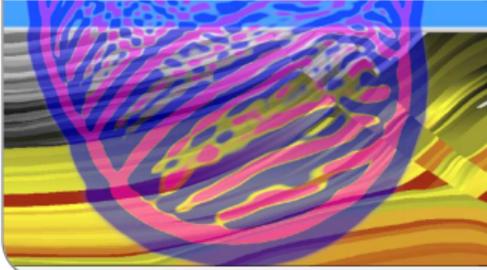


Einführung in die Geophysik I

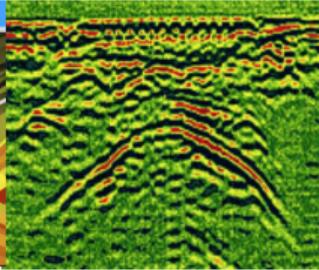
Elektromagnetische Verfahren: Georadar

Thomas Bohlen, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

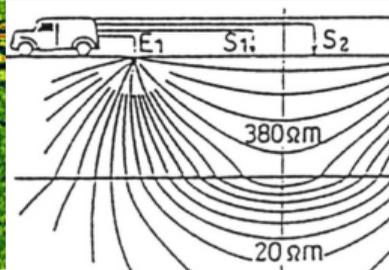
Seismik



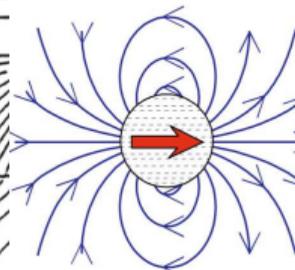
Georadar



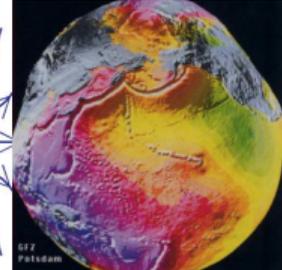
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



Inhalte der Vorlesung im Semester WS 2022/23

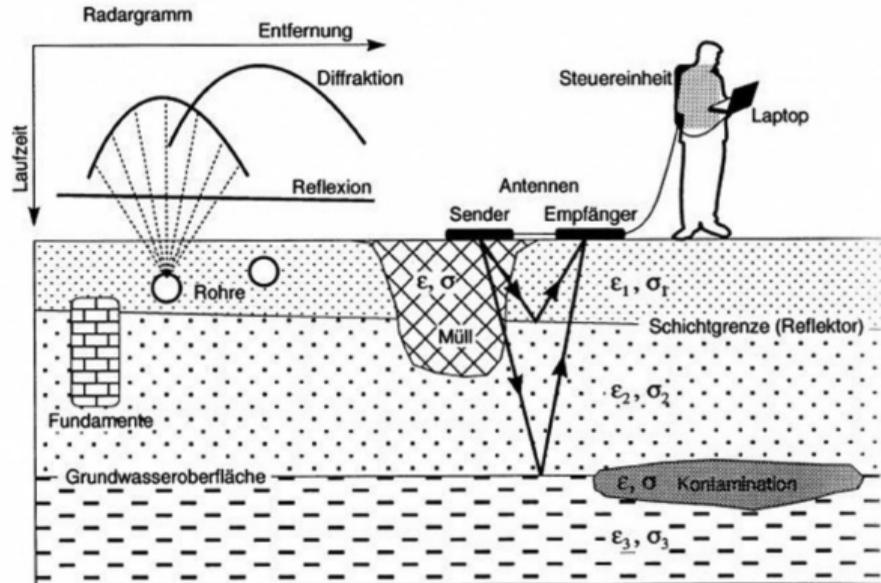
- | | | |
|---|------------------------------|----------------|
| 1 | Einführung | (02.11) |
| 2 | Seismische Wellenausbreitung | (02.11, 09.11) |
| 3 | Refraktionsseismik | (16.11) |
| 4 | Reflexionsseismik | (23.11) |
| 5 | Elektromagnetische Verfahren | (30.11, 07.12) |
| 6 | Geoelektrik | (14.12) |
| 7 | Gravimetrie | (11.01, 18.01) |
| 8 | Magnetik | (25.01, 01.02) |
| 9 | Weiteres Thema | (08.02) |

Die Klausur findet voraussichtlich am 15.02.2023 statt.

Agenda

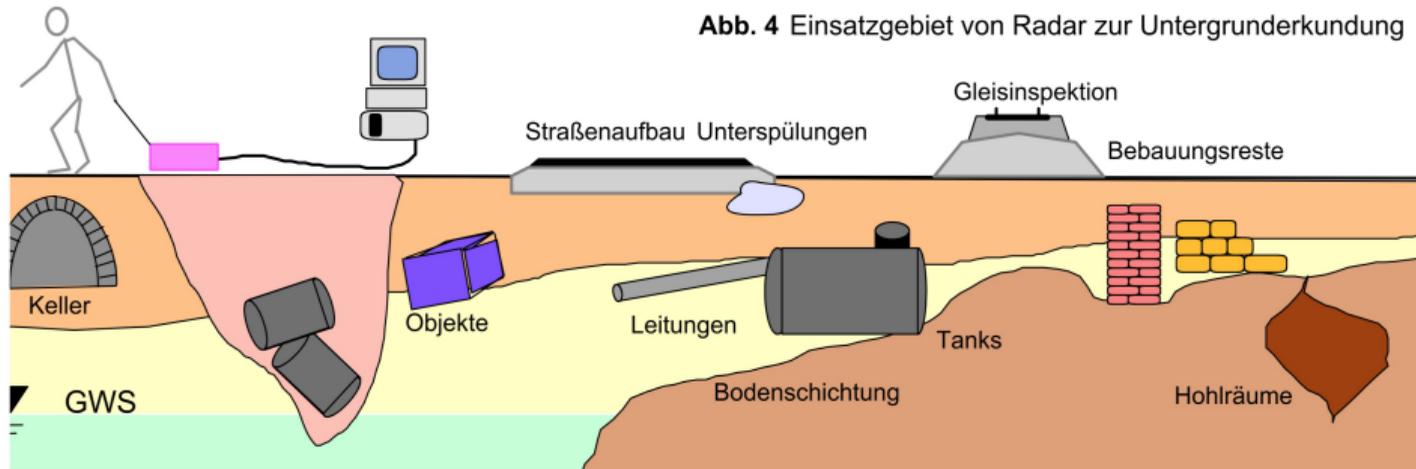
- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Messprinzip beim Georadar



- 1-2 Antennen
- Frequenzbereich 1 MHz – 1 GHz
- Kurze Laufzeit $\approx 10^{-9}$ s
- Geringe Eindringung
- Hohe Auflösung
- Diffraktionen und Reflexionen

Einsatzgebiete des Georadar



(Quelle GGU Karlsruhe) 

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Lösung der Maxwell-Gleichung für ebene EM-Welle

Die allgemeine Lösung der 1D Telegraphengleichung

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

lautet

$$E_y(x) = E_0 \exp(i(\omega t - kx)) \exp(-\alpha x)$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu\epsilon}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} \right)} \quad \text{Wellenzahl} \quad (1)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)} \quad \text{Absorptionskoeffizient} \quad (2)$$

Relevante Materialparameter

1 Elektrische Permittivität

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

2 Magnetische Permeabilität

$$\mu = \mu_r \mu_0 \approx \mu_0$$

3 Elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma$$

Material	ϵ_r	$\sigma [\Omega m]^{-1}$
Luft	1	0
Süßwasser	80	$< 10^{-2}$
Meerwasser	80	4
Eis	3-4	10^{-5}
Trockener Sand	3-5	$10^{-7} - 10^{-3}$
Nasser Sand	20-30	10^{-2}
Lehm	4-8	10^{-2}
Ton	5-40	$10^{-3} - 1$
Granit	4-6	$10^{-5} - 10^{-3}$
Bernstein	2.5	$< 10^{-16}$

Für die meisten Geomaterialien: $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1 - 25$, $\sigma = 10^{-5} - 10^{-2}$

Ausbreitungsgeschwindigkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeit nach Gl. 1

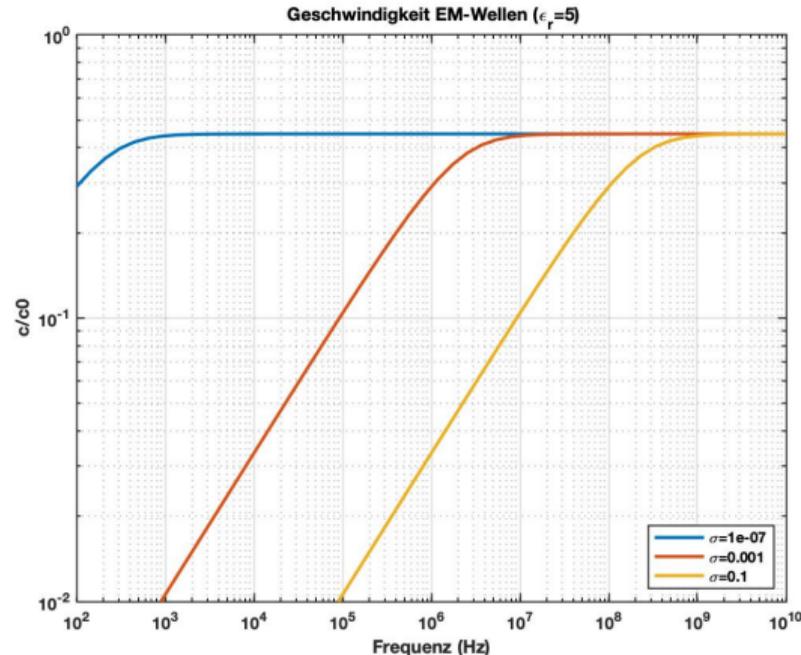
$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}, & \omega\epsilon \ll \sigma \quad \text{EM} \\ \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}, & \sigma \ll \omega\epsilon \quad \text{GPR} \end{cases}$$

Der Fall $\omega\epsilon \ll \sigma$ tritt bei geringen Frequenzen und hoher Leitfähigkeit auf.

Der Fall $\sigma \ll \omega\epsilon$ tritt bei hohen Frequenzen und geringer Leitfähigkeit auf.

Im Frequenzbereich des Georadar $10^6 - 10^9 \text{ Hz}$ liegen wir bei hoher Leitfähigkeit im Grenzbereich.

Ausbreitungsgeschwindigkeit : σ



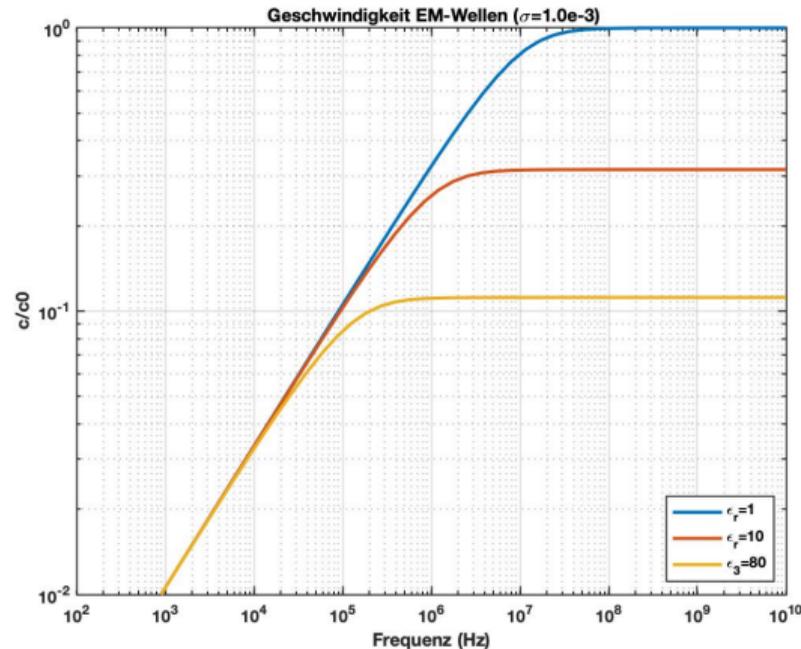
$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2}$$

■ Plateau: $\omega \rightarrow \infty : c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

■ Unterhalb

$$\omega \rightarrow 0 : c = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \propto \sqrt{\omega}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit: ϵ_r



$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{\epsilon_r} \sqrt{\frac{2}{\mu\epsilon}} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right)^{1/2} + 1 \right]^{-1/2}$$

■ Plateau: $\omega \rightarrow \infty : c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

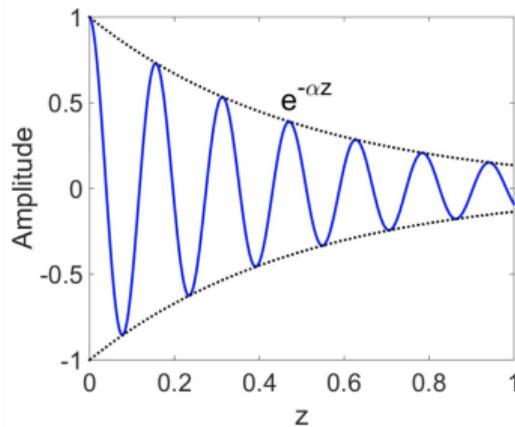
■ Unterhalb

$$\omega \rightarrow 0 : c = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \propto \sqrt{\omega}$$

Dämpfung

Absorptionskoeffizient nach Gl. 2

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}, & \omega \epsilon \ll \sigma \quad \text{EM} \\ \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, & \sigma \ll \omega \epsilon \quad \text{GPR} \end{cases}$$

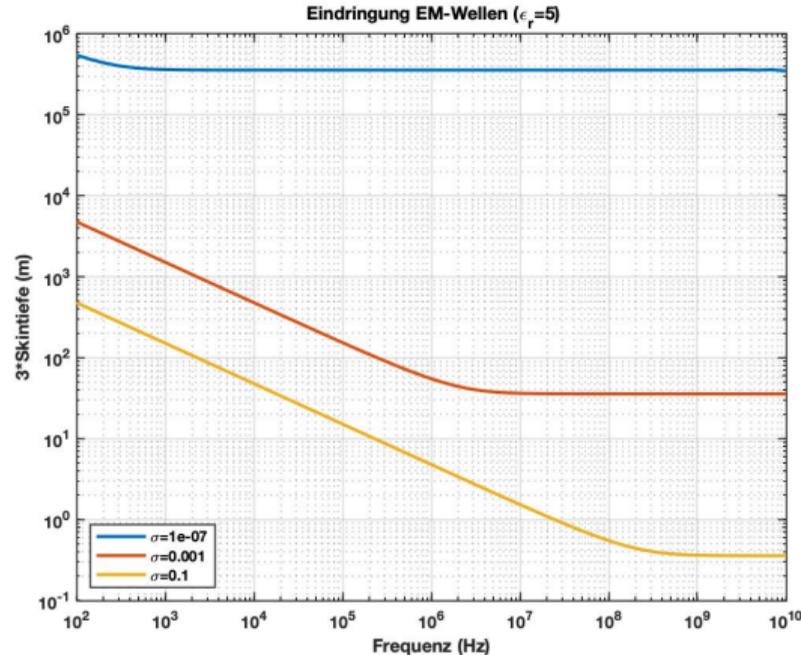


In der Skintiefe hat die Amplitude um den Faktor $\frac{1}{e} \approx 0.37$ abgenommen

$$z_s = \delta = \frac{1}{\alpha}$$

Eindringung $\approx 3\delta$

Eindringung EM-Wellen



$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right)}$$

■ Plateau:

$$\omega \rightarrow \infty : 3\delta = \frac{3}{\alpha} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

■ Unterhalb

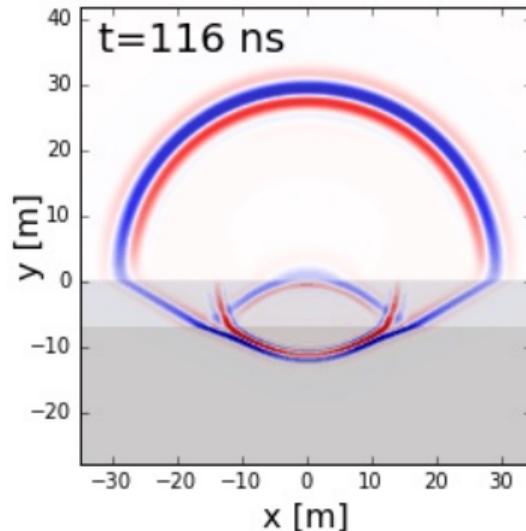
$$\omega \rightarrow 0 : 3\delta = \frac{3}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \propto \frac{1}{\sqrt{\omega}}$$

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- **Wellenausbreitung**
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Wellenausbreitung in einem geschichteten Modell

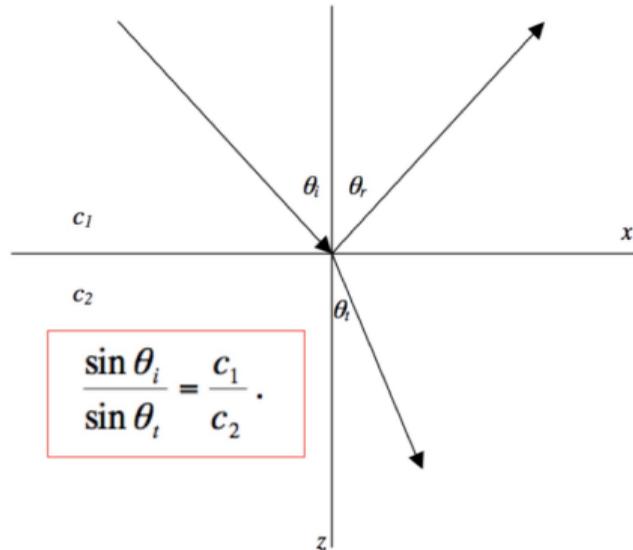
Movie



- Starke Luftwelle
- Dämpfung mit der Tiefe
- Verringerung der Geschwindigkeit mit der Tiefe
- Verringerung der Wellenlänge mit der Tiefe
- Erhöhung der Auflösung mit der Tiefe

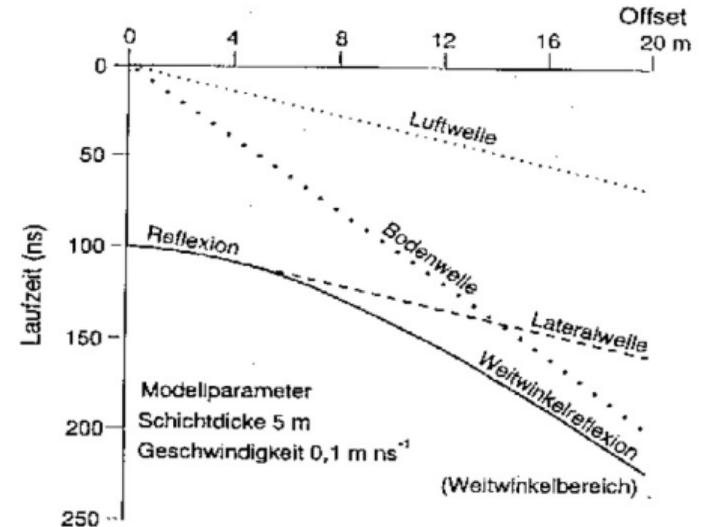
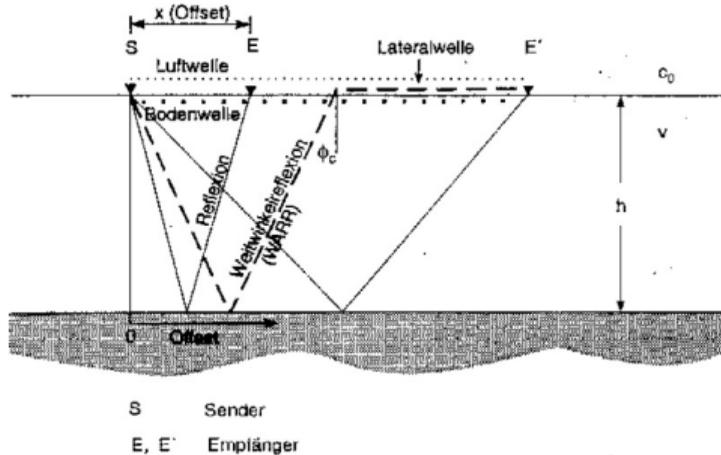
https://gpg.geosci.xyz/_images/LayeredEarth.gif

Es gilt das Brechungsgesetz nach Snellius



- Reflexionen: Einfallswinkel=Ausfallswinkel
- Kopfwellen $\theta^* = \arcsin\left(\frac{c_1}{c_2}\right)$, entsteht nur wenn $c_1 < c_2$ (Seismik)
- Meistens aber $\epsilon_{r,2} > \epsilon_{r,1}$
- Daher $c_1 = \frac{c_0}{\epsilon_{r,1}} > c_2 = \frac{c_0}{\epsilon_{r,2}} \rightarrow$ keine primären Kopfwellen beim Georadar
- Eine von unten unter $\theta^* = \arcsin\left(\frac{c_1}{c_0}\right)$ auf die Erdoberfläche treffende Welle erzeugt eine Kopfwelle, die Lateralwelle genannt wird.

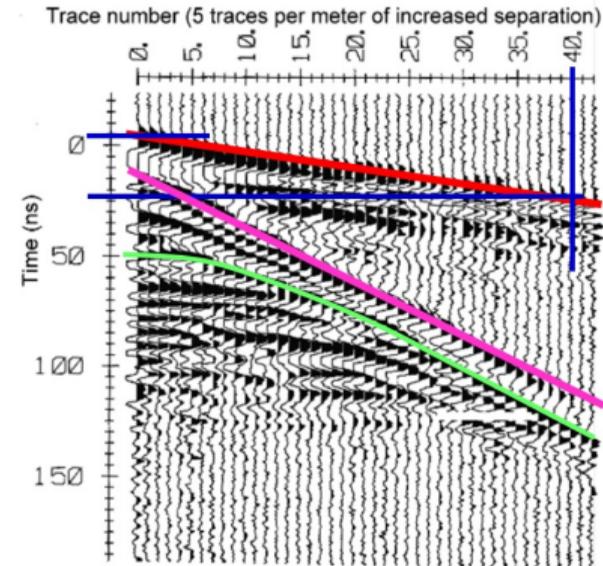
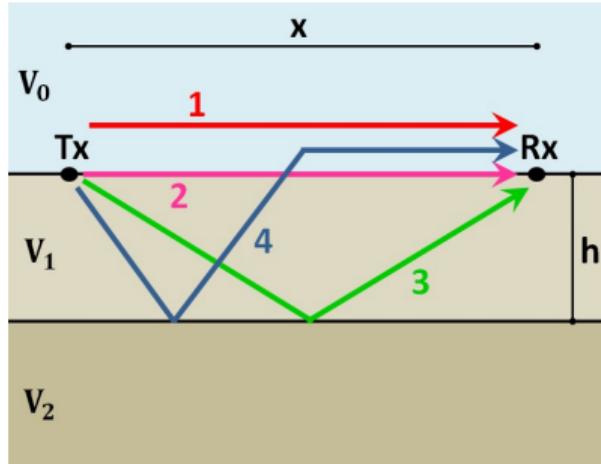
Wellenwege und Laufzeitkurven



Laufzeitdiagramm für den söhligem Zweischichtfall

Besonderheit: Lateralwelle bei jeder Reflexion

Wellenwege und Laufzeitkurven

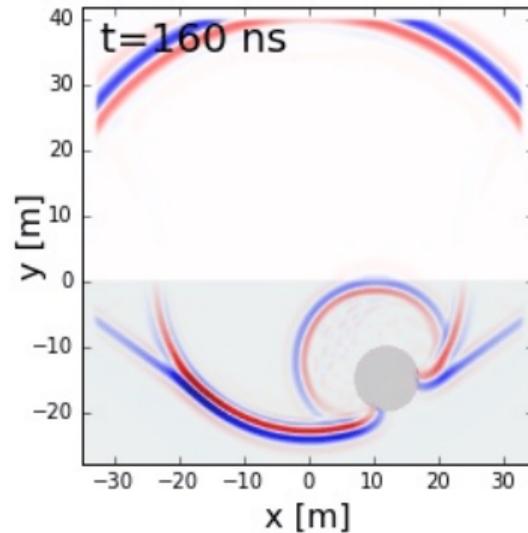


<https://gpg.geosci.xyz/content/GPR/index.html>

1: Luftwelle, 2: Direkte Welle, 3: Reflexion, 4: Reflexion+Lateralwelle

Streuung an einem Leiter

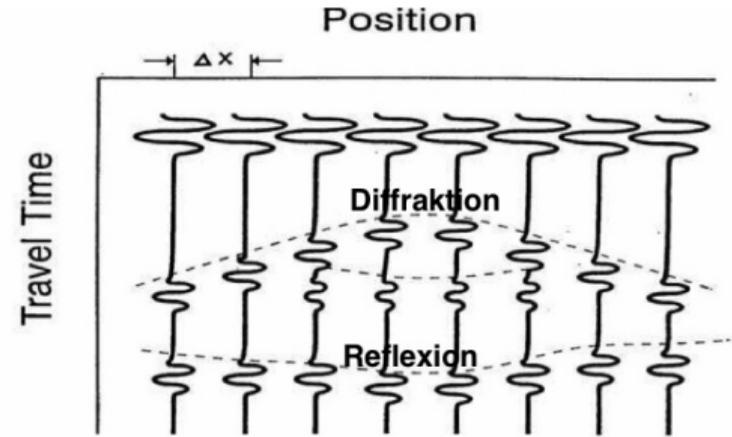
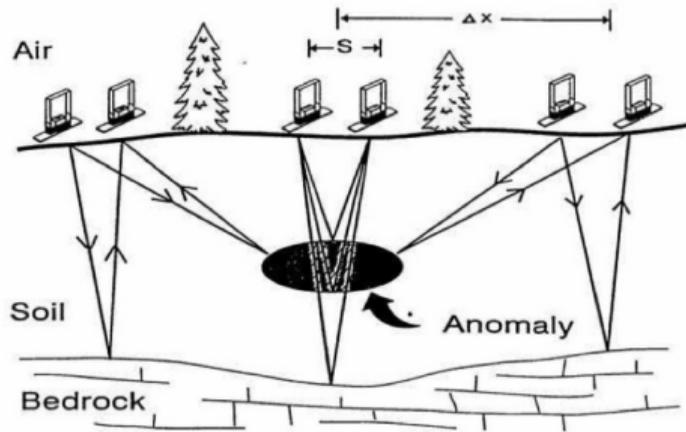
Movie



- Starke Streuung an einem Leiter
- Erzeugt durch Kontrast in ϵ_r und σ

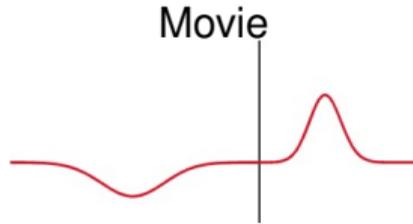
https://gpg.geosci.xyz/_images/Conductor.gif

Streuung erzeugt Diffraktionen



Kleinräumige Anomalien in ϵ_r und/oder σ erzeugen Streuung/Diffraktionen

Reflexionsamplituden



htt-

[ps://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partial_transmittance.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Partial_transmittance.gif)

Reflexionskoeffizient

$$R = \frac{\text{Einfallende Amplitude}}{\text{Reflektierte Amplitude}} = \frac{c_2 - c_1}{c_1 + c_2}$$

Transmissionskoeffizient

$$T = \frac{\text{Transmittierte Amplitude}}{\text{Reflektierte Amplitude}} = \frac{2c_2}{c_1 + c_2}$$

c_1 ist die Geschwindigkeit der Schicht, in der die einfallende Wellen propagiert.

Eine Kontrast in $c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ wird vor allem durch einen Kontrast in ϵ_r erzeugt:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_{r,2}}}{\sqrt{\epsilon_{r,1}}}$$

Besonderheiten der Wellenausbreitung Georadar

- 1 Geschwindigkeitabnahme mit der Tiefe
 - → Kopfwelle an der Erdoberfläche = "Lateralwelle"
 - → Keine Kopfwellen an geologischen Grenzflächen
- 2 Diffraktionen durch kleinräumige Variationen in ϵ_r manchmal σ
- 3 Geringere Wellenlängen mit der Tiefe → höhere Auflösung
- 4 Hohe Dämpfung durch σ → geringe Eindringung in leitfähigen Medien

Agenda

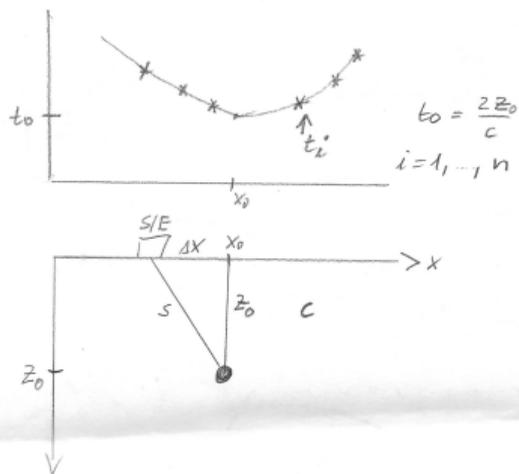
- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- **Geschwindigkeitsanalyse**
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Geschwindigkeitsanalyse

- Wie in der Seismik wird ein Modell der Ausbreitungsgeschwindigkeiten für die Abbildung (Migration) benötigt
- Die Analyse reflektierter Wellen in einer Multi-Offset-Messung erfolgt analog wie in der Seismik mit dem CMP-Verfahren
- In der mono-statischen Messkonfiguration (ZO-Konfiguration) können Diffraktionen ausgewertet werden.
- Diffraktionen werden beim Georadar häufig beobachtet.

Geschwindigkeitsanalyse von Diffraktionen

Auswertung Diffraktionen monostatische Anordnung



monostatische Anordnung Sender = Empfänger

$$\Delta x^2 + z_0^2 = s^2 \quad t = \frac{2s}{c} \Rightarrow t = \frac{2}{c} \sqrt{\Delta x^2 + z_0^2}$$

$$t = 2 \sqrt{\frac{4\Delta x^2}{c^2} + \frac{z_0^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{4\Delta x^2}{c^2} + t_0^2}$$

$$\Rightarrow t^2 = t_0^2 + \frac{(2\Delta x)^2}{c^2} = t_0^2 + \frac{4}{c^2} (\Delta x)^2$$

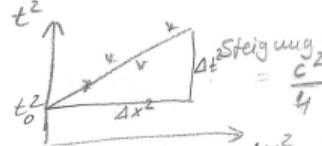
Bestimmung von c

Variante a) 2

$$c_i^2 = \frac{(2\Delta x)^2}{t_i^2 - t_0^2}$$

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n c_i$$

Variante b)



→ Tiefenbest. mittels $t_0 = \frac{2z_0}{c} \Rightarrow z = \frac{ct_0}{2}$

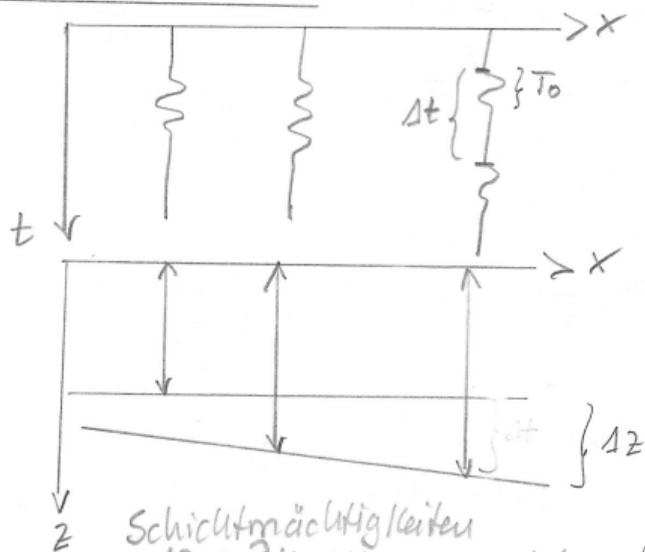
Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- **Vertikale Auflösung**
- Beispiele
- Zusammenfassung

Vertikale Auflösung

Die Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f}$ bestimmt das Auflösungsvermögen:

Vertikale Auflösung



Schichtmächtigkeiten

$\Delta z < \lambda/4$ können nicht aufgelöst werden

$$T_0 = \text{Periode} = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{\text{Hauptfrequenz}}$$

Kriterium

$$\Delta t = \frac{2\Delta z}{c} > \frac{T_0}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta z > \frac{c}{4} T_0$$

oder

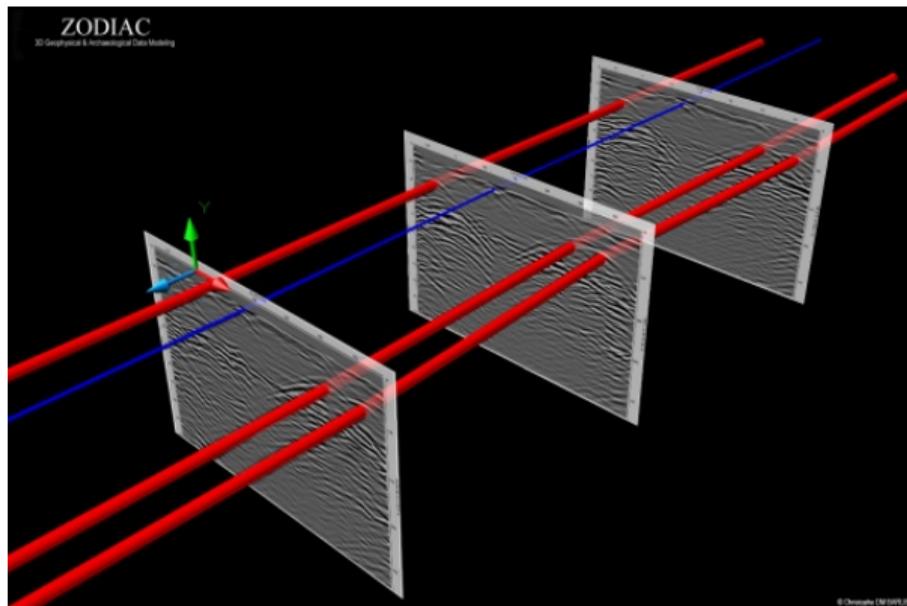
$$\Delta z > \frac{c}{4f_0}$$

$$\Delta z > \frac{\lambda}{4} \quad f_0 \approx \frac{1}{T_0} \quad \text{Hauptfrequenz}$$

Agenda

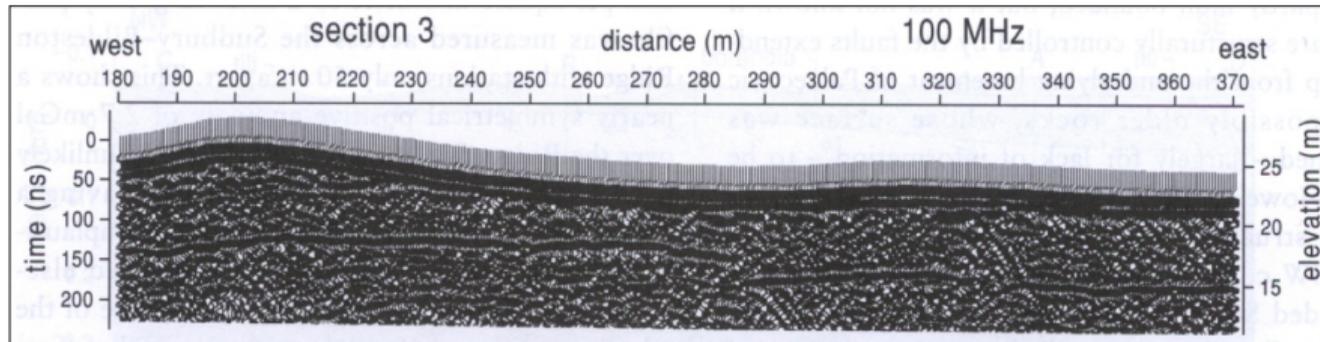
- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- **Beispiele**
- Zusammenfassung

Kartierung von Leitungen



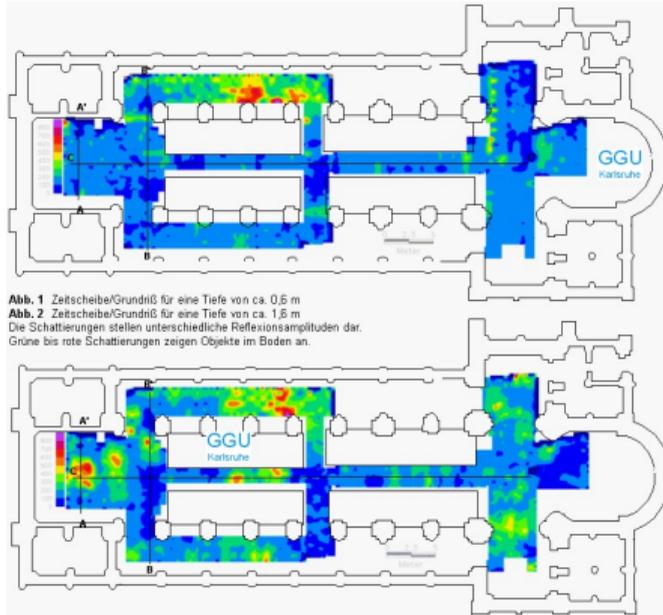
(Quelle: Eastern Atlas)

Kartierung des Grundwasserspiegels



Wasser im Boden führt zu einer deutlichen Reduktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit.
Daher erscheint der Grundwasserspiegel als deutlicher Kontrast.

”Schatzsuche” in einer Kirche



Kartierung des Untergundes in einer Kirche

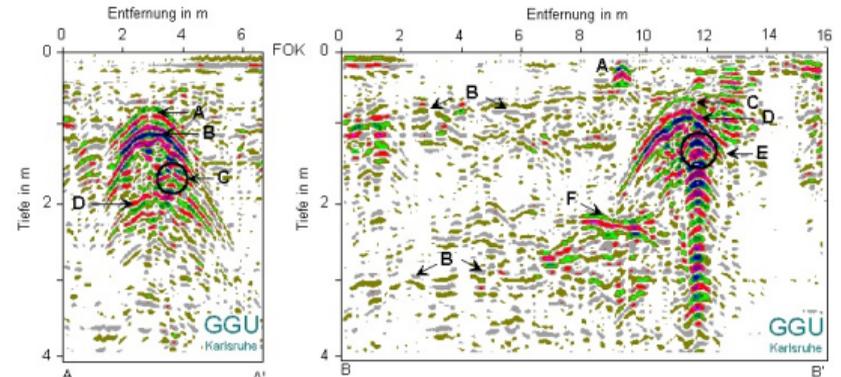


Abb. 3 Radargramm/Schnitt A - A'
 Interpretationen:
 A Gewölbeoberkante
 B Unterkante des Mauerwerks
 C Objekt im Hohlraum
 D Boden des Hohlraums

Abb. 4 Radargramm/Schnitt B - B'
 Interpretationen:
 A Leitung
 B Bodenschichten
 C Gewölbeoberkante
 D Unterkante des Mauerwerks
 E metallisches Objekt im Hohlraum
 F Schichtgrenze

Gewölbeoberkante und Objekte im Gewölbe

(Quelle: GGU Karlsruhe)

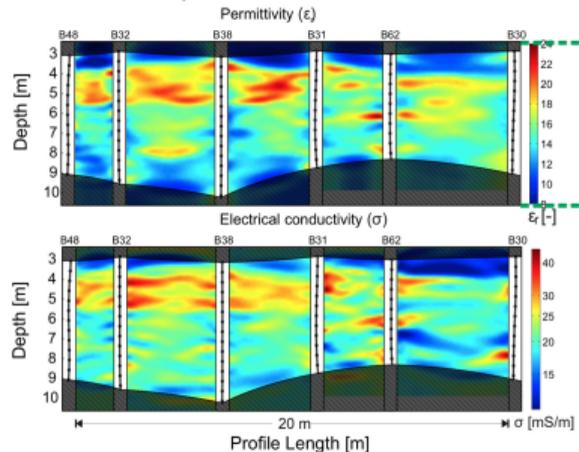


Bohrlochtomographie mit Wellenforminversion

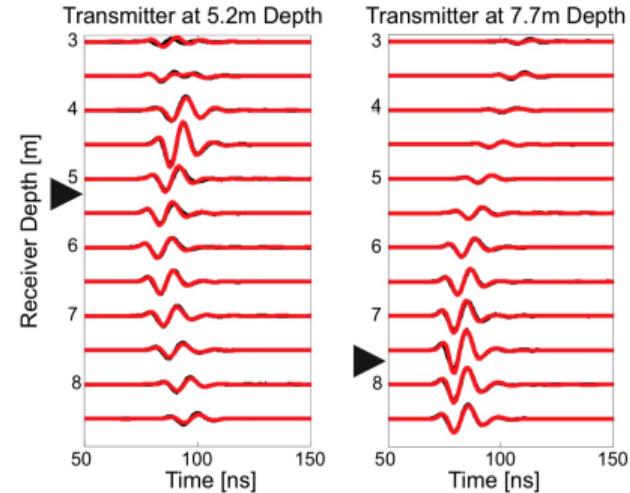
a) Borehole GPR Measurements



c) GPR FWI Results



e) Radargrams



(Quelle: Forschungszentrum Jülich)  

Agenda

- Einführung
- Lösung der Telegraphengleichung: Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung
- Wellenausbreitung
- Geschwindigkeitsanalyse
- Vertikale Auflösung
- Beispiele
- Zusammenfassung

Zusammenfassung I

- Das Georadar ist ein hochauflösendes Wellenverfahren für die oberflächennahe Untersuchung von kleinräumigen Objekten. Klassische Anwendungsfelder sind die oberflächennahe Erkundung von Hohlräumen, Leitungen, Gräber oder Grundwasser.
- Die Telegraphengleichung beschreibt die grundlegende Physik beim Georadar.
 - Die maßgeblichen Materialparameter des Untergrundes sind die elektrische Permittivität ϵ und die elektrische Leitfähigkeit σ .
 - Im Bereich des GPR-Plateaus gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = c_0 / \sqrt{\epsilon_r}$.
 - Die Eindringtiefe beträgt etwa $3\delta = 3\sqrt{\frac{2}{\omega\sigma}}$

Zusammenfassung II

- Die Besonderheiten der Wellenausbreitung sind
 - Es gilt das Brechungsgesetz nach Snellius.
 - Es besteht eine stark frequenzabhängige Dämpfung bzw. Eindringung (s.o.).
 - Die Radargramme enthalten oft viele Diffraktionen.
 - Es entsteht eine Lateralwelle an der Erdoberflächeäache bei jeder Reflexion.
 - In der Regel entstehen keine Kopfwellen an Grenzflächen.
- Ein erstes Geschwindigkeitsmodell des Untergrundes kann durch die Auswertung der Laufzeiten von Diffraktionen erstellt werden.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.