Archie

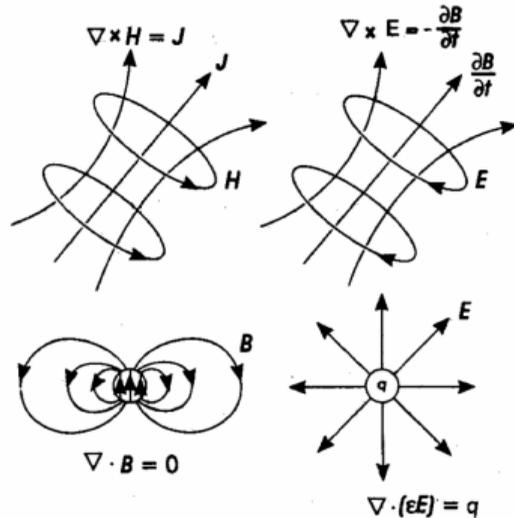


**Abb. 1** Gesetz von Archie, Abhängigkeit des spezifischen Gesteinswiderstandes vom spezifischen Widerstand des Porenwassers und den Gesteinseigenschaften

# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Die allgemeinen Maxwell-Gleichungen



- 1  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- 2  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_C$
- 3  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{q}{\epsilon}$
- 4  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Materialgleichungen:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ,  $\vec{J}_C + \vec{J}_D = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\vec{E}}{\partial t}$

# Die spezifischen Maxwell-Gleichungen im Fall der Geoelektrik

Geoelektrik:  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ .

Keine EM-Wechselwirkung.

Betrachtung von  $\vec{E}$  und  $\vec{J}_C$  ausreichend.

1  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

2  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_C$

3  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$

4  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \vec{B} = \mu \vec{H}, \vec{J}_C = \sigma \vec{E}$$

# Geoelektrik Grundgleichung

Aus der Definition des Potentials (Spannung)  $V$

$$\vec{E} = -\text{grad}(V) = -\vec{\nabla} V$$

mit dem Ohmschen Gesetz

$$\vec{J}_C = \sigma \vec{E}$$

und der Kontinuitätsgleichung für einem Monopol bei  $\vec{r} = \vec{r}_0$

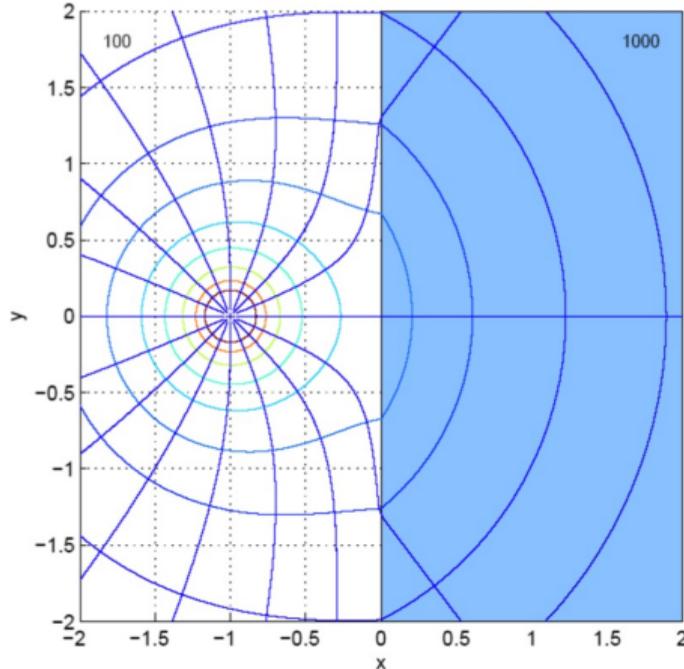
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_C = I_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

ergibt sich die Grundgleichung der Gleichstrom-Geoelektrik zu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_C = \vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{E}) = \boxed{-\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} V) = I_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)} \quad (1)$$

Sie beschreibt den Verlauf des Potentials bei einem gegebenen Widerstandsmodell  $\sigma(\vec{r})$  und Stromeinspeisung bei  $\vec{r} = \vec{r}_0$ . Die Stromlinien stehen senkrecht auf  $V = \text{const.}$

# Brechung von Stromlinien

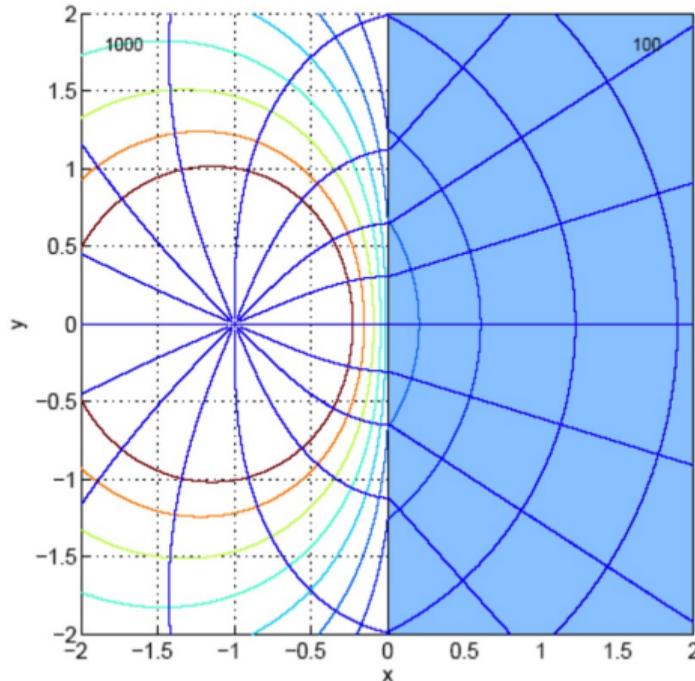


Lösung der Grundgleichung der Gleichstrom-Geoelektrik

$$\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} V) = -I_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

- Übergang vom guten zum schlechten Leiter
- Stromlinien im guten Leiter werden von der Grenzfläche „abgestossen“.
- Stromdichte ist geringer in schlechtleitender Schicht

# Brechung von Stromlinien



Lösung der Grundgleichung der Gleichstrom-Geoelektrik

$$\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla} V) = -I_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

- Übergang vom schlechten zum guten Leiter
- Stromlinien im guten Leiter werden "angezogen"
- Stromdichte ist höher in gutleitender Schicht

# Brechungsgesetz für Stromlinien

General boundary conditions :

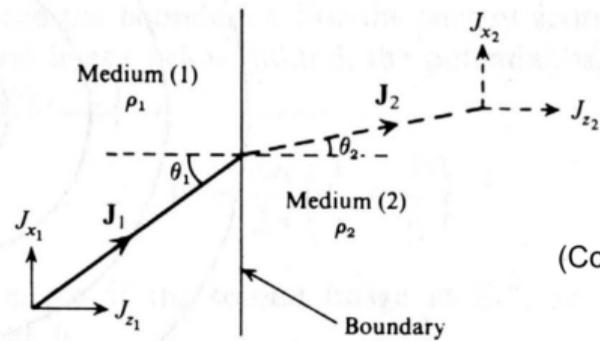
electric field tangential to the interface  
and  
current density normal to the interface  
must both be continuous

$$j_{x1}\rho_1 = j_{x2}\rho_2$$

$$j_{z1} = j_{z2}$$

$$\tan \theta_2 / \tan \theta_1 = \rho_1 / \rho_2$$

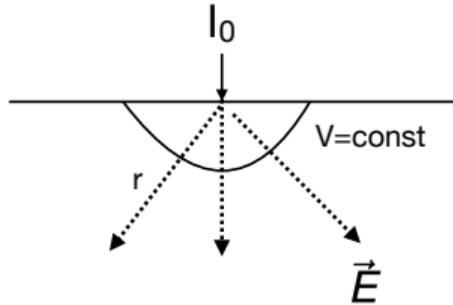
(Compare to Snellius Law)



# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Potential eines Monopols



Monopol an der Oberfläche eines Halbraumes

Ohmsches Gesetz

$$\vec{J}_C = \sigma \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

Stromdichte

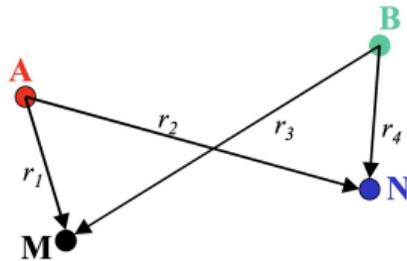
$$|\vec{J}_C| = \underbrace{\frac{I_0}{2\pi r^2}}_{\text{Halbkugel}}, \quad \rightarrow |\vec{E}| = \frac{I_0 \rho}{2\pi r^2}$$

Potential

$$V = \int_r^\infty |\vec{E}| dr = \frac{I_0 \rho}{2\pi} \int_r^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{I_0 \rho}{2\pi r}$$

Dies ist auch eine Lösung der Grundgleichung 1.

# Vierpunkt-Anordnung



Allgemeine Vierpunkt-Anordnung an der Erdoberfläche

Potentialdifferenz zwischen M und N

$$\begin{aligned}
 U^{MN} &= (U_A^M + U_B^M) - (U_A^N + U_B^N) \\
 &= \frac{l_0 \rho}{2\pi} \left( \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3} \right) - \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_4} \right) \right) = \frac{l_0 \rho}{K}
 \end{aligned}$$

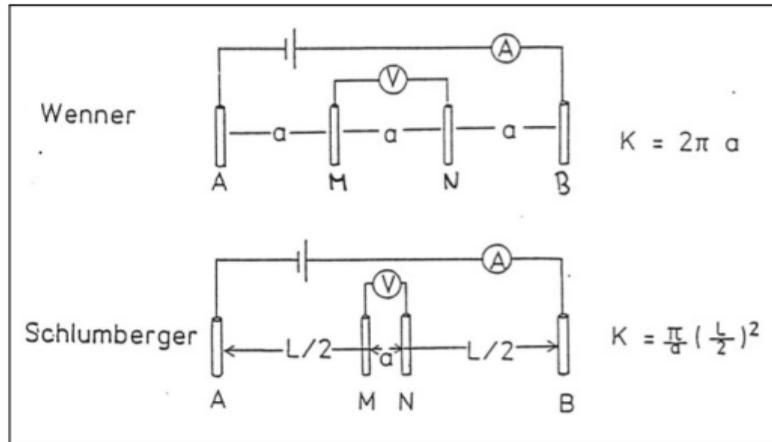
Geometriefaktor  $K$

$$K = 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1}$$

Scheinbare spezifische elektrische Widerstand

$$\rho_a := \frac{KU^{NM}}{l_0}$$

# Typische Vier-Punkt Anordnungen

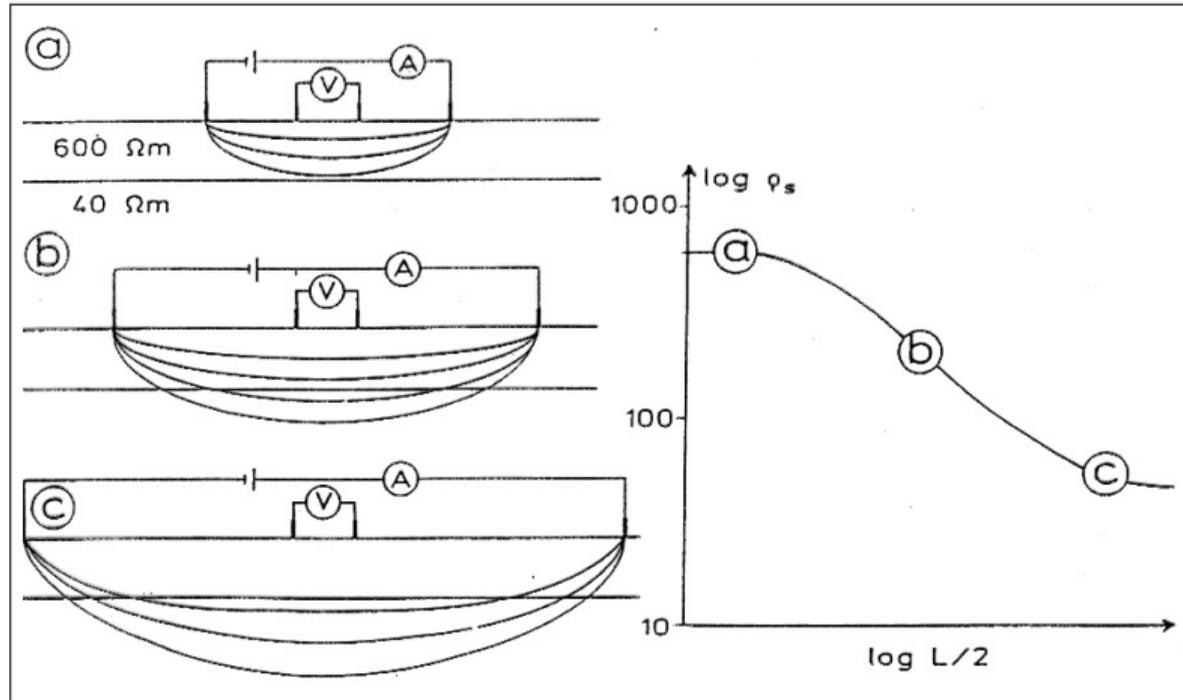


- Scheinbarer spezifischer elektrischer Widerstand  $\rho_a = K \frac{V}{I}$
- Schlumberger: Tiefensondierung
- Wenner: Kartierung

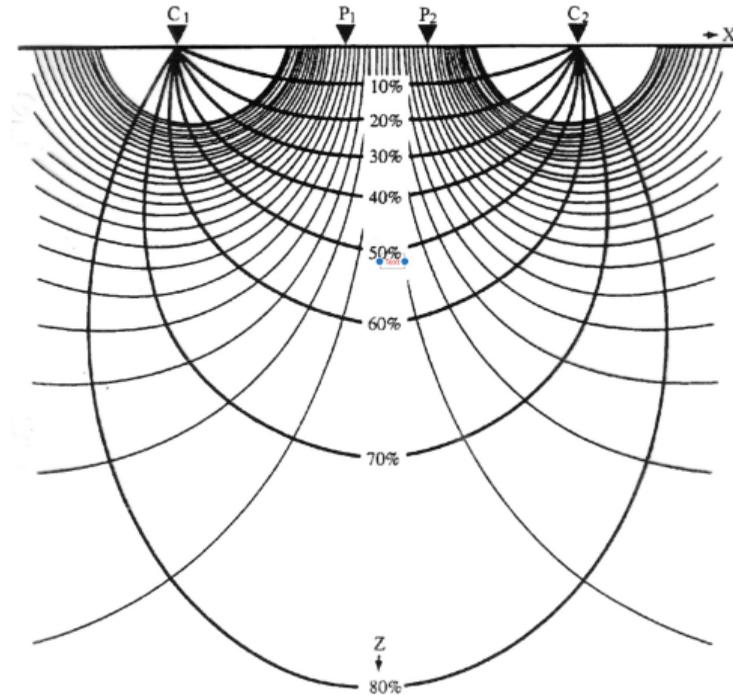
# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Entstehung der Sondierungskurve

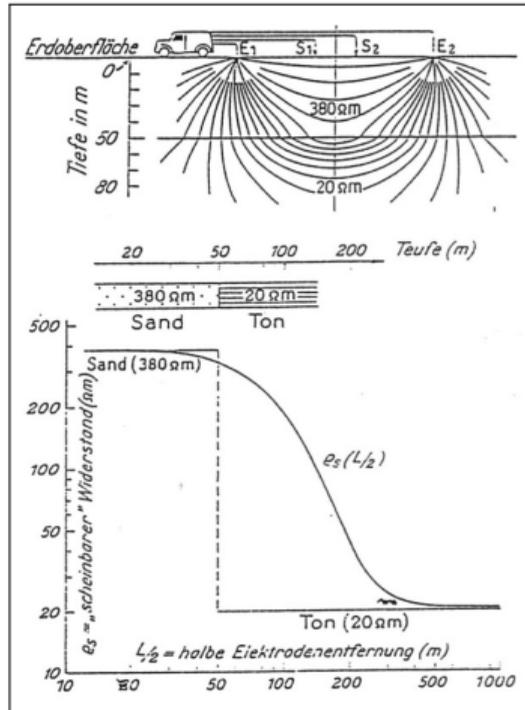


# Tiefeneindringung



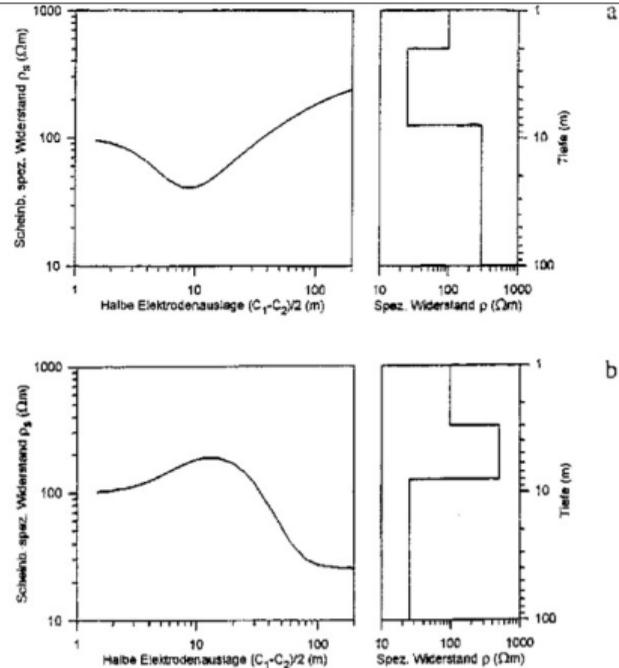
- Im homogenen Medium dringt 50 Prozent der Energie etwa bis in eine Tiefe von  $L/2$  -  $L/3$

# Sondierungskurve bei 2 Schichten



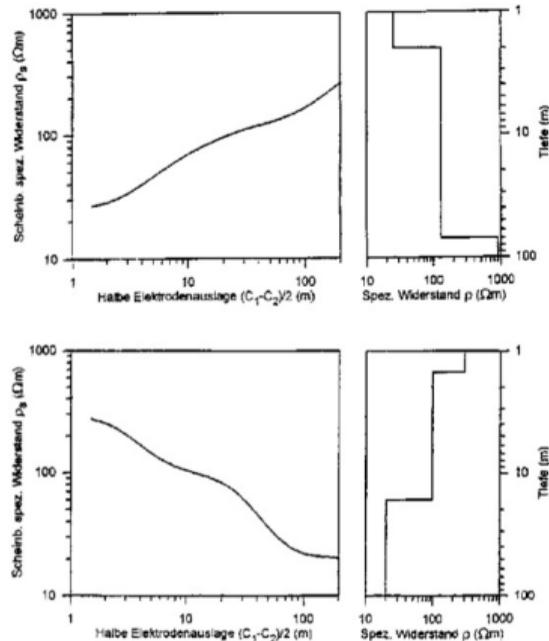
- Bei kleinen  $L$  gibt  $\rho_a$  den tatsächlichen spez. Widerstand bei geringen Tiefen wieder
- Es findet Brechung der Stromlinien statt
- Der Widerstand des Halbraumes wird erst bei sehr großen  $L$  erreicht

# Sondierungskurve bei 3 Schichten



- Ein guter bzw. schlechter Leiter im Bereich der Eindringung äußert sich als ein Minimum bzw. Maximum der Sondierungskurve
- Der Betrag von  $\rho_a$  gibt nicht die tatsächlichen spezifischen Widerstände im Untergrund wieder

# Sondierungskurve bei 3 Schichten



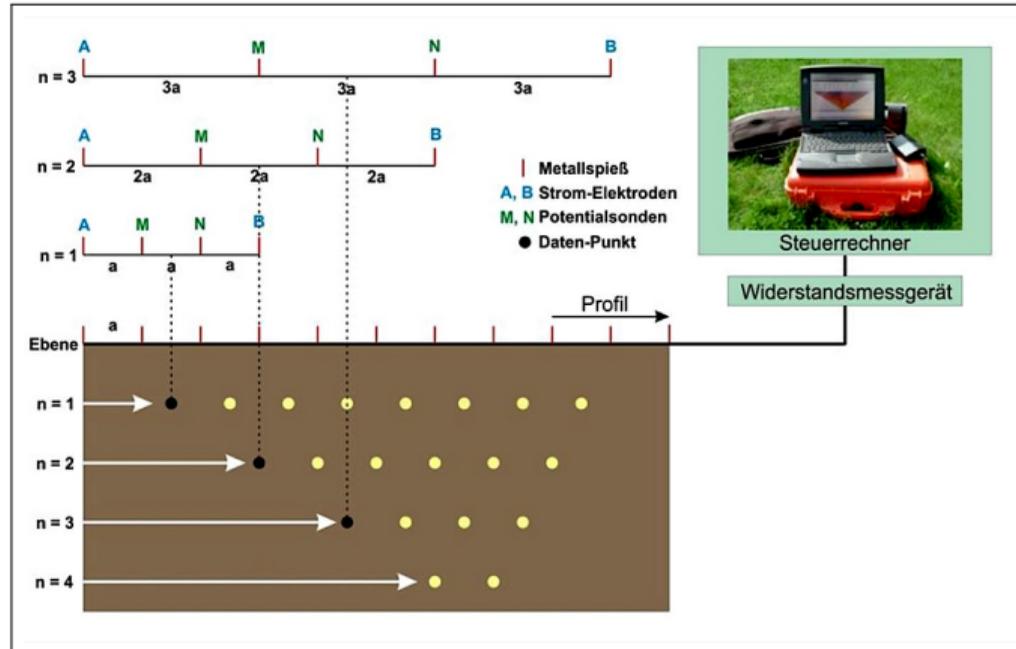
- Ein kontinuierliche Abnahme/Zunahme des tatsächlichen spezifischen Widerstandes mit der Tiefe äußert sich als kontinuierliche Abnahme/Zunahme des scheinbaren spez. Widerstandes  $\rho_a$  in der Sondierungskurve



# Agenda

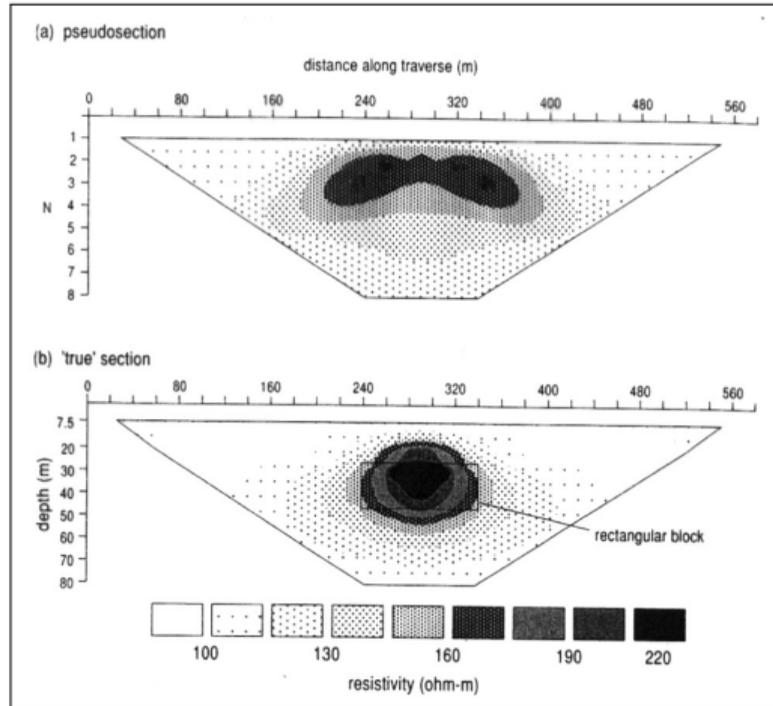
1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Kartierung mit der Wenner-Konfiguration



Zuordnung von  $\rho_a$  in den Tiefenpunkt. Kein wahres Abbild sondern nur Kartierung von Anomalien.

# Kartierung mit der Wenner-Konfiguration



- Eine Pseudosektion zeigt scheinbare spez. Widerstände  $\rho_a$ .
- Anomalien in  $\rho_a$  lassen sich gut erfassen.
- Eine anschließende Tiefensondierung/Tomographie nötig, um  $\rho_{true}$  zu bestimmen.

# Agenda

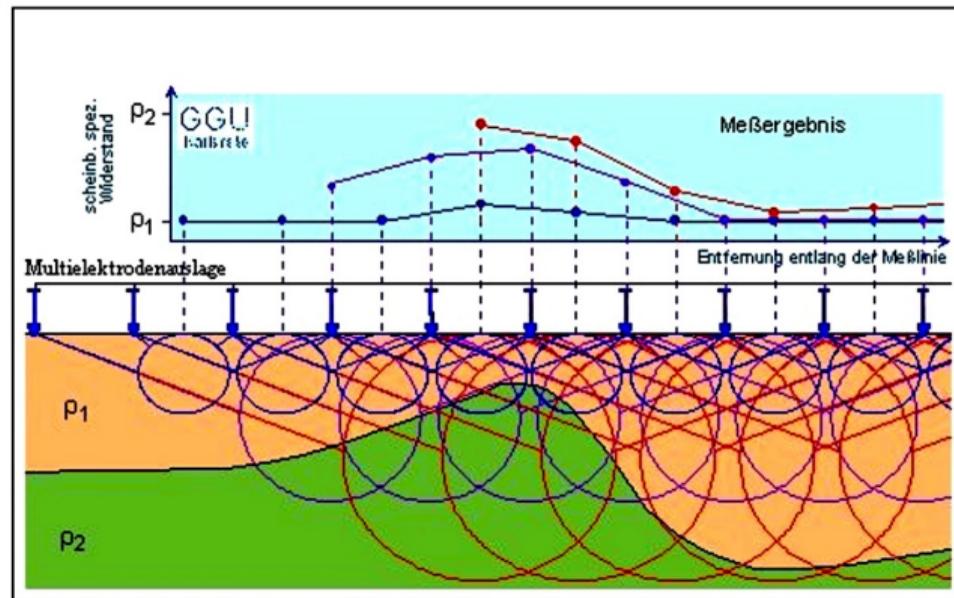
1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Widerstandstomographie

Bei komplexen (nicht geschichteten) Widerstandsverteilungen ist die Durchführung einer Widerstandstomographie erforderlich (engl. ERT=Electrical Resistivity Tomography).

- Messung verschiedener Konfigurationen mit verschiedenen Geometriefaktoren
- Rekonstruktion eines Modells, das alle beobachteten scheinbaren spez. Widerstände  $\rho_a$  möglichst gut erklärt.
- Tomographie liefert ein 2D-Modell des spez. Widerstandes  $\rho(x, z)$  unter dem Messprofil.
- Die Modelle sind nicht unbedingt eindeutig.

# Widerstandstomographie



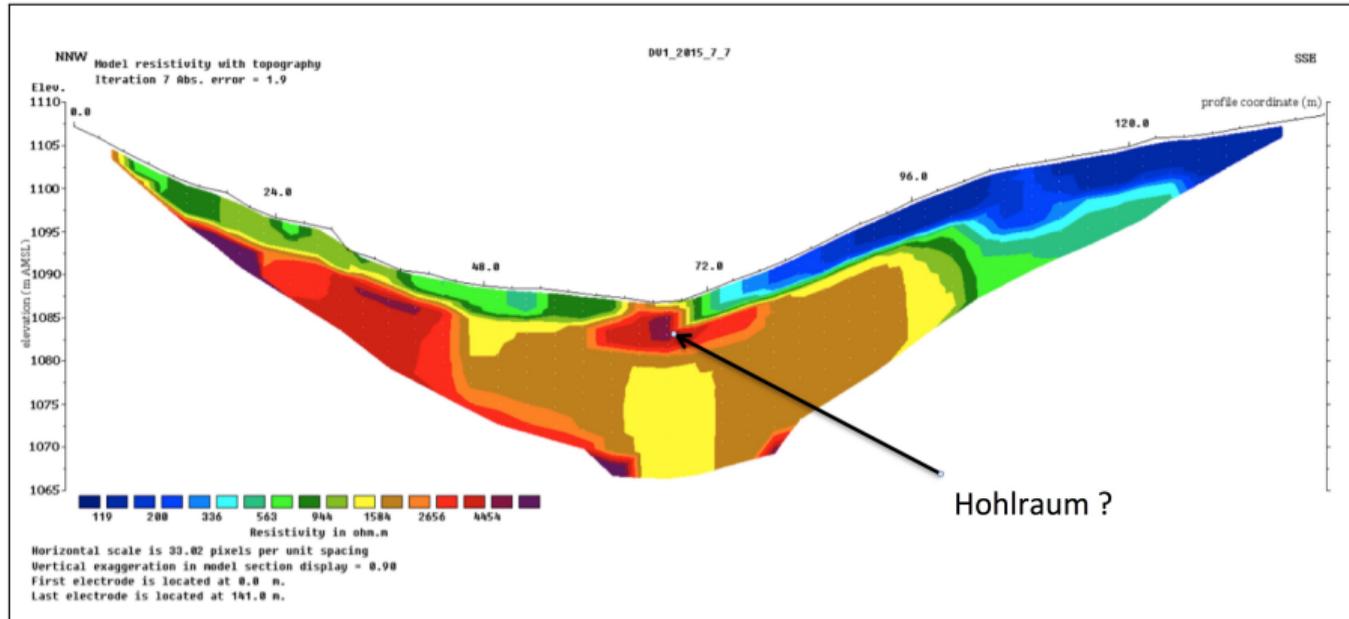
# Widerstandstomographie im Kleinwalsertal 2015



Profil 1

- Ziel: Detektion unterirdischer Wasserkanäle oder Hohlräume im Kleinwalsertal
- Zusammenarbeit mit Prof. Dr. Goldscheider, Hydrogeologie, KIT
- Bachelorarbeit Svenja Schaneng, 2015 [Schaneng, 2015]

# Ergebnis der Tomographie auf Profil 1

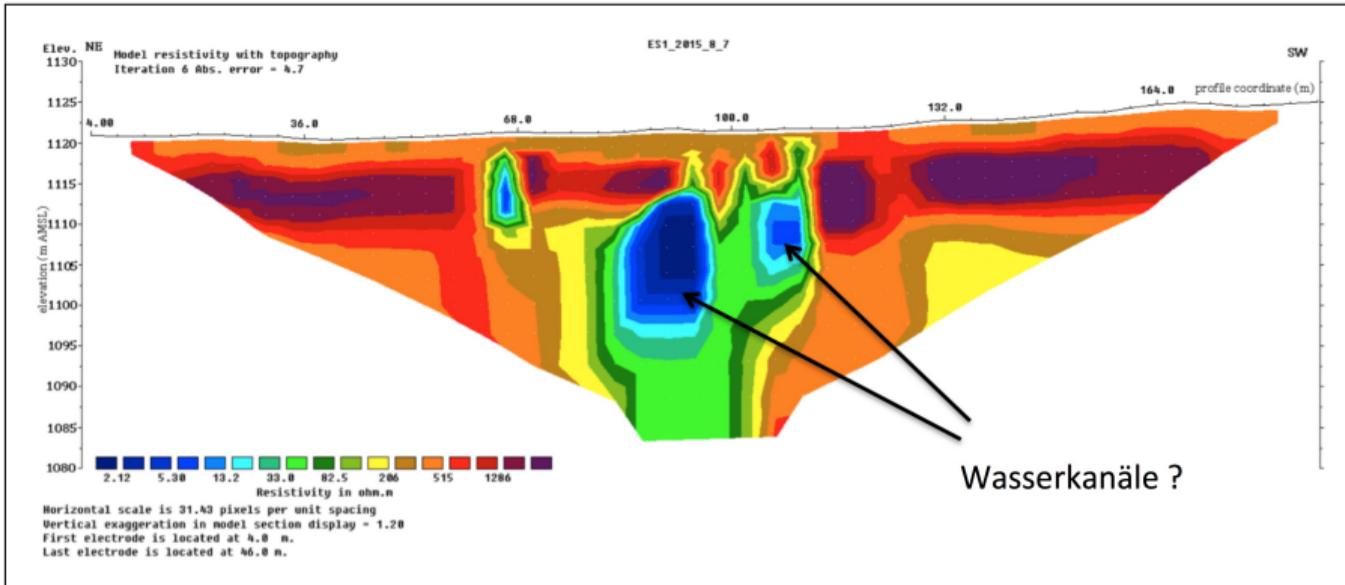


Der Bereich hoher Widerstände in der Talmitte wird als luftgefüllter Wasserkanal interpretiert.

# Messungen auf Profil 2



# Ergebnis der Tomographie auf Profil 2



Die Bereiche niedriger Widerstände in der Talmitte werden als wassergefüllte Kanäle interpretiert.

# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

# Zusammenfassung

- Die Zielgröße in der Geoelektrik ist der spezifische elektrische Widerstand  $\rho(x, y, z)$  im Untergrund.
- Zu deren Bestimmung wird i.d.R. ein Ohmsches Experiment durchgeführt: in einer Vierpunkt-Anordnung von 2 Sonden (A,B) und 2 Elektroden (M,N) mit dem Geometriefaktor  $K$  wird bei einem in (A,B) eingespeisten Strom  $I$  die Potentialdifferenz  $\Delta V$  an (M,N) gemessen.
- Die abgeleitete Messgröße in der Geoelektrik ist der scheinbare spezifische elektrische Widerstand  $\rho_a = K \frac{\Delta V}{I}$ .
- Eine Inversion (Least-Squares-Fit) von  $\rho_a$  liefert den wahren spezifischen Widerstand  $\rho$  im Untergrund.
  - Die Tiefensondierung mit der Schlumberger-Konfiguration liefert die Sondierungskurve  $\rho_a(L/2) \rightarrow \rho(z)$ .
  - Die Wenner-Kartierung ergibt Pseudosektionen  $\rho_a(x, z)$ , in denen sich Anomalien von  $\rho(x, z)$  abbilden.
  - Die Widerstandtomographie führt eine Rekonstruktion  $\rho_a(K, L) \rightarrow \rho(x, z)$  durch.
- Der spezifische elektrische Widerstand wird vor allem beeinflusst durch den Wassergehalt, die Porosität und den Tongehalt.
- Anwendungen sind daher vor allem hydrologische Fragestellungen, z.B. die Kartierung von Fließwegen des Grundwassers.



# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.

# Agenda

1. Einführung und Anwendungsgebiete
2. Grundgleichungen
3. Vierpunkt-Anordnungen
4. Tiefensondierung
5. Kartierung
6. Beispiel einer Widerstandstomographie
7. Zusammenfassung
8. Referenzen

## Referenzen

- K. Knödel, H. Krummel, and G. Lange. *Handbuch zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten / BGR, Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe Bd. 3: Geophysik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005. URL <http://dx.doi.org/10.1007/b137869>.
- S. Schaneng. *Geoelektrische Tomografien und Seismik für die Detektion von Karstgrundwasserleitern im Schwarzwassertal*, 2015. URL <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000052723>.