

# Einführung in die Geophysik II

VL gehalten von Ellen Gottschämmer

Sommersemester 2017

### **Zusammenfassung**

Diese VL-Zusammenfassung orientiert sich an der oben genannten VL, insbesondere an den im ILIAS bereitgestellten Folien sowie dem Kompetenzzettel, und hegt keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit und Richtigkeit.

# Kapitel 1

## Aufbau der Erde

### 1.1 Aufbau 1D-Modell

Grob betrachtet teilt sich die Erde in drei Bereiche auf: Kruste, Mantel und Erdkern.

**Kruste** : oberste feste Gesteinsschicht; kontinentale Kruste mit Dicke von etwa 30 km (25 - 60km); ozeanische Kruste nur etwa 7 km (5 - 10km); Bohrungen nur bis etwa 12 km möglich → Wissen über den Aufbau unserer Erde durch Untersuchung seismischer Wellen; Lithosphäre

**Moho** : Mohorovičić-Diskontinuität, Grenzschicht zwischen Kruste und oberem Mantel

**oberer Mantel** : bis etwa 400 km; harte Lithosphäre über fließfähiger Asthenosphäre (" low velocity zone" ) bis 200 km, darunter zähflüssig

**Übergangszone** : 700 km

**unterer Mantel** : bis 2900 km; zähflüssig, aber noch fest

**KMG** : Kern-Mantel-Grenze, D"-Schicht, in ca. 2890 km Tiefe

**äußerer Kern** : bis 5150 km; flüssig

**innerer Kern** : bis 6371 km; fest

### 1.2 Geschwindigkeiten und Parameter im Erdinnern

$v_P$  : Zunahme auf Grund Dichtezunahme; Abfall beim Übergang zu Flüssigkeiten wegen geringerem Kompressionsmodul

$v_S$  : Zunahme auf Grund Dichtezunahme; kein Schermodul in Flüssigkeiten → kein  $v_S$  in äußerem Kern

**Dichte** : Zunahme mit Tiefe auf Grund größerem Druck, vertikaler Temperaturgradient, Absinken schwerer Bestandteile, radioaktives Aufheizen

**Temperatur** : Zunahme wegen größerem Druck → Aufschmelzen von Gesteinen

**Druck** : Zunahme, weil Gesteine mehr zusammengestaucht werden auf Grund des Gewichtes der darüberliegenden Massen

### 1.3 Mantel

Geschwindigkeits- und Dichteprofile werden aus der Inversion seismologischer Untersuchungen gewonnen, aus chemischen Untersuchungen an Mantelxenolithen sowie in Laborexperimenten unter hohen Drücken und Temperaturen. Im Mantel steigen die Geschwindigkeits- und Dichtewerte sowie die Temperatur in erster Ordnung mit zunehmender Tiefe und damit zunehmendem Druck an. Sprünge unterteilen den Mantel in einen oberen und in einen unteren Bereich und innerhalb dieser können weitere Diskontinuitäten gefunden werden. Diese sind an Sprüngen der P-Wellengeschwindigkeit

erkennbar. In der Astenosphäre ist ein starker Temperaturanstieg bekannt, danach folgt ein geringerer Anstieg und an der D"-Schicht wieder ein stärkerer. Dass in manchen Bereichen die Temperatur aber stärker als in anderen ansteigt, wird als Hinweis auf Konvektion angesehen, durch die ein Großteil des Wärmetransports des Mantels erfolgt.

### 1.3.1 Zusammensetzung

Der Mantel setzt sich überwiegend aus Sauerstoff (44%), Magnesium (23%) und Silizium (21%) zusammen. Einen hohen Anteil an Magnesium und / oder Eisen findet man in den sogenannten mafischen Mineralen. Als ultramafische Minerale werden solche bezeichnet, die zu mindestens 90 Volumenprozent eines dieser Metalle enthalten. An Mineralen findet man vor allem Olivin und Pyroxene. Durch die mit der Tiefe zunehmende Drucksteigerung ändern sich Dichte und Struktur der Mineralkristalle. Dort findet man auch Änderungen der seismischen Parameter. So steigt in den Übergangsbereichen die seismische Wellengeschwindigkeit sprunghaft an und sonst nur wenig und dann linear.

3D-Strukturen werden über seismische Tomographie aufgelöst.

### 1.3.2 Spinellstrukturen von Olivin

**410 km** :  $\beta$ -Spinell-Struktur: Dichteanstieg von weniger als 10%; exotherme Reaktion (Freisetzung von Wärme)

**520 km** :  $\gamma$ -Spinell-Struktur: sehr viel geringerer Dichteanstieg; kaum Auswirkung auf seismische Geschwindigkeiten

**660 km** : Post-Spinell-Struktur (Perovskit und Periklas): Dichteanstieg von mehr als 10%; deutliche Diskontinuität in seismischen Parametern; Beginn des unteren Mantels

### 1.3.3 Strukturerkundung mittels seismischer Tomographie

Um die Auflösung einer Tomographieanordnung zu testen, bedient man sich des sogenannten "Checkerboards": Dabei wird ein Schachbrettmuster aus Diskontinuitäten simuliert und daraufhin auf die Auflösung getestet. Somit kann man die räumlich eingeschränkte Aussagekraft der Ergebnisse einschätzen. Daher stehen unterschiedliche Messungen nicht zwingend im Widerspruch zueinander, selbst wenn die Daten voneinander abweichen.

Eine noch nicht gelöste Frage unter Seismologen, Geodynamikern und -chemikern ist, ob es eine "whole mantle convection" gibt und wie tief die Subduktionszonen in die Erde hinein reichen. Man geht davon aus, dass sich die Wellenformen von verschiedenen Erdbeben sehr ähneln. Auslöser für die tiefsten Erdbeben ist ein Abreißen einer subduzierten Platte oft im Tiefenbereich von 150 - 250 km; die Zone, in der Erdbeben auftreten (bis 700 km tief) wird Wadati-Benioff-Zone genannt. Sie befindet sich grob am Übergang zwischen dem oberen und dem unteren Mantel. Umstritten ist noch, ob sich Reste subduzierter Kruste auch noch im unteren Mantel befinden und ob die Konvektion über den gesamten Mantel stattfindet oder ob es in der Übergangszone eine Unterbrechung gibt.

Auf Grund der stetigen Abkühlung wächst der innere Kern um etwa 200 km pro 1 Milliarde Jahre.

## 1.4 Erdkern

Ein Hinweis auf die Existenz eines Erdkerns ist, dass das Trägheitsmoment der Erde nur  $0,3MR^2$  anstatt  $\frac{2}{5}MR^2$  beträgt. Die mittlere Dichte ist außerdem deutlich größer als die Dichte von den bekannten Krustengesteinen, was auf einen deutlich dichteren Kern schließen lässt. Er wird in den festen inneren Kern mit höherer Geschwindigkeit der seismischen Wellen und den flüssigen äußeren Kern mit niedrigeren unterteilt. Dass der äußere Kern flüssig ist, kann man an der Abwesenheit der S-Wellen, einer Abnahme der P-Wellengeschwindigkeit, der Deformation der Erde durch die Gezeiten von Mond und Sonne und der freien Nutation der Erdachse schließen. Aus der Analyse der Eigenschwingungen und den Amplituden von PKiKP-Phasen kann man ebenfalls einen festen Kern folgern. Die Masse des Erdkerns beträgt etwa 5% der gesamten Erdmasse.

### 1.4.1 Zusammensetzung

Die chemische Zusammensetzung wird aus der Zusammensetzung von Meteoriten und der dort gefundenen Häufigkeit von Eisen und der Dichte sowie Leitfähigkeit von Eisen abgeschätzt. Ca. 95% der Meteoriten sind Steinmeteoriten (chondritisch oder achondritisch), die vermutlich eine ähnliche Zusammensetzung wie der Erdmantel haben. Dies folgt

aus der Annahme, dass Meteoriten die ursprüngliche Zusammensetzung des solaren Nebels widerspiegeln, aus dem auch die Erde entstand.

Weil Eisen allein eine zu große Dichte hat, vermutet man Beimengungen von leichteren Elementen wie Wasser-, Kohlen- und Sauerstoff sowie Silizium und Schwefel.

Die unterschiedliche Zusammensetzung des inneren und äußeren Kerns wird auf den Temperaturunterschied zurückgeführt: Wenn nämlich eine Schmelze, die zu 90% aus Eisen und 10% Eisensulfid besteht, abkühlt, fällt beim Erreichen des Liquidus reines Eisen aus, wodurch die Restschmelze reicher an FeS wird. Beim Erreichen des Eutektikums sind schließlich 55% Eisen enthalten und die Schmelze hat eine Temperatur von 1800<sup>o</sup> C. Ab diesem Punkt beginnt auch FeS auszufallen, wodurch sich alles im Verhältnis 90:10 verfestigt. Im Erdkern befindet man sich in einer Phase, in der ein Teil des Eisens bereits ausgefallen ist (der nun den inneren Kern bildet) und die Restschmelze den äußeren Kern bildet. Die Temperatur an der Grenze zwischen dem ÄK und dem IK beträgt etwa 4700 K. Der geschätzte Temperaturverlauf im Kern hat aber große Fehlergrenzen, die theoretisch sowohl Konduktion als auch Konvektion zulassen (erwartet: linearer Temperaturverlauf bei Konduktion, Sprünge bei Konvektion).

### **1.4.2 Konvektion im äußeren Kern**

An der Grenze zwischen dem ÄK und dem IK fällt der schwere Anteil der Eisenlegierung aus, wodurch die leichte, übrig gebliebene Restschmelze einen Auftrieb erfährt (kompositorischer Effekt). An dieser Grenzschicht findet auch ein Aufheizen statt (thermomechanischer Effekt). Die stattfindende Konvektion ist um 4 Größenordnungen schneller als diejenige im Mantel; die Konvektionsgeschwindigkeiten betragen also 1 - 10 km pro Jahr. Durch das konvektierende Material, die Eisenlegierung, entsteht außerdem das Magnetfeld durch den Geodynamo.

### **1.4.3 D"-Schicht an der KMG**

An der KMG trifft das relativ schnell konvektierende Kernmaterial auf das eher langsam konvektierende Material des unteren Mantels. Dies ist eine deutliche Grenzfläche für Dichte, Viskosität, Temperatur, Zusammensetzung und weiteres. Die dort herrschende Variation und Dynamik schlägt sich in der stark differenzierten Topographie der KMG nieder. Die D"-Schicht wird auch als "Ultra low velocity zone" (ULVZ) bezeichnet, da die seismischen Geschwindigkeiten hier sehr erniedrigt sind. Auf Grund des anderen Reflexionsverhaltens lassen sich diese Strukturen sehr gut mit seismischen Signalen untersuchen.

# Kapitel 2

## Plattentektonik

### 2.1 Prinzip

Modell: Die äußere Schale der Erde ist in dünne, starre Platten aufgeteilt, die sich mit relativen Geschwindigkeiten von wenigen Zentimetern pro Jahr gegeneinander bewegen.

Die Ursache von Plattentektonik ist die Konvektion im äußeren Erdmantel und die Akkretionsenergie aus der Erdentstehungsphase. Wegen des stetigen Energieverlustes durch Abstrahlung wird die Plattentektonik in ferner Zukunft zum Stillstand kommen. Auf Grund der Spannungen im Gestein treten an Plattengrenzen vermehrt Erdbeben auf, wodurch diese lokalisiert werden können.

#### 2.1.1 Sieben Indikatoren

- Erdbeben und Vulkanismus entlang von Plattengrenzen lokalisiert
- Tiefenverteilung der Erdbeben
- Hotspot-Vulkanismus erzeugt Inselketten → Zugbahnen als Hinweise auf Bewegungsrichtung der Platte
- Alter der ozeanischen Kruste: Symmetrie um MOR und die magnetischen Streifenmuster
- Verteilung der globalen Wärmestromdichte
- Küstenähnlichkeit → Urkontinent Pangäa
- Bruchmechanismen, Herdflächenlösungen

⇒ komplexes, globales Modell der Verschiebungen

### 2.2 Globaler Wärmefluss

Den größten Wärmefluss findet man am MOR im East Pacific Rise und Atlantik Indian Ridge, da hier auf Grund der Plattendivergenz heißes Material aus der Asthenosphäre aufsteigt. Mit der Entfernung zur Spreizungszone nimmt der Wärmefluss folglich ab und ist damit proportional zum Alter einer Platte.

### 2.3 Plattenränder

**konvergente Plattengrenze** : Platten stoßen aneinander

**Transformstörung** : Platten reiben lateral aneinander vorbei

**Subduktion** : ozeanische Kruste schiebt sich unter kontinentale (Nazca unter die Anden), OO (Pazifische und Australische Platte), KK (Alpen, Himalaya)

## Graben

**divergente Plattengrenze** : Platten driften auseinander

**Mittelozeanischer Rücken** : ozeanische Platte bricht auseinander

⇒ Krusten Neubildung und Subduktion halten sich im Gleichgewicht!

## 2.4 Eulersches Rotationstheorem

Die Platten sind starr und deformieren sich nicht, sondern rotieren jeweils um einen festen Punkt an der Oberfläche der Erdkugel. Weitere Annahmen: kugelförmige Erde, Effekte an den Plattengrenzen werden ignoriert

Ein Punkt A auf einer Platte bewegt sich dabei auf einem Kleinkreis um den Rotationspol P.

Bahnradius der Rotationsbewegung:  $r = a \cdot \sin\Delta$  mit  $\Delta =$  Winkel zwischen A und P, a = Erdradius. Geschwindigkeit der Rotationsbewegung:  $u = \omega \cdot r = \omega \cdot a \cdot \sin\Delta$

Berechnung des Winkel  $\Delta$ : aus den Koordinaten von P (Kobreite  $\Theta'$  und östliche Länge  $\Phi'$  ergibt sich:  $\cos\Delta = \cos\Theta \cdot \cos\Theta' + \sin\Theta \cdot \sin\Theta' \cdot \cos(\Phi - \Phi')$  Zur vollständigen Beschreibung der Bewegung werden also nur die Koordinaten von P und von A auf der Platte sowie  $\omega$  der Platte um den Pol benötigt.

# Kapitel 3

## Radiometrische Altersbestimmung

### 3.1 Prinzip

#### Alter von Gesteinen

Gesteine haben zum Zeitpunkt ihrer Entstehung ein bestimmtes Verhältnis von radioaktiven zu nichtradioaktiven Elementen. Ab dem Erstarren eines Gesteins gibt es keinen Austausch mehr mit der Umwelt. Das radioaktive Material zerfällt im Laufe der Zeit und ein späteres Verhältnis lässt daher Rückschlüsse auf die vergangene Zeit seit der Gesteinsentstehung zu.

#### Alter von organischen Substanzen

Solange ein Lebewesen lebt, nimmt es am natürlichen Zyklus (Aufnahme und Abgabe von radioaktiven Stoffen) teil. Mit dem Tod endet dieses Gleichgewicht, da keine neuen radioaktiven Substanzen mehr aufgenommen werden. Aus dem Verhältnis von bestimmten radioaktiven zu nichtradioaktiven Stoffen kann man so auf die seit dem Tod des Lebewesens vergangene Zeit schließen, wenn man annimmt, dass das Verhältnis  $\frac{C^{14}}{C^{12}}$  in der Atmosphäre und im lebenden Organismus dasselbe ist. Dieses Isotopenverhältnis der Atmosphäre ist abhängig von der kosmischen Strahlung, der Kohlenstoffmenge in der Atmosphäre sowie vom Erdmagnetfeld.

### 3.2 Das Zerfallsgesetz

Für ein radioaktives Präparat mit anfangs  $N_0$  Atomkernen gilt mit der Zerfallskonstanten  $\lambda$  für die Anzahl  $N(t)$  radioaktiver Kerne:  $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t) \Rightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  Eine wichtige Kenngröße ist die Halbwertszeit:  $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,7}{\lambda}$

#### 3.2.1 Rubidium-Strontium-Methode: Berechnungen

Radioaktives Rubidium zerfällt unter  $\beta$ -Zerfall zu Strontium (Verhältnis  $\delta_R$ ):  $Rb^{87} \rightarrow Sr^{87}$ . Strontium existiert außerdem mit der Ordnungszahl 86 (weder radiogen noch radioaktiv), es gibt also auch ein Strontium-Strontium-Verhältnis  $\delta_S$ . Bei Kenntnis der Zerfallskonstanten kann mittels der Isochronengleichung das Alter des Gesteins (die Zeit, die seit dem Erstarren vergangen ist) und das Ausgangsverhältnis  $\delta_S(0)$  berechnet werden:  $\delta_S(t) = \delta_S(0) + \delta_R(t) \cdot (e^{\lambda_R t} - 1)$

Man kann sich entweder Gesteinsproben derselben Schmelze von unterschiedlichen Orten anschauen (Gesamtgesteinsisotopenverhältnis) oder verschiedene Mineralien eines Gesteins (Mineralanalyse) und diese in einem Isochronenplot auftragen. Dort bilden die Gesteine zum Zeitpunkt des Erstarrens eine Gerade und wandern mit zunehmender Zeit nach links oben, bleiben aber immer auf einer Geraden. Die Steigung der Geraden gibt dann die seit dem Erstarren vergangene Zeit an.

Die Isochronenmethode allgemein ist eine Methode zur Bestimmung der Abschlusszeit eines Gesteins- oder Mineralisotopensystems und anwendbar bei unbekannter Anfangskonzentration des Mutterisotops. Aus messtechnischen Gründen ist sie nur anwendbar, wenn es ein stabiles und nicht radiogenes Isotop des Tochterisotops gibt. Voraussetzung für die Gerade ist ein unterschiedliches Mutter-/Tochterisotop-Verhältnis.

# Kapitel 4

## Seismische Wellen und ihre Eigenschaften, elastische Eigenschaften von Gesteinen

### 4.1 Seismische Wellen

#### 4.1.1 Typen elastischer Wellen

**P-Welle** : Raumwelle, Kompressions- / Longitudinalwelle, am schnellsten

**S-Welle** : Raumwelle, Scher- / Transversalwelle, langsamer

**Rayleigh-Welle** : Oberflächenwelle, retrograde und elliptische Bodenbewegung; P- und SV-Welle; nicht dispersiv im homogenen Halbraum;  $v = 0,92v$  der oberen Schicht

**Love-Welle** : Oberflächenwelle, Schwingungsrichtung parallel zur Erdoberfläche, schnellste Oberflächenwelle; konstruktiv interferierende SH-Welle; immer dispersiv

Dispersion: Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit,  $v_{Phase} \neq v_{Gruppe}$ ; Dämpfung (Kramers-Kronig-Beziehung); geometrische Dispersion bei Oberflächenwellen bei Schichten verschiedener Geschwindigkeit: schnellere Ausbreitung wegen größerer Eindringtiefe ("sehen" größere Geschwindigkeiten); Randbedingung für Dispersion von Love-Wellen: freie Oberfläche, geringeres  $v_S$  in oberer als in unterer Schicht  $\rightarrow$  überkritische Totalreflexion  $\rightarrow$  konstruktive Interferenz: Lovewellen sind zwischen der Oberfläche und der Schichtgrenze "gefangen"  $\rightarrow$  große Amplitude, legen weite Strecken zurück

Oberflächenwellen sind im Gegensatz zu Raumwellen keine direkten Lösungen der Wellengleichung, sondern eine Überlagerung von P- und S-Wellen.

#### 4.1.2 Wellengeschwindigkeit

Geschwindigkeit P-Welle:  $v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$   $\Rightarrow$  Je besser sich ein Material komprimieren oder scheren lässt, desto größer ist  $v_p$  und kleiner mit zunehmender Dichte. In der Kruste (Granit):  $v_p = 4,8 - 6 \frac{km}{s}$

Geschwindigkeit S-Welle:  $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$   $\Rightarrow$  Je leichter sich ein Material scheren lässt, desto größer ist  $v_s$  und kleiner mit zunehmender Dichte. In Flüssigkeiten gibt es keine S-Wellen. In der Kruste (Granit):  $v_s = 2,8 - 3,2 \frac{km}{s}$

### 4.2 Merke zur Elastizitätstheorie

Im elastischen Bereich sind Spannungen und Verformungen reversibel; ihr Zusammenhang wird durch das Hookesche Gesetz beschrieben. Im allgemeinen Fall sind Spannungen und Verformungen Tensoren und werden über den Elastizitätstensor  $c_{ijkl}$  (mit 81 Komponenten) verknüpft. Im isotropen Medium reichen zwei Moduln aus, um den Zusammenhang

zwischen Spannungen und Verformungen zu beschreiben, welche sich mathematisch ineinander überführen lassen. Bei einem elastischen Bruch werden im Material elastische Wellen erzeugt und breiten sich darin aus. Die Wellenausbreitung wird durch die Wellengleichung, eine DGL 2. Ordnung, beschrieben. Zur Lösung der Wellengleichung muss man das Hookesche Gesetz einsetzen und erhält zwei Lösungen, eine für Kompressions- und eine für Scherwellen.

Poissonzahl:  $\nu = -\frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}} = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$  Der erste Index des Spannungstensors gibt hier die Fläche an, auf die die Spannung wirkt und der zweite Index die Richtung der Spannung.

# Kapitel 5

## Erdbeben

### 5.1 Erdbebenbruchprozesse

Bei einem Bruchprozess kommt es zu einer Spannungsentladung, bei dem Energie in Form von seismischen Wellen abgestrahlt wird. Allgemein unterscheidet man zwischen (durch z. B. Bergbau und Salzabbau) induzierten Erdbeben und tektonischen. Epizentrum: Zentrum des Bebens an der Erdoberfläche; Hypozentrum / Erdbebenfokus: Tatsächlicher Ort des Bruches. An der Erdoberfläche werden Wellen mit verschiedenen Richtungen der Erstausslenkung registriert. Eine Projektion auf einen Beachball liefert (meist mehrdeutige) Bruchmechanismen. Eindeutigkeit erreicht man, indem man Nachbeben detektiert; diese treten nämlich nur auf der tatsächlichen Bruchfläche, nicht jedoch auf der Hilfsebene auf. Erdbebenwellen schwingen mit Frequenzen von weniger als einer Sekunde pro Schwingung bis manchmal oberhalb von 20 Hz. Im Nahbereich spürt man die Raumwellen, bei Fernbeben detektiert man auch Oberflächenwellen, da diese dann eine größere Amplitude besitzen und erst ab einer bestimmten Entfernung ausgebildet werden.

### 5.2 Globale Ausbreitung von Erdbebenwellen

Phasen: c bzw. i = Reflexion am (inneren) Kern; K bzw. I = durch den (inneren) Kern gelaufen. Strahlparameter:  $p = \frac{r_1 \sin i_1}{V_1} = \dots = \frac{r_n \sin i_n}{V_n}$ ; Benndorfscher Satz:  $p = \frac{r \sin i}{V} = \frac{r_0}{V_0}$ ; Seismische Wellen werden im Erdinnern an verschiedenen Grenzschichten und Diskontinuitäten reflektiert. Dabei entstehen sogenannte Schattenzonen, in denen eine bestimmte Phase nicht detektiert werden kann, weil die Welle dorthin auf Grund der Kugelgeometrie nicht gebrochen werden kann. So gibt es bspw. eine direkte-P-Wellen-Schattenzone zwischen 105° und 140°, während direkt gegenüber des Epizentrums auf Grund der Nicht-Durchlässigkeit des äußeren Erdkerns für S-Wellen dort keine direkten S-Wellen detektiert werden können. Die ist ein Indiz für den flüssigen äußeren Kern. Den festen inneren Kern vermutet man, da in der Schattenzone der P-Wellen Wellen der PKiKP-Phase detektiert werden können. Man erhält im Seismogramm eine negative Steigung, wenn die Welle die Erde in gegenläufiger Richtung umrundet hat.

### 5.3 Messgeräte, Strukturerkundung

Heute werden vor allem elektromagnetische Seismometer auf Grund der besseren Auflösung genutzt. Dabei wird zwischen kurz- und langperiodischen sowie Breitbandgeräten unterschieden. 3-Komponentenseismometer registrieren Schwankungen des Erdbodens in allen drei Raumrichtungen.

Das Hypozentrum kann gefunden werden, wenn man auf Basis der Magnitude eine Bruchflächengröße abschätzt und das Modell mit den realen Daten vergleicht. Dies geschieht per Inversion und funktioniert am besten bei Nahbeben.

Zur Bestimmung der Hypozentralentfernung trägt man im Wadati-Diagramm zunächst die Differenz der Ankunftszeiten zwischen P- und S-Welle gegen die Ankunftszeit der P-Welle auf, kann aus der Steigung unter Annahme einer P-Wellengeschwindigkeit dann die S-Wellengeschwindigkeit bestimmen und daraus dann die Hypozentralentfernung ( $\rightarrow$  Tirangulation / Dreieckerverfahren). Geradengleichung im Wadati-Diagramm:  $t_S - t_P = t_P \cdot \left(\frac{v_P}{v_S} - 1\right)$ , Herzzeit für  $t_S - t_P = 0$

Mittels des Herglotz-Wiechert-Verfahrens kann man aus dem Wadati-Diagramm außerdem auch die radial-symmetrische Geschwindigkeitsverteilung der Erde bestimmen (1D-Modell).

Bei der Inversion wird zunächst ein einfaches 1D-Modell erstellt, aus welchem dann per Vorwärtsmodellierung Laufzeitkurven berechnet werden. Aus der Differenz zwischen Modell und den tatsächlich beobachteten Laufzeitkurven wird das Modell angepasst und damit immer komplexer. Dieser Kreis bricht ab, falls der Fehler unter eine vorher definierte Schwelle fällt.

Wird eine gesplittete Welle registriert, so weiß man, dass das Material unter der Station anisotrop sein muss.

Zur Strukturerkundung gehört außerdem das Verfahren der Laufzeittomographie, bei der die Wellengeschwindigkeiten analysiert werden und dann wird mit einem Optimierungsverfahren das bestpassende Modell errechnet. Informationen über die Dichte im Erdinnern gewinnt man aus dem seismischen Parameter und der Adams-Williamson-Gleichung ( $\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho(r)g(r)}{\Phi(r)}$  mit  $\Phi = \alpha^2 - \frac{4}{3}\beta^2$ ), die eine Aussage über den Dichtegradienten zulässt. Dafür wird ein Startwert in flacher Tiefe angenommen und daraus iterativ weitere Tiefen berechnet (2D- bzw. 3D-Modell).

# Kapitel 6

## Eigenschwingungen

### 6.1 Entstehung von Eigenschwingungen

Durch starke Erdbeben oder Vulkaneruptionen wird unser Planet zu Eigenschwingungen mit vertikalen Geschwindigkeitsamplituden von etwa  $10^{-8}$  m/s angeregt. Mehrere Größenordnungen kleiner findet man ständig angeregte Eigenschwingungen in sphäroidalen Grundmoden, die aber wegen ihrer kleinen Amplituden und großen Perioden schwer zu messen sind. Frequenzbereich: zwischen 300 und 4000  $\mu\text{Hz}$  ( $\approx$  entsprechen Perioden zwischen 4 Minuten und einer Stunde). Der Frequenzbereich für die ständigen sphäroidalen Grundmoden liegt zwischen 2 und 7 mHz. Auslöser hierfür können bspw. Stürme sein.

Eigenschwingungen entstehen auch durch Interferenz von Oberflächenwellen, wenn diese die Erde mehrmals umrunden. Deshalb können diese "Nachschwingungen" eines Erdbebens auch noch lange nach dem Beben registriert werden. Eine Analyse der gewonnenen Daten erlaubt ein tieferes Verständnis des elastischen Erdmodells.

Eigenschwingungen werden durch Kugelflächenfunktionen beschrieben.

#### 6.1.1 Exkurs Musikinstrumente

Verschiedene Musikinstrumente klingen unterschiedlich, selbst wenn sie denselben Kammerton spielen, da ihr Klangspektrum verschiedene Obertöne mit unterschiedlichen Amplituden anregt. Bei einer schwingenden Gitarrensaite ( $v_{Phase} = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$ ) bildet sich eine Transversalwelle aus. Grundmode:  $L = \frac{\lambda}{2}$  bei zwei festen Enden;  $L = \frac{\lambda}{4}$  bei einem festen und einem offenen Ende.

### 6.2 Arten von Eigenschwingungen

Grundsätzlich wird in zwei verschiedene Arten von Eigenschwingungen unterschieden:

**sphäroidal**  ${}_nS_l$  : Zusammenziehen und Ausdehnen der Erde als Ganzes  $\Rightarrow$  Dichteänderung  $\Rightarrow$  lassen sich mit langperiodischen Seismometern und Gravimetern registrieren;  $n$  gibt den Grad des Obertons an;  $l$  die Zahl der äquatorialen Knotenebenen; abhängig von der Dichte (Dichteänderung kann mit langperiodischen Seismometern und Gravimetern registriert werden), der Inkompressibilität und dem Schermodul

**toroidal**  ${}_nT_l$  : Verdrehungen  $\Rightarrow$  Registrierung von Strainparametern;  $n$  gibt den Grad des Obertons an; Knotenpunkt in Richtung des Radius;  $l$  gibt die Zahl der verdrehten Abschnitte auf der Oberfläche an; abhängig vom Schermodul; Registrierung mit Strainmetern

### 6.2.1 Die Jeanssche Formel

Die Fundamentalmoden ( $n=0$ ) lassen sich für  $l \gg 1$  als konstruktive Interferenz aus Oberflächenwellen beschreiben, die die Erde in zwei entgegengesetzten Richtungen von der Quelle aus umlaufen. Dabei überlagern sich zwei Rayleigh-Wellen zu einer  ${}_0S_l$ -Mode und zwei Love-Wellen zu einer  ${}_0T_l$ -Mode. Es gilt dann die Jeanssche Formel unter Annahme einer homogenen Erde:  ${}_0\omega_l = \frac{c(\omega) \cdot (l + \frac{1}{2})}{a}$  mit  $c$  = Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwelle,  $a$  = Erdradius

### 6.2.2 Äußere Einflüsse

Durch Abweichung von einer perfekten Kugelsymmetrie kommt es zum Aufspalten der Frequenzpeaks ("die Entartung wird aufgehoben"). Das bedeutet, dass mehrere Frequenzen eine Eigenschwingung darstellen. Die Analyse dieser Aufspaltung liefert Erkenntnisse über Störungen im Erdinnern.

**Rotation** : schnellere Wellenausbreitung in Rotationsrichtung

**Elliptizität** : Strecke von Pol zu Pol ist kürzer als um den Äquator

**3D** : Wellen werden von Heterogenitäten auf ihrem Weg verlangsamt oder beschleunigt

# Kapitel 7

## Seismizität, seismische Gefährdung, Magnituden und Intesität

### 7.1 Magnitude

Die Magnitude dient zur Beschreibung und Kategorisierung eines Erdbebens. Denn die gemessene Amplitude hängt zwar mit der Stärke des Erdbebens zusammen, aber auch von der Herdentfernung ab. Deswegen definiert man:  $\log_{10} A(M, R) = f(M) - g(R)$  Die Differenz der Ankunftszeiten der S- und P-Welle lässt Rückschlüsse auf die Herdentfernung zu. Das Hauptbeben ist dabei mindestens eine Magnitude größer als Vor- und Nachbeben. Erdbeben mit einer Magnitude  $< 2$  (manchmal auch  $< 3$ ) heißen Mikrobeben. Außerdem ist die Magnitude auch eine Funktion der Frequenz, da ein Seismogramm nach einer Filterung unterschiedlich große Amplituden hat. Unterschiedliche Seismometer sind ebenfalls Filter, da sie nur Wellen in einem bestimmten Frequenzbereich aufzeichnen. Die Magnitude wird aus der Amplitude oder dem seismischen Moment bestimmt und ist eine logarithmische Skala, das bedeutet, dass eine Erhöhung der Magnitude um 1 eine zehnfache Bodenbewegung und die 32fache Energiefreisetzung bedeutet. Weil sie auf physikalischen Parametern beruht, korreliert die Magnitude nicht zwangsläufig mit den durch ein Erdbeben entstandenen Schäden.

allgemeine Form der Magnitudengleichung:  $M = \log\left(\frac{A}{T}\right) + f(\Delta, h) + Cs + Cr$  mit  $A$  = Amplitude,  $T$  = Periode,  $\Delta$  = Epizentralentfernung,  $h$  = Herdtiefe,  $Cs$  = Korrektur für den Untergrund der Station (großes  $Cs$  für festes Gestein, kleines  $Cs$  für lockeres),  $Cr$  = Korrektur für den Untergrund der Region um die Quelle. In der Regel werden die letzten beiden Korrekturen bei lokalen Betrachtungen vereinfacht.

Gesetz von Omori: Anzahl der Nachbeben  $N_{NB}$  über die Zeit  $t$  mit  $p$  = experimentell bestimmte Konstante ist proportional zu  $\frac{1}{(t-t_{Herd})^p}$  Damit können Nach- und Schwarmbeben voneinander unterschieden werden.

#### 7.1.1 Richterskala

Der amerikanische Seismologe Charles Francis Richter wählte mit Beno Gutenberg seine Achsen so, dass eine Magnitude von 3 einer Amplitude von 1 mm in einer Entfernung von 100 km entspricht. Er legte drei vertikale Achsen, eine Entfernungs-, eine Magnituden- und eine Amplitudenachse, nebeneinander. Verbindet man nun die gemessenen und berechneten Werte der Entfernungs- und Amplitudenachse, so erhält man die Magnitudengröße der Richterskala im Schnittpunkt mit der Magnitudenachse.

#### 7.1.2 Gutenberg-Richter-Häufigkeitsverteilung

Diese Verteilung beschreibt den Zusammenhang zwischen der Anzahl von Beben mit ihrer Magnitude  $M$  oder größer  $M$ . Es gilt:  $\log_{10} N = a - bM$  ( $a$  = Achsenabschnitt,  $b$  = Seismizität einer Region, i.d.R. um den Wert 1).

Probleme sind:

- für kleine Magnituden sind Kataloge nicht vollständig
- für große Magnituden gibt es nicht viele Ereignisse

### 7.1.3 Sättigung von Magnituden im Quellspektrum und seismisches Moment

Zunächst ist wichtig festzustellen, dass Magnituden aus aufgezeichneten Seismogrammen ( bzw. aus ihren maximalen Amplituden) bestimmt werden. Die Frequenzen und maximalen Amplituden (peak ground motion) der dort enthaltenen Signale hängen u.a. vom Wellentyp, der Entfernung zum Erdbeben und dem Seismometer ab. Wichtig ist, dass die Erde als Tiefpass-Filter wirkt, d.h. hochfrequente Anteile werden herausgefiltert. Bei großen Distanzen dominieren somit die niedrigfrequenten Anteile.

Es gibt verschiedene Magnituden-Skalen, welche verschiedene Wellentypen benutzen. Die Richter-Skala (local magnitude) ML gilt für lokale Ereignisse (einige 100 km Herddistanz). Dort dominieren i.d.R. S-Wellen. Die Raumwellen-Skala (body wave magnitude) Mb benutzt teleseismische P Wellen (bei 1 s Periode) und die Oberflächenwellen-Skala Ms Rayleighwellen (bei 20 s Periode). Betrachten wir beispielsweise zwei teleseismische Ereignisse ( $M_b = 5$  und  $M_b = 7$ ), so unterscheidet sich die maximale Amplitude der P Wellen nur in geringem Maße, da der größte Teil der Energie auf die Oberflächenwellen fällt. Die Raumwellen-Magnitude würde also für beide Ereignisse ähnliche Magnituden ergeben, d.h. die Skala ist gesättigt.

Die Momenten-Magnitude ist die einzige Skala, welche im Prinzip nicht gesättigt ist und mit dem seismischen Moment zusammenhängt. Dieses seismische Moment  $M_0 = \mu AD$  hängt nur vom Schermodul  $\mu$ , der Größe A der Bruchfläche sowie der Größe D der Verschiebung auf der Bruchfläche ab.  $M_0$  lässt sich aber auch aus der abgestrahlten Energie E berechnen (die wiederum von A abhängt):  $M_0 = 2\mu E / \Delta\sigma$  Bei der Verwendung der Momentenmagnitude  $M_w$  setzen wir also den Spannungsabfall  $\Delta\sigma = \text{const.}$  voraus. Wenn die Verschiebung D bis an die Erdoberfläche durchdringt, manifestiert sie sich dort in einem statischen Versatz.

## 7.2 Intensität

Die Intensität basiert auf menschlichen Beobachtungen und Schäden. Es müssen Standort- (z. B. Bodenverflüssigung, weicher Boden fördert größere Amplituden), Weg- (Streuung) und Quelleffekte (Abstrahlcharakteristik) berücksichtigt werden. Nachteil: Sie beschreibt den Bruchvorgang nicht physikalisch. Es ist eine zeitnahe Bestimmung der Intensität notwendig, um schnelle, angemessene Hilfe zu gewährleisten. Die Bestimmung kann z. B. via Twitter erfolgen, indem gezielt nach bestimmten Hashtags gesucht wird. Es werden außerdem Gefährungskarten basierend auf der maximalen Intensität erstellt. Für einen festen Ort lässt sich somit eine Beziehung zwischen der maximal zu erwartenden Bodenbeschleunigung in einem bestimmten Zeitraum herstellen. Diese Gefährungsanalyse erlaubt eine Aussage, welche Gefährdung zu erwarten ist ( $\Rightarrow$  Bauvorschriften).

## 7.3 Typische Erdbebenschäden

- Pancake collapse bei Gebäuden
- Schwächezone: 1. Stockwerk (da hier oft nur Abstützung durch Säulen, um Platz für Parkplätze etc. zu schaffen)
- Stahlbetongebäude
- Hochstraßen
- Sekundäreffekte: Feuer, Hangrutsche, Bodenverflüssigungen, Tsunamis

Maßnahmen an Gebäuden: Base Isolation Bearings, Shear Walls, Cross Bracing, Shock absorbers (base isolators), Pendel

# Kapitel 8

## Schwere und Gravimetrie

### 8.1 Das Schwerefeld an der Erdoberfläche

Auf Grund der Rotation der Erde nähert sich diese in ihrer Gestalt etwa einem Rotationsellipsoiden an. Aus der Abplattung an den Polen folgt, dass die dortige Erdbeschleunigung mit  $9,83 \text{ m/s}^2$  etwas größer als der Durchschnittswert ist, während man am Äquator unter Berücksichtigung der größeren Entfernung zum Erdmittelpunkt und der nach außen wirkenden Zentrifugalkraft nur etwa  $9,78 \text{ m/s}^2$  misst.

Das Schwerefeld kann auch mit Satelliten gemessen werden; dabei werden Bahnschwankungen durch bodengestützte und satellitenbasierte GPS-Systeme überwacht (CHAMP) oder es erfolgt eine Abstandsmessung zwischen zwei Satelliten (GRACE), die beim Überflug über Gebirge unterschiedliche starke Beschleunigungen erfahren. Die Luftreibung muss als Störfaktor allerdings herausgerechnet werden. GOCE vermaß den Gradienten des Erdschwerefeldes direkt.

#### 8.1.1 Gravitationspotential

Gravitationsbeschleunigung:  $\vec{a}_g = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} = -\frac{dU_g}{dr} \hat{r}$

Gravitationspotential außerhalb der Erde:  $U_g = -G \frac{M_E}{r}$

Gravitationspotential innerhalb der Erde:  $U_g = -2\pi G \rho_E (r_E^2 - \frac{r^2}{3})$

#### 8.1.2 Zentrifugalpotential

Zentrifugalbeschleunigung:  $\vec{a}_c = \omega^2 x \hat{x}$  (maximal am Äquator, Null an den Polen)

Zentrifugalpotential:  $U_c = -\frac{1}{2} \omega^2 x^2 = -\frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \lambda = -\frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta$

#### 8.1.3 Schwerepotential

Die Schwere setzt sich zusammen aus der Gravitations- und der Zentrifugalbeschleunigung. Analog ist das Schwerepotential die Summe des Gravitations- und des Zentrifugalpotentials:  $U_{gesamt} = -G \frac{M_E}{r} - \frac{1}{2} \omega^2 x^2$

#### 8.1.4 Fluchtgeschwindigkeit

Die Fluchtgeschwindigkeit ist diejenige Geschwindigkeit eines Körpers, die er benötigt, damit seine kinetische Energie gegenüber der potenziellen Energie überwiegt und er somit in der Lage ist, das Gravitationsfeld einer großen Masse zu "entkommen". Sie berechnet sich zu  $v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ .

## 8.2 Form der Erde

In erster Näherung ist die Erde eine Kugel. Bezieht man noch die Abplattung durch die Rotation mit ein, so erhält man ein oblates Rotationsellipsoid. Die tatsächliche Form ist ein Geoid, welches die unterschiedliche Dichteverteilung im Erdinnern berücksichtigt (durch Meeresoberfläche festgelegte Äquipotentialfläche). Die Differenz zwischen Rotationsellipsoid und Geoid wird Geoidundulation genannt. Anhand einer Karte von kurzwelligen Schwerefeldanomalien kann man beispielsweise krustale Effekte und Gebirgsstrukturen erkennen sowie Landhebungen und -senkungen (letztere z. B. in Grönland hervorgerufen durch Eismassenverluste).

## 8.3 Gezeiten

Der Schwerpunkt des Systems "Erde-Mond" läuft auf einer elliptischen Umlaufbahn um die Sonne. Der Erdmittelpunkt "eiert" mit kleiner Amplitude um diese Bahn. Auf Grund der größeren Entfernung läuft der Mittelpunkt des Mondes in einer Schlangenlinie größerer Amplitude darum. Die Zentrifugalbeschleunigung dieses Systems ist an jedem Punkt in und auf der Erde gleich groß. Dies folgt aus der Modellvorstellung der "Revolution ohne Rotation": Dabei wird die Eigenrotationsbewegung der Erde ignoriert. Das Baryzentrum verlagert sich innerhalb der Erde und wird von Erde und Mond auf Kreisbahnen umkreist. Weil die Erde als stationäres Rotationsellipsoid angesehen wird, ist die Zentrifugalbeschleunigung an allen Punkten der Erde gleich groß und liegt parallel zu Verbindungslinie Erde-Mond. Die Gravitationsbeschleunigung, die nun durch den Mond hervorgerufen wird, ist eine Funktion des Abstandes und der Richtung; die Gezeitenbeschleunigung ist die Summe der beiden anderen Beschleunigungen. Man erhält, dass die Gezeitenbeschleunigung auf der dem Mond zu- bzw. abgewandten Seite um ca. 5,6% variiert. Allerdings ist sie um einen Faktor  $10^7$  geringer als die Gravitationsbeschleunigung. Die Gezeiten, die durch die Sonne hervorgerufen werden, sind zusätzlich für Spring- und Nippfluten verantwortlich, betragen aber nur knapp die Hälfte wie die Mondgezeiten.

# Kapitel 9

## Magnetismus und Erdmagnetfeld

### 9.1 Aufbau und Komponenten des Erdmagnetfeldes

Ursachen: Geodynamo, permanent magnetisierte Gesteine, extraterrestrische Komponente

**Dipolfeld** : Außenfeld in der Nähe der Erde; hat Ursachen im Inneren der Erde: 94% des Erdmagnetfeldes werden vom äußeren flüssigen Kern der Erde aufrecht erhalten (→ Geodynamo)

**Nicht-Dipol-Feld** : Multipolfeld, Ursache für Säkularvariationen (zeitliche Änderung der internen Quellen), ca. 4-5%

**Außenfeld** : entsteht durch Ströme geladener Teilchen in der Magneto- und Ionosphäre, die von der Sonne beeinflusst werden; Verformung des Dipolfeldes

#### 9.1.1 Beschreibung des Dipolfeldes

Annahme: Erdinneres besitzt ein Dipolmoment → Bestimmung des Potentials einer homogen magnetisierten Kugel:

$$V_{mag} \approx \frac{\mu_0}{4\pi r^2} M \cos\theta$$

Formeln zur Berechnung des Magnetfeldes:  $B_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\mu_0 M \cos\theta}{2\pi r^3}$   $B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\mu_0 M \sin\theta}{4\pi r^3}$  Gesamtfeldstärke:

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} \quad \text{Inklination: } \tan I = \frac{B_\theta}{B_r} = 2 \tan \theta \quad \text{Deklination: } \tan D = \frac{B_{Ost}}{B_{Nord}}$$

Die Dipolachse (Durchstoßpunkte sind hier die geomagnetischen Pole, die gegenüber den geographischen in ihrer Polarität vertauscht sind) ist gegenüber der Achse durch den geographischen Nord- und Südpol um  $11,5^\circ$  geneigt. Die Größe der Komponenten des Erdmagnetfeldes ändern sich entsprechend dem überwiegenden Dipolcharakter des Feldes sowohl mit der Höhe über der Erdoberfläche als auch mit der Breite. Die Feldstärke  $B_0$  verringert sich pro Höhenkilometer um etwa 0.5 Promille.

Änderung mit der Breite  $\beta$ :  $B_{z,\beta} = \frac{2B_h}{r}$  und  $B_{h,\beta} = -\frac{B_z}{2r}$

#### 9.1.2 Umkehr des Erdmagnetfeldes

Kehrt sich das Magnetfeld der Erde um, so wechselt die Magnetisierung der Gesteine. Dies lässt sich besonders gut an MORs beobachten, wo die auseinanderdriftenden Platten ein magnetisches Streifenmuster aufweisen, welches Rückschlüsse über die Häufigkeit und Periodizität solcher Umkehrungen zulassen. So geht man von einer durchschnittlichen Umkehr alle 500.000 Jahre aus, wobei die letzte Umkehr allerdings schon 780.000 Jahre zurückliegt. Ein Polsprung dauert dann etwa 1000 Jahre. In dieser Zeit verstärkt sich das NDF, kann aber allein zur vollständigen Abschirmung gegenüber kosmischer Strahlung nicht ausreichen. Weitreichende biologische Konsequenzen sind jedoch nicht bekannt. Kurzzeitige Abschwächungen, bei denen sich die Polarität aber nicht gänzlich ändert, werden Polexkursionen genannt und treten deutlich häufiger auf.

## 9.2 Magnetismus allgemein

**Permeabilität** : Durchlässigkeit von Materie für magnetische Felder

**Magnetisierung** : Charakterisierung des magnetischen Zustands eines Materials

**Diamagnetismus** : Abschwächung des äußeren Feldes

**Paramagnetismus** : Verstärkung des äußeren Feldes, keine remanente Magnetisierung

**Ferromagnetismus** : Verstärkung des äußeren Feldes, remanente Magnetisierung;  $T > T_{Curie}$ : nur noch paramagnetische Magnetisierung

## 9.3 Geodynamo

Der Geodynamo ist wohl für 90% des internen Magnetfeldes verantwortlich. Voraussetzung ist, dass das Gesamtdrehmoment des thermoelektrischen Stömungsfeldes ungleich Null ist. Außerdem wird ein äußerer Kern mit einer hohen elektrischen Leitfähigkeit und einem partiell inhomogenen Strömungsfeld benötigt, damit sich ein spulenartiger Komplex ausbilden kann. Sowohl im flüssigen Erdkern als auch im Erdmantel können sich auf Grund von Temperaturunterschieden walzenförmige Bewegungen ausbilden, die sich durch die zusätzlich wirkende Corioliskraft auf Grund der Drehbewegung der Erde zu schraubenförmigen Bewegungen ausprägen, welche ein stabiles Magnetfeld ausbilden. Die Ringströme haben dabei sowohl eine radiale (durch Dichteveränderungen erzeugt) als auch eine toroidale (durch differenzielle Rotation: innen schneller als außen) Komponente.

# Kapitel 10

## Temperatur

### 10.1 Energiequellen der Erde

Energiequellen der Erde und Beitrag (1 = geothermischer Fluss)

**Reflexion und Abstrahlung der Sonnenenergie** : 4000

**Geothermischer Fluss aus dem Erdinneren** : 1

**Abbremsung durch Rotation** auf Grund der Gezeitenreibung: 0.1

**elastische Energie** in Erdbeben: 0.01

### 10.2 Wärmeausbreitung und -transport

**Konduktion / Wärmeleitung** : relativ langsamer Diffusionsprozess innerhalb der Kruste; im Mantel um zwei Größenordnungen kleiner; Beschreibung der zeitabhängigen Wärmeleitung durch die Wärmeleitungsgleichung (DGL wie Diffusionsgleichung);  $q$  an Erdoberfläche und Moho hat unterschiedliche Werte (Kruste besteht hauptsächlich aus Granit mit hoher Wärmeproduktionsrate  $H$ ); stationäre Wärmeleitungsgleichung mit Quellterm:  $\frac{d^2T}{dz^2} = \frac{\rho}{k}H$  bzw.  $\rho c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H$  (Wärme "fließt" von warm nach kalt;  $q$  ist abhängig vom Temperaturgradienten und von der Wärmeleitfähigkeit)  $\rightarrow$  Lösung der stationären WLK ist exponentielle Abnahme der Wärmeproduktion mit der Tiefe; Skintiefe (Eindringtiefe):  $d = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}$  (in 80 cm keine täglichen Schwankungen mehr beobachtbar, in 750 cm keine monatlichen mehr); Phasenverschiebung:  $\phi = \frac{y}{d}$

**Konvektion** : innerhalb des Mantels (effektiver als Konduktion); Erwärmung von unten oder innen und Abkühlung von oben  $\rightarrow$  thermische Ausdehnung  $\rightarrow$  Auftrieb: heißes Material steigt auf und kühlt an Oberfläche ab und sinkt als kaltes Material ab; Bedingung für Konvektion:  $Ra > Ra_c = 1107$  im Mantel ( $Ra = \frac{\rho \alpha g \Delta T h^3}{\mu \kappa}$ ) ( $\alpha$  = Volumenausdehnungskoeffizient,  $\mu$  = dynamische Viskosität,  $\kappa$  = Temperaturleitfähigkeit); Mantelkonvektion ist Antrieb für Plattentektonik; erschwerende Bedingungen: sphärische Geometrie, Heizung von unten (KMG) und innen (radioaktiver Zerfall von Kalium, Uran, Thorium u. a.), Viskosität ist druck- und temperaturabhängig, tiefenabhängige Dichte, Phasenänderungen (Auskristallation von Magma); Volumenausdehnungskoeffizient treibt Konvektion an; Viskosität ("innere Reibung") bremst ab  $\rightarrow$  stationärer Zustand, Gleichgewicht (sich mit zeitlich konstanter Geschwindigkeit bewegende Teilchen, zeitlich konstante Temperaturverteilung); adiabatische (wärmedichte) Konvektion ( $Ra \gg Ra_c$ ): Fluidpaket wird so schnell nach oben und wieder nach unten bewegt, dass während dieser Zeit kein Wärmeaustausch stattfindet  $\rightarrow$  Temperaturgradient  $-\frac{dT}{dz} = \frac{T_m \alpha g}{c_p}$  ( $c_p$  = Wärmekapazität) hängt nur noch von mittlerer Temperatur ab und ist deutlich kleiner als der lineare Gradient  $-\frac{T_0 - T - H}{H}$  ( $H$  = Höhe)

**Strahlung** : kommt in der Erde nicht vor

## 10.3 Temperatur an der Erdoberfläche

Die Temperatur an der Erdoberfläche kommt durch ein Gleichgewicht der Wärmeeinstrahlung von der Sonne und der Wärmeabstrahlung in den Weltraum zustande. Die Wärme aus dem Erdinneren hat für die Oberflächentemperatur allerdings kaum einen Effekt.

### 10.3.1 Einstrahlung der Sonne

Die Temperatur, die allein durch die Einstrahlung der Sonne auf der Erdoberfläche herrschen würde, liegt nach  $T^4 = \frac{1}{4} \frac{S_0 \cdot (1 - \alpha)}{\sigma}$  bei 255 K (-18°C), welche durch die Atmosphäre (→ Treibhauseffekt) auf etwa 15°C aufgeheizt wird.

### 10.3.2 Temperatur im Erdinneren

Die in der Erde gespeicherte Energie hat im Wesentlichen zwei Quellen: Zum einen die Anfangswärme aus der Kompression der Erdmasse und aus Meteoriteneinschlägen (noch etwa 30-40% der heute in der Erde gespeicherten Energie) und zum anderen entsteht Wärme bei radioaktiven Zerfallsprozessen in der Kruste. Diese entstand durch die Abkühlung der Erdoberfläche auf Grund von Energieabstrahlung. Weil die Kruste ein vergleichsweise schlechter Wärmeleiter ist, wird die Wärme aus dem Inneren nur langsam nach außen abgegeben.

In gleicher Tiefe ist die Temperatur der kontinentalen Kruste niedriger als in ozeanischer. Sie liegt jedoch immer unter der Solidustemperatur, das heißt der Mantel besteht aus festem Gestein. Subduktionszonen können jedoch niedrigere Temperaturen in tiefere Gesteinsschichten mit abführen. Die größere äußere Temperatur führt dazu, dass das in der ozeanischen Kruste gespeicherte Wasser freigesetzt wird (Dehydrierung), wodurch der Schmelzpunkt des umgebenden Gesteins herabgesetzt wird und sich dieses partiell aufschmelzt. Dies führt zu charakteristischen Vulkanketten entlang von Subduktionszonen (Bsp.: Pazifischer Feuerring).

## 10.4 Wärmestromdichte

Definition:  $q(z=0) = k \cdot \frac{dT}{dz} |_{z=0}$  mit  $q = 60 \frac{mW}{m^2}$ ,  $k = \text{Wärmeleitfähigkeit} = 2 \frac{W}{mK}$ ;  $q = \rho H h$  mit  $H = \text{Wärmeproduktion}$

Die Wärmestromdichte der ozeanischen Kruste ist vom Abstand vom MOR und damit vom Alter der Kruste abhängig. Die Wärmestromdichte der kontinentalen Kruste dagegen ist sehr variabel und hängt ab von der radioaktiven Wärmeproduktion im Granit.

**Wärmeleitfähigkeit** : Die Wärmeleitfähigkeit  $k$  ist eine Stoffeigenschaft, welche den Energie-(Wärme-)transport in 1s durch eine 1m dicke Stoffschicht der Fläche  $1m^2$  beschreibt, wenn der Temperaturunterschied 1K beträgt.

**Temperaturleitfähigkeit** : Die Temperaturleitfähigkeit  $\kappa$  ist eine Stoffeigenschaft, welche die zeitliche Veränderung der räumlichen Verteilung der Temperatur beschreibt. Zusammenhang mit der Wärmeleitfähigkeit:  $\kappa = \frac{k}{\rho c}$  mit  $\rho$  = Dichte,  $c$  = spezifische Wärmekapazität

## 10.5 Temperatur- und Wärmestromdichtemessung

Mit Hilfe von Bohrlochmessungen kann man bis wenige Kilometer die Temperatur der Kruste direkt messen. So fand man heraus, dass die Eindringtiefe etwa proportional zur Wellenlänge des Signals ist. Das bedeutet: Starke Temperaturschwankungen dringen nur wenige Zentimeter in die Erde ein, während langwellige deutlich tiefer eindringen (bis mehrere Meter).

Um die Wärmestromdichte zu messen, muss man den Temperaturgradienten messen (indem man z. B. die Temperatur in unterschiedlichen Tiefen misst) und die Wärmeleitfähigkeit der dort vorherrschenden Materialien.