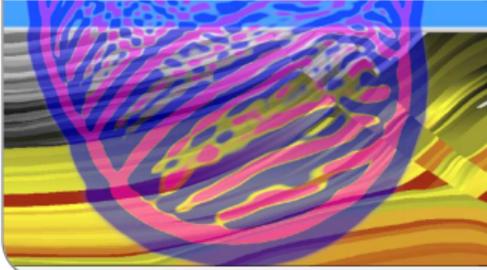


Einführung in die Geophysik I

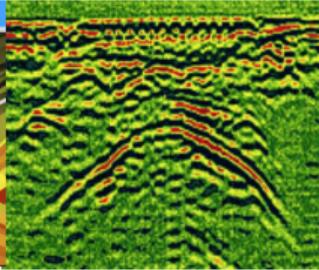
Gravimetrie I

Thomas Bohlen, Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik

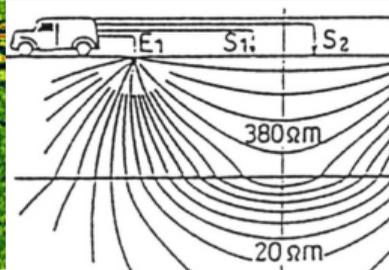
Seismik



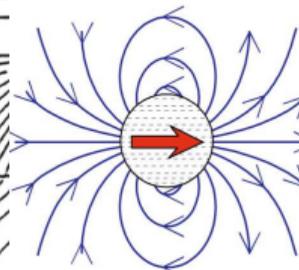
Georadar



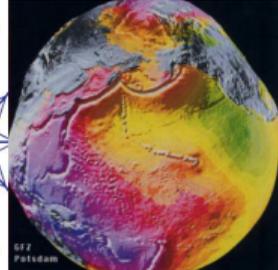
Geoelektrik



Magnetik



Gravimetrie



Inhalte der Vorlesung im Semester WS 2022/23

- | | | |
|---|------------------------------|-----------------------|
| 1 | Einführung | (02.11) |
| 2 | Seismische Wellenausbreitung | (02.11, 09.11) |
| 3 | Refraktionsseismik | (16.11) |
| 4 | Reflexionsseismik | (23.11) |
| 5 | Elektromagnetische Verfahren | (30.11, 07.12, 14.12) |
| 6 | Geoelektrik | (11.01) |
| 7 | Gravimetrie | (18.01, 25.01) |
| 8 | Magnetik | (01.02, 08.02) |

Die Klausur findet voraussichtlich am 15.02.2023 statt.

Vorlesungsinhalte heute

- Das Gravitationsgesetz - Grundlage der Gravimetrie
- Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
- Definition des Schwerepotential
- 3 Näherungen an die Gestalt der Erde
 - ① Kugel
 - ② Ellipsoid
 - ③ Geoid
- Schwerereduktionen. Korrektur von Störeffekten durch
 - 1 Fliehkraft durch Erdrotation
 - 2 Topographie der Erdoberfläche
 - 3 Umgebende Gesteinsschichten
 - 4 Berge/Täler
 - 5 Gezeiten

Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Das Gravitationsgesetz

Die Grundlage bildet das Gravitationsgesetz. Dieses besagt, daß sich 2 punktförmige Massen entlang der Verbindungslinie anziehen:



$$\text{Es gilt } |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Die Gravitationskonstante hat den Wert

$$G = (6,67408 \pm 0,00031) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

\uparrow unsicher \uparrow standardabw.

$$m_1, m_2 : [\text{kg}]$$

$$r : [\text{m}]$$

$$F_1, F_2 : [\text{N}]$$

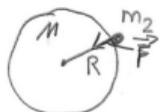
Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Schwerebeschleunigung auf der Oberfläche einer homogenen Kugel

Nehmen wir nun an, daß m_1 eine homogene Kugel mit dem Radius $R = 6371 \text{ km}$ und der Masse $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (mittlere Dichte $5,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) ist.
Die 2. Masse befindet sich auf deren Oberfläche

hom.
Kugel



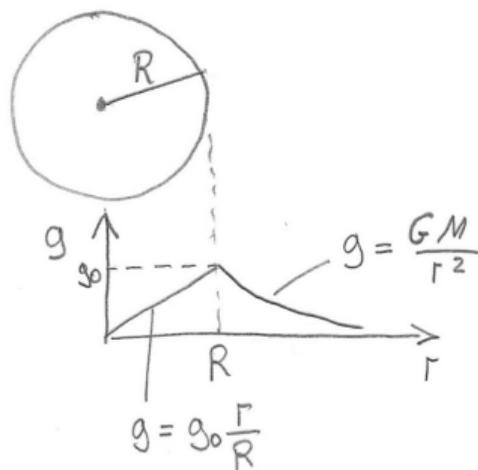
Die Gravitationskraft auf m_2 ist
$$|\vec{F}| = \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot m_2 = g_0 \cdot m_2$$

Die Kraft wirkt in radialer Richtung auf den Mittelpunkt zu.
Die gravitative Wirkung der Kugel entspricht der eines Massepunktes der Masse M im Mittelpunkt.

Die Größe $g_0 = \frac{G \cdot M}{R^2}$ ist die sog. Normalbeschleunigung
sie beträgt für die Erde $g_0 = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 981 \text{ gal}$
 $1 \text{ gal} = \frac{1 \text{ cm}}{\text{s}^2}$

Schwerebeschleunigung innerhalb und außerhalb einer homogenen Kugel

Verlauf der Normalbeschleunigung innerhalb und außerhalb der Kugel



Abweichungen der Schwerewirkung von einer homogenen Kugel

Die Abweichungen von der Schwerewirkung einer homogenen Kugel können zum Beispiel hervorgerufen werden durch

- 1 Dichteanomalien in der Erde
- 2 Abweichungen von der Kugelform
- 3 Rotation der Kugel
- 4 Einfluß anderer Massen, wie z.B. Sonne, Mond, Atmosphäre, Gebirge

Diese Faktoren werden wir im Folgenden weiter betrachten.

Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

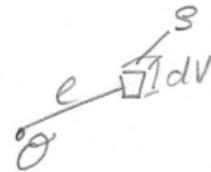
Das Schwerepotential

Definition des Schwerepotentials

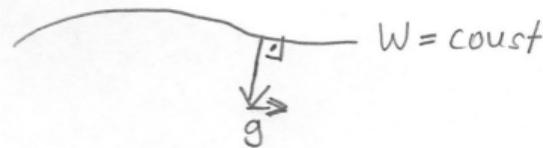
Das zur Beschleunigung \vec{g} gehörige Schwerepotential lässt sich berechnen aus

$$W = G \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho}{r} dV$$

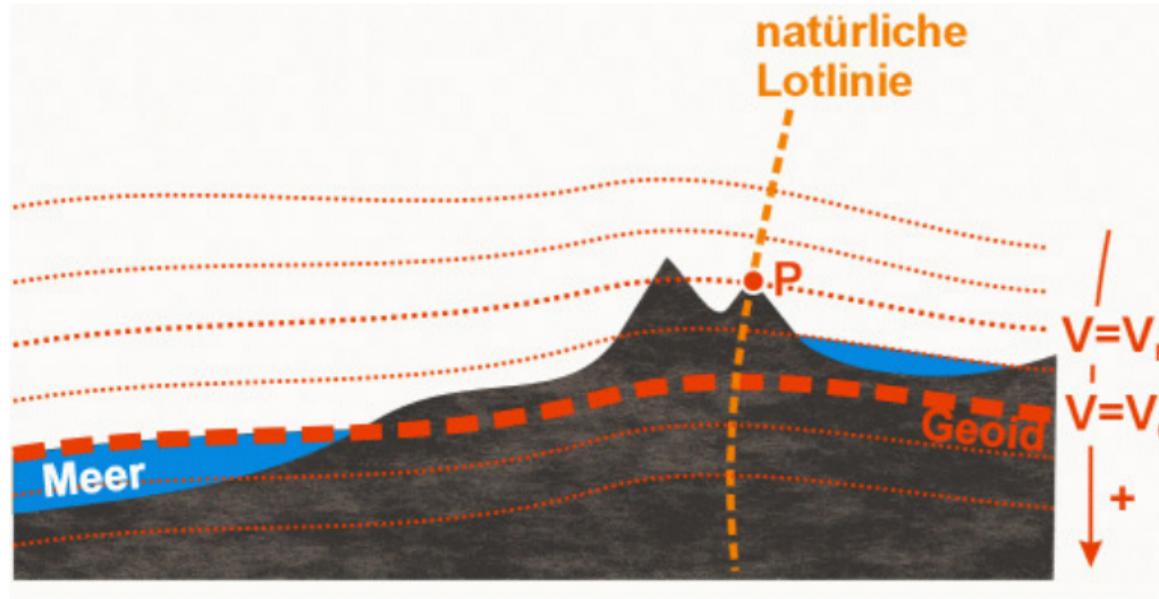
Es gilt $\vec{g}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} W(\vec{r})$



Flächen mit $W = \text{const}$ heißen Äquipotentialflächen



Das Schwerepotential



Die Äquipotentialfläche des Schwerepotentials, die mit der mittleren Meeresoberfläche zusammenfällt, wird Geoid genannt.

Agenda

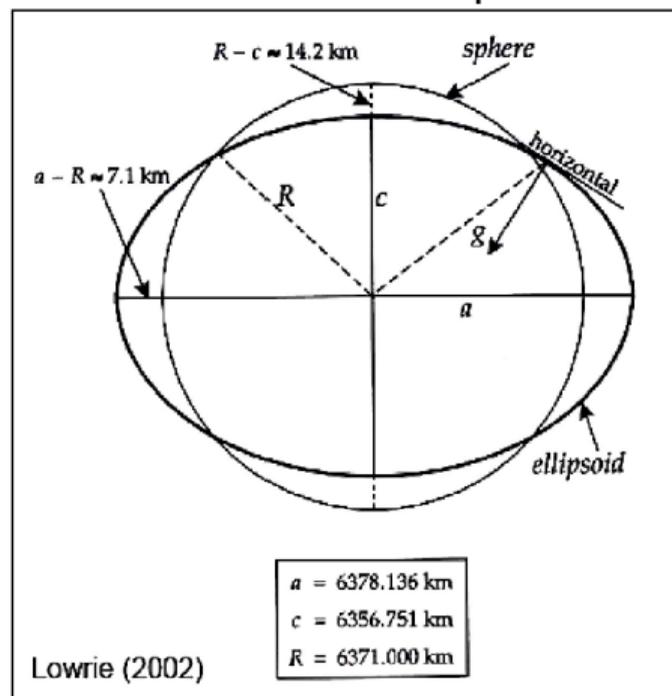
- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Näherungen an die Form der Erde

Es werden 3 Näherungen verwendet, um die Form der Erdoberfläche zu beschreiben. Die ersten beiden Näherungen geben eine mathematische Form an. Die 3. Näherung eine physikalische Definition.

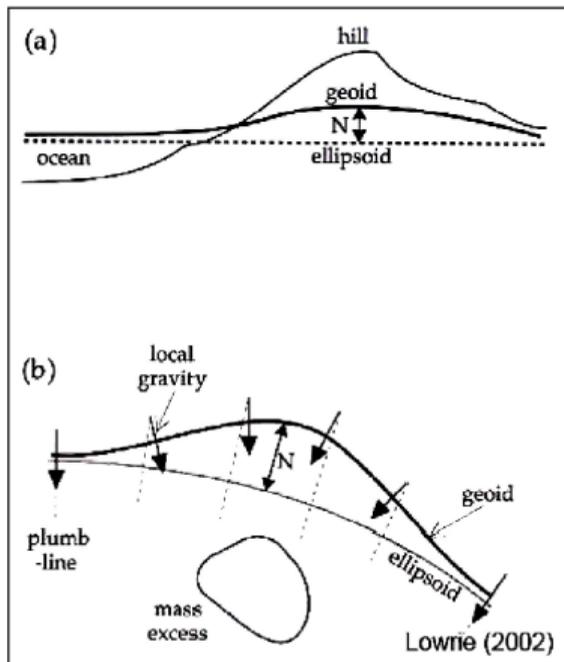
- 1 Die Erde ist eine Kugel mit dem Radius $R = 6371,01$ km.
- 2 Die Erde ist ein Ellipsoid (Referenzellipsoid) mit den Halbachsen $a \approx 6378$ km und $c \approx 6357$ km. Die Abweichungen von der Kugel betragen am Pol $R - c \approx 14,2$ km und am Äquator $R - a = -7,1$ km.
- 3 Die Form der Erdoberfläche ist eine Äquipotentialfläche des Schwerepotentials $W = W_D = \text{const}$. Diese Fläche wird Geoid genannt. W_D wurde so gewählt, dass die Fläche mit der mittleren Meeresoberfläche zusammen fällt.

Mathematische Näherungen an die Erdgestalt



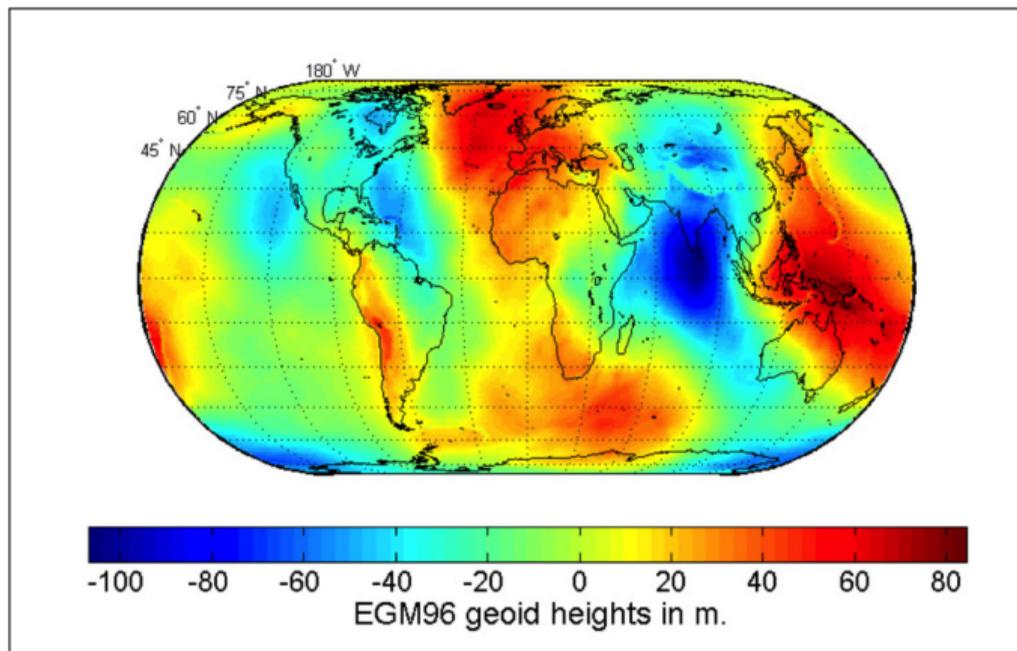
- 1 Kugel: R
- 2 Rotationsellipsoid: arc

Physikalische Näherungen an die Erdgestalt: Geoid



- Das Geoid ist eine Equipotentialfläche des Schwerepotentials
- Die Form des Geoid spiegelt Dichteveränderungen im Erdinneren wieder
- Die Abweichungen N zwischen Geoid und Ellipsoid werden Geoidundulationen genannt.
- Der Vektor der Schwerebeschleunigung \vec{g} steht senkrecht auf dem Geoid

Globale Geoidundulationen



Globale Geoidundulationen

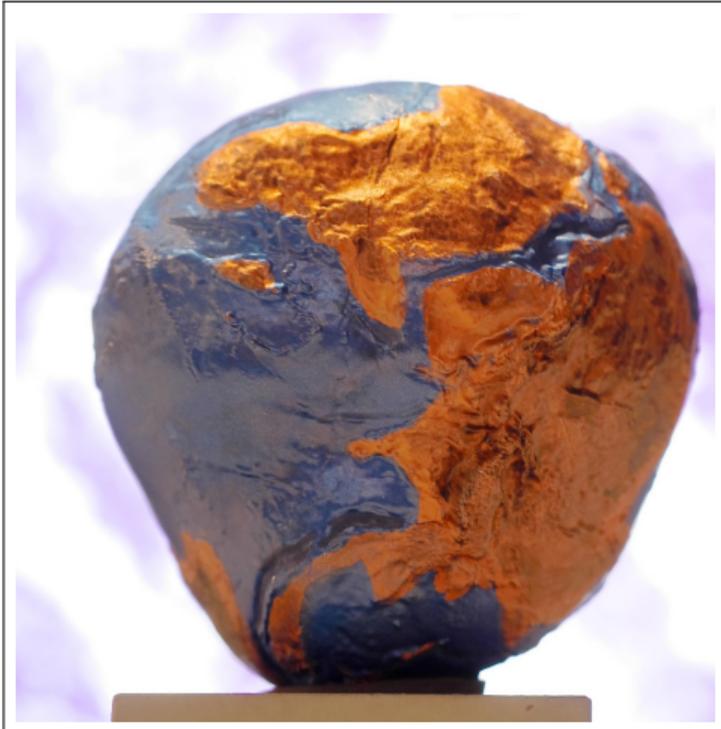
Geoidundulationen sind mit Strukturen und Prozessen im tieferen Erdinneren korreliert. Diese sind zum Beispiel

- 1 Die Aufwölbungen des Geoids im Westpazifik und an der Westküste Südamerikas sind eine Folge des dort stattfindenden Abtauchens alter, dichter ozeanischer Lithosphäre in den Erdmantel.
- 2 Nordatlantik/Island Aufwölbung der Lithosphäre durch Mantelkonvektion
- 3 Das prägnante Tief im Geoid südlich Indiens könnte mit der nordwärts gerichteten Bewegung der indischen Lithosphärenplatte zusammenhängen, die das Himalajamassiv auf schiebt und auf der Rückseite die Masse im Erdmantel ausdünn.
- 4 Eine weitere Senke im Geoid über Kanada ist ein Relikt der Vereisung vor etwa 20 000 Jahren.

(Förste 2010)



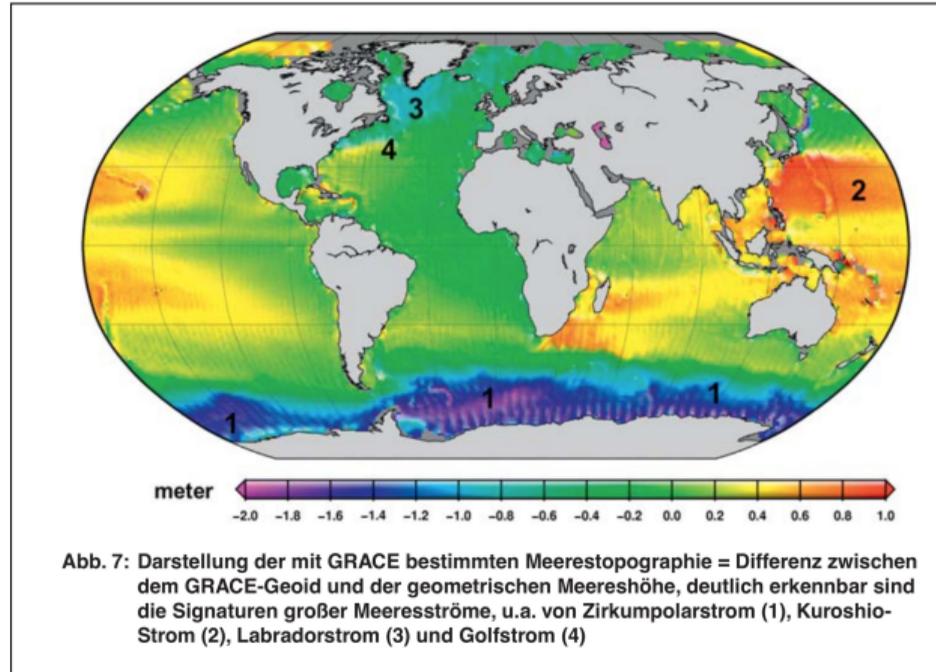
Potsdamer Kartoffel



Dreidimensionales Modell der "Potsdamer Kartoffel" (2017) mit einer 15000-fach verstärkten Darstellung der Höhenabweichung.

(Quelle: Deutsches GeoForschungsZentrum Potsdam.)

Kleinskalige Geoidundulationen

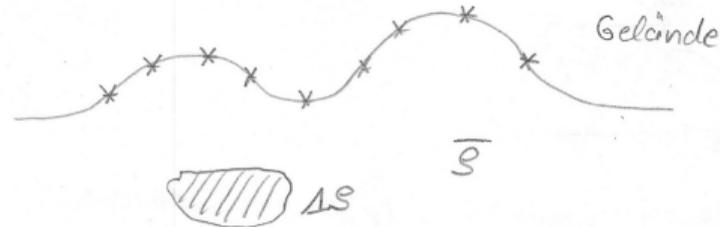


Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- **Schwerereduktionen**
- Zusammenfassung
- Referenzen

Schwererereduktionen

Ziel: Korrektur von Störfaktoren, um die lokale Schwereanomalie von Dichteanomalien abzubilden



Störfaktoren : 1. Fliehkraft , 2. Topographie , 3. Gesteine
4. Berge/Täler , 5. Gezeiten

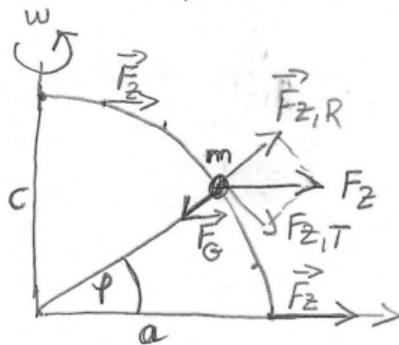
Schwererereduktionen

1a) Normal schwere reduktion	}	→	Fliehkraft
b) Breitenreduktion			
2) Freiluftreduktion	→		Topographie (Höhenunterschiede)
3) Bougerreduktion	→		Mittlere Wirkung der umgebenden Gesteinsschichten
4) Geländereduktion	→		Wirkung benachbarter Massen (Berge, Täler)
5) Korrektur zeitabh. Effekte (Basismessung)	→		Gezeiten (Mond, Sonne) Atmosphäre Geräteeffekte (Temp.)

Schwerereduktionen

1a) Normalschwerereduktion

(Masse m)
Wir befinden uns auf einem rotierendem Ellipsoid.



$c = 6357 \text{ km}$ Polradius
 $a = 6378 \text{ km}$ Äquatorradius
 φ : geozentr. Breite
 w : Rotationsgeschw.
 $7,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

\vec{F}_Z : Zentrifugalkraft, $\vec{F}_{Z,R}$: Radialkomponente der Zentrifugalkraft
 \vec{F}_G : Gravitationskraft

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_Z$

Schwerereduktionen

F_G : Gravitationskraft

Resultierende Kraft in radialer Richtung: $\vec{F}_R = \vec{F}_G - \vec{F}_{Z, R}$

Die resultierende Beschleunigung ($\vec{F}_R = m \vec{g}$)
wird als γ_0 bezeichnet: $\gamma_0 = \frac{|\vec{F}_R|}{m}$

Für eine rotierende Kugel mit dem Radius R gilt

$$\gamma_0 = \frac{|\vec{F}_R|}{m} = \underbrace{\frac{G \cdot M}{R^2}}_{\text{Normalbeschle.}} - \underbrace{\omega^2 R \cos^2 \varphi}_{\text{Zentrifugalbeschle.}}$$

$\gamma_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

Schwerereduktionen

Auf einem rotierendem Ellipsoiden hat Carlo Somigliana (1929) folgende Formel angegeben

$$\gamma_0 = \frac{a \gamma_a \cos^2(\varphi) + c \gamma_c \sin^2 \varphi - 5,8 \cdot 10^{-6} \sin^2(2\varphi)}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + c^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$\gamma_a = 9,780 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad : \quad \text{Normalschwere am Äquator}$$

$$\gamma_c = 9,832 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad : \quad \text{" " Pol}$$

$$1 \text{ gal} = \frac{1 \text{ cm}}{\text{s}^2}$$

$$= \frac{10^{-2} \text{ m}}{\text{s}^2}$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 100 \text{ gal}$$

Eine Reihenentwicklung ergibt die Internationale Schwereformel (1980)

$$\gamma_0 = \gamma_a (1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi + \dots)$$

$$\beta = 5,3024 \cdot 10^{-3}, \quad \beta_1 = -5,8 \cdot 10^{-6}$$

#5

Genauigkeit

$$\pm 10^{-6} \text{ m/s}^2$$

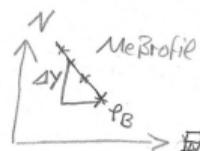
$$\pm 10^{-4} \text{ gal} = \frac{100}{\text{gal}}$$

1b) Breitenreduktion

Mit der obigen Normalschwerpunkt wird oft
die Normalschwere für eine Basispunkt (geogr. Breite φ_B)
berechnet. Ausgehend von diesem Punkt
wird an die Wirkung der Fliehkraft in Nord-Süd-
Richtung mit folgender Breitenkorrektur berechnet

$$\Delta \gamma_0 = 8,1 \cdot 10^{-4} \sin^2(2\varphi_B) \cdot \Delta y \text{ [mgal]}$$

Δy : Distanz vom Basispunkt (φ_B)
in Km

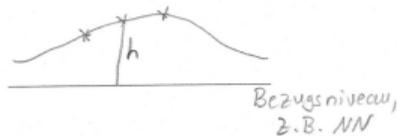


Für $\varphi_B = 50^\circ$ ist $\Delta \gamma_0 = 0,8 \text{ mgal/Km}$

[Diese Breitenkorrektur ist praktikabler und genauer als
die Normalschwererereduktion für jeden Messpunkt]

2. Freiluftreduktion

Veränderung der
Schwere Wirkung
mit der Höhe



$$\begin{aligned} \sigma_{g_{Fe}} &= GM \left(\frac{1}{(R+h)^2} - \frac{1}{R^2} \right) \quad \text{Taylorentwicklung um } R \\ &\approx -2 \frac{GM}{R^2} \frac{h}{R} = -2g_0 \frac{h}{R} \approx -0,3086 \cdot h \quad [\text{mgal}] \end{aligned}$$

Genauigkeit des Messgerätes sei $\Delta(\sigma_{g_{Fe}}) = 0,01 \text{ mgal}$ $h \text{ [m]}$

$$\Delta(\sigma_{g_{Fe}}) = \frac{\partial(\sigma_{g_{Fe}})}{\partial h} \Delta h = 0,3086 \cdot \Delta h$$

$$\Delta h = \frac{\Delta(\sigma_{g_{Fe}})}{0,3086} = \frac{0,01 \text{ mgal}}{0,3086} \approx 0,03 \text{ m}$$

→ Genauigkeit der Höhe sollte etwa $\pm 3 \text{ cm}$ sein

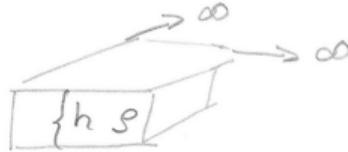
→ DGPS

(Höhenveränderung von 3cm erzeugt $\Delta g = 0,01 \text{ mgal}$) #6

3. Bougerreduktion

Korrektur der Schwerkraftwirkung der zwischen Meßpunkt und Bezugsniveau befindlichen Gesteinsschicht

Modell: Unendlich ausgedehnte Gesteinsplatte (Bouger-Platte)



Die Schwerkraftwirkung dieser Platte beträgt (Vertikalkomp. von \vec{g})

$$\Delta g_B = 2\pi G S h$$

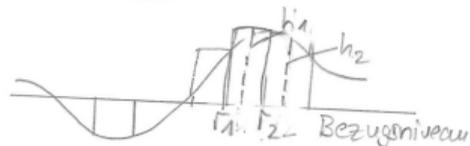
Beispiel: $h = 10\text{ m}$, $S = 2,39 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \Delta g_B \approx 1\text{ mgal}$

4. Geländereduktion

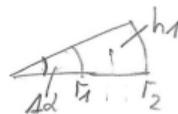
Korrektur der Topographie (seitliche Schwerewirkung)

Ein teilung der Höhen in Zylinder-Sektionen

Entlang des Profils



In der Fläche



Schwerewirkung eines Zylinders

$$\sigma_{g_{\text{Topo}}} = \sum_{i, dA} G \cdot S \cdot dA \left(r_{i+1} - r_i + \sqrt{r_i^2 + h_i^2} - \sqrt{r_{i+1}^2 + h_i^2} \right)$$

5. Basismessung

Korrektur zeitabhängiger Veränderungen, z.B. durch Gezeiten (Sonne, Mond; Atmosphäre) und Gerätegang.

Mond $\pm 82 \mu\text{gal}$

Sonne $\pm 38 \mu\text{gal}$

Luft $< 900 \mu\text{gal}$

Basisstation
4g



#7
und Korrektur
aller anderen
Stationen

Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Zusammenfassung I

- Nach dem Gravitationsgesetz ist die Kraftwirkung zwischen 2 Körpern proportional zu deren Massen und nimmt mit dem Quadrat der Entfernung der Körper ab.
- Auf einer homogenen Erdkugel beträgt die Normalbeschleunigung 9.81 m/s^2 .
- Auf einem rotierenden Ellipsoiden ist die Beschleunigung am Pol größer und am Äquator geringer.
- Die Gestalt der Erde kann mathematisch durch eine Kugel oder besser durch einen Ellipsoiden beschrieben werden. Eine physikalische Beschreibung ist das Geoid.
- Das Geoid ist eine Äquipotentialfläche des Schwerepotentials. Es zeigt Dichteanomalien und Prozesse im Erdinneren an.

Zusammenfassung II

Vor der Interpretation einer Schweremessungen müssen verschiedene Korrekturen durchgeführt werden:

- 1 Die Fliehkraft durch Erdrotation wird durch die Normalschwerereduktion und Breitenreduktion eliminiert.
- 2 Höhenveränderungen durch Geländetopographie werden durch die Freiluftreduktion korrigiert.
- 3 Die mittlere Gesteinswirkung umgebender Gesteine wird durch die Bougerreduktion heraus gerechnet.
- 4 Die Wirkung benachbarter Berge und Täler wird durch die Geländerreduktion entfernt.
- 5 Zeitabhängige Veränderungen durch Gezeiten können durch die Subtraktion einer Basismessung berücksichtigt/entfernt werden.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

✉ Thomas.Bohlen@kit.edu

🔗 <http://www.gpi.kit.edu/>

Veröffentlicht unter  Lizenz.

Agenda

- Physikalische Grundlagen
 - Das Gravitationsgesetz
 - Schwerebeschleunigung einer homogenen Kugel
 - Das Schwerepotential
- Form der Erde
- Schwerereduktionen
- Zusammenfassung
- Referenzen

Referenzen

Förste, C. (2010), 'Das Schwerefeld der Erde und seine Vermessung mit Satelliten',
Vermessung Brandenburg **15**(1), 109–120.

URL: https://gfzpublic.gfz-potsdam.de/pubman/item/item_243574

Lowrie, W. (2007), *Fundamentals of Geophysics*, second edition edn, Cambridge University Press.