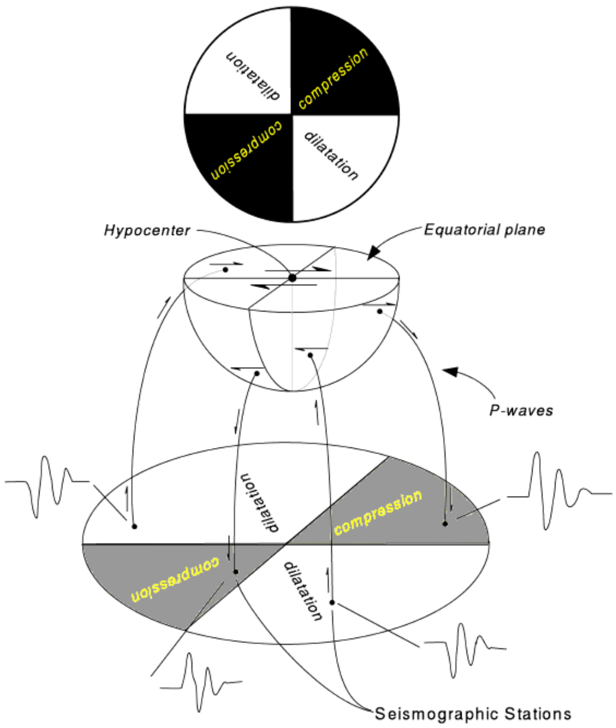
Übungen zur Einführung in die Geophysik II (SS 2017)

Vorlesung: Dr. Ellen Gottschämmer (ellen.gottschaemmer@kit.edu)
Übung: Martin Pontius (martin.pontius@kit.edu)
Übungstermin und -ort: Do, 01.06.2017, 08:00-09:30, Gebäude 30.22 Hörsaal B

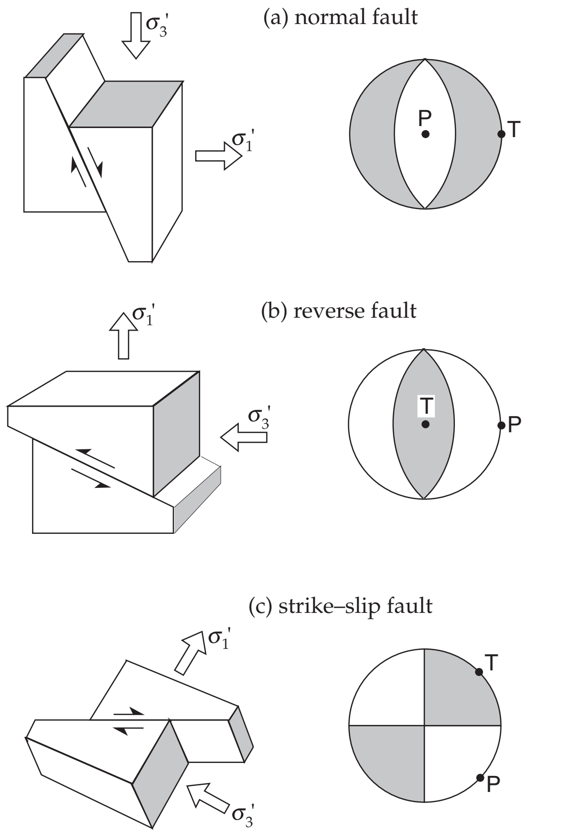
Lösungen zu Übungsblatt 3: Erdbeben und Ausbreitung von Erdbebenwellen

Aufgabe 1: Herdflächenlösungen

Herdflächenlösungen beschreiben die Abstrahlcharakteristik eines Erdbebens. Sie können direkt aus Seismogrammen bestimmt werden. Es wird vorausgesetzt, dass der Azimut, der Einfallswinkel und die Richtung des Erstausschlages (positiv oder negativ) für jede Station bekannt sind. Der Azimut sagt etwas über die Richtung des Erdbebens aus und der Einfallswinkel etwas über die Distanz zum Erdbeben. Strahlen mit flachem Einfallswinkel haben im Allgemeinen eine größere Distanz zurückgelegt als Strahlen mit steilem Einfallswinkel.



Bildquelle: http://www-udc.ig.utexas.edu/external/TXEQ/faq_basics.html



Bildquelle: William Lowrie (2007): *Fundamentals of geophysics*

Die Durchstoßpunkte der Strahlen durch die Herdkugel zu jeder Station werden als schwarze (bei positivem Erstausschlag) oder weiße Punkte (bei negativem Erstausschlag) markiert. Ein positiver Erstausschlag bedeutet, dass es in dem entsprechenden Gebiet des Erdbebenherdes

zu einer Kompression gekommen ist und ein negativer Erstausschlag, dass es zu einer Dehnung gekommen ist. Anschließend wird die untere Sphäre der Herdkugel stereographisch projiziert, so dass ein Kreis entsteht. Die schwarzen und weißen Punkte werden durch zwei orthogonale Großkreise getrennt (durch mathematische Ausgleichung oder Augenmaß). Die beiden Großkreise stellen die Herdfläche und die Hilfsfläche dar, wobei ohne weitere Informationen keine eindeutige Zuordnung möglich ist. Mit T (*tension*) und P (*pressure*) wird der Spannungszustand vor dem Bruch gekennzeichnet. Die T-Achse liegt in der Mitte des Kompressionsfeldes und die P-Achse in der Mitte des Dilatationsfeldes.
Wie in der rechten Abbildung zu erkennen ist, können verschiedenen Herdflächenlösungen verschiedenen Bruchmechanismen (von oben nach unten: Abschiebung, Aufschiebung, Blattverschiebung) zugeordnet und somit wichtige Rückschlüsse über die Plattentektonik gezogen werden.

Aufgabe 2: Herdzeit und Epizentraldistanz

Gegeben war die Poissonzahl und die Gleichung für die Poissonzahl in Abhängigkeit der seismischen Geschwindigkeiten:

$$\nu = \frac{v_\mathrm{P}^2 - 2v_\mathrm{S}^2}{2(v_\mathrm{P}^2 - v_\mathrm{S}^2)} = \frac{1}{4}$$

Daraus ergibt sich ein konstantes Verhältnis für die P- und S-Wellengeschwindigkeit:

$$2(v_\mathrm{P}^2 - 2v_\mathrm{S}^2) = v_\mathrm{P}^2 - v_\mathrm{S}^2 \Leftrightarrow v_\mathrm{P} = \sqrt{3}v_\mathrm{S}$$

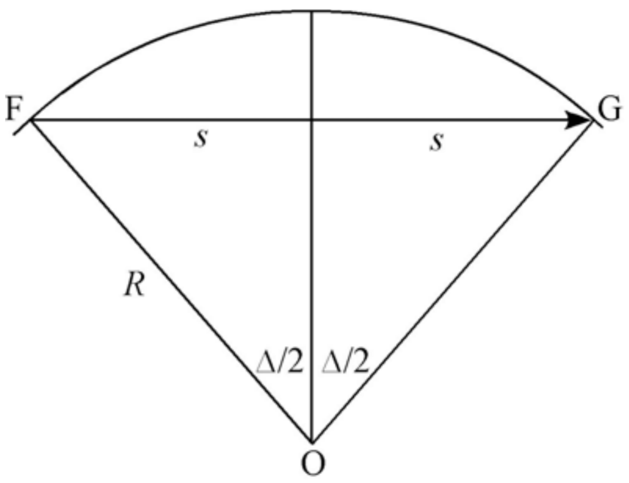
Grundgedanke der Herdzeitbestimmung ist es die Laufzeitdifferenz der P- und S-Welle auszunutzen, da die absolute Laufzeit unbekannt ist. Die Laufzeitdifferenz kann jedoch aus gemessenen Seismogrammen bestimmt werden. Für diese gilt mit der Epizentraldistanz D:

$$t_\mathrm{S} - t_\mathrm{P} = \frac{D}{v_\mathrm{S}} - \frac{D}{v_\mathrm{P}} = \frac{D}{v_\mathrm{P}}\left(\frac{v_\mathrm{P}}{v_\mathrm{S}} - 1\right) = t_\mathrm{P}\left(\frac{v_\mathrm{P}}{v_\mathrm{S}} - 1\right) \tag{1}$$

Diese Gleichung beschreibt eine Gerade, mit $t_\mathrm{S} - t_\mathrm{P}$ auf der y-Achse und t_P auf der x-Achse. Ein solches Diagramm wird nach seinem ersten Nutzer Wadati-Diagramm genannt. Die Steigung der Geraden ist durch $\left(\frac{v_\mathrm{P}}{v_\mathrm{S}} - 1\right)$ gegeben. Daran kann man erkennen, dass sich die Gerade nicht verändert, wenn sich die Geschwindigkeiten verändern, solange das Geschwindigkeitsverhältnis konstant bleibt. Der x-Wert, der bei $t_\mathrm{S} - t_\mathrm{P} = 0$ erreicht wird, gibt die Herdzeit an, da das Erdbeben die Quelle der seismischen Wellen ist und die Differenz der P- und S-Welle dort folglich null sein muss.
Die Geradengleichung des Wadati-Diagrammes wird nach t_P aufgelöst und anschließend werden die bekannten Größen eingesetzt:

$$t_\mathrm{P} = \frac{t_\mathrm{s} - t_\mathrm{P}}{\left(\frac{v_\mathrm{P}}{v_\mathrm{S}} - 1\right)} = \frac{300\,\mathrm{s}}{\sqrt{3} - 1} \approx 410\,\mathrm{s}$$

Die Herdzeit beträgt somit 10:20 (Ankunftszeit der P-Welle) abzüglich der Laufzeit der P-Welle von 410 s, also 10:13:10 (10 Uhr, 13 Minuten und 10 Sekunden).
Bei konstanter P-Wellengeschwindigkeit beschreibt der Strahlweg eine gerade Linie (s. Abbildung).



Mit einer P-Wellengeschwindigkeit von 5 km/s ergibt sich für den Laufweg:

$$2s = 410\,\mathrm{s} \cdot 5\,\mathrm{km/s} = 2050\,\mathrm{km}.$$

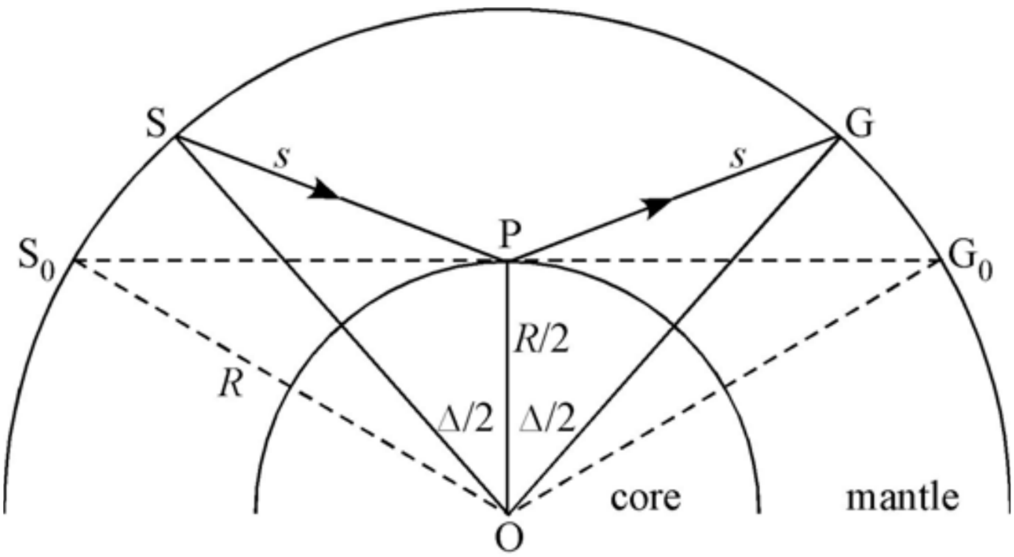
Für die Epizentraldistanz in Grad folgt:

$$\sin\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{s}{R} = \frac{1025\,\mathrm{km}}{6371\,\mathrm{km}} = 0,1609 \Leftrightarrow \Delta \approx 18,5^\circ.$$

Um das Epizentrum zu bestimmen wird die Epizentraldistanz von mindestens 3 Stationen benötigt.

Aufgabe 3: Laufzeitkurve der PcP-Phase für ein einfaches Erdmodell

Die Geometrie des Problemes ist im Folgenden skizziert:



Der Laufweg der PcP-Phase ist gegeben durch $2s$, wobei S die Quelle bezeichnet (Erdbeben) und G den Empfänger (Seismometer). Mit Hilfe des Kosinussatzes kann folgende Relation aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} s^2 &= R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2R\left(\frac{R}{2}\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right) \\ &= R^2\left(\frac{5}{4} - \cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

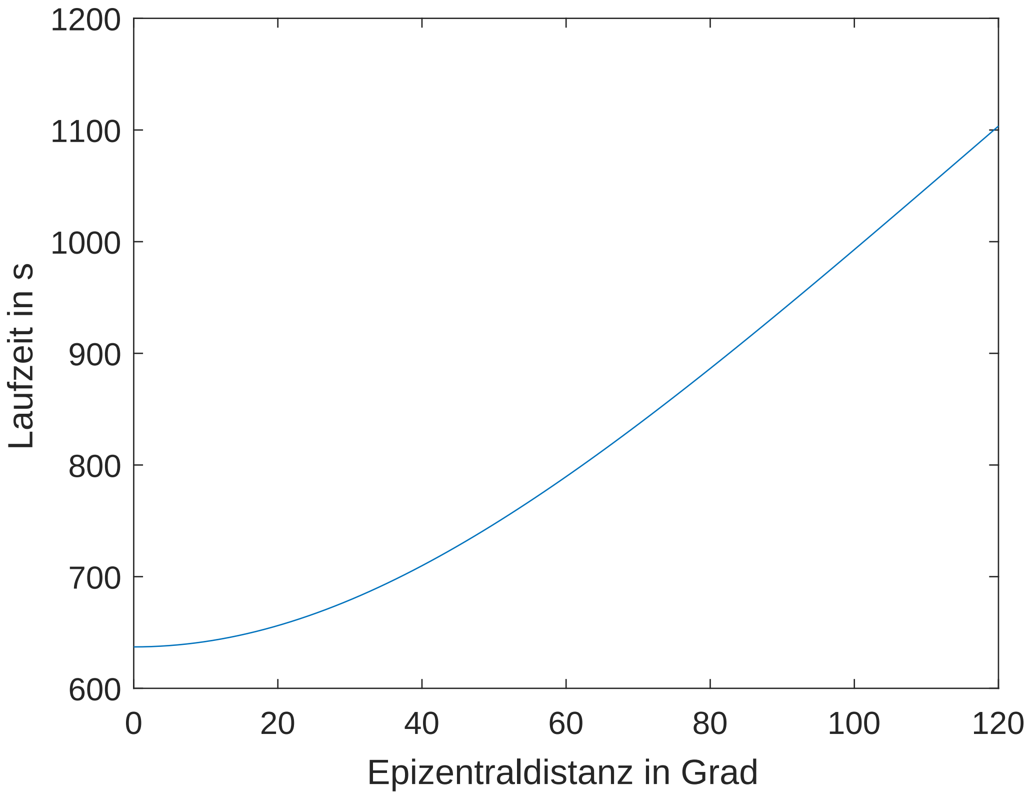
Daraus folgt:

$$s = \frac{R}{2}\sqrt{5 - 4\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)}$$

Für die Laufzeit gilt damit:

$$t = t(\Delta) = \frac{2s}{v} = \frac{R}{v}\sqrt{5 - 4\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)}$$

Mit einem Erdradius von 6371 km und einer P-Wellen-Geschwindigkeit von 10 km/s ergibt sich folgendes Laufzeitdiagramm:



Die maximale Epizentraldistanz ist erreicht, wenn der Strahl eine Gerade Linie tangential zu P von der Quelle (S_0) zum Empfänger (G_0) beschreibt. Dann gilt im gestrichelten Dreieck (linke Hälfte):

$$\cos\left(\frac{\Delta_{\text{max}}}{2}\right) = \frac{(\text{OP})}{(\text{S}_0\text{O})} = \frac{R/2}{R} = \frac{1}{2}$$

Folglich ist $\frac{\Delta_{\text{max}}}{2} = 60°$ und damit

$$\Delta_{\text{max}} = 120°.$$

Die maximale Laufzeit beträgt dann:

$$t_{\text{max}} = t(\Delta_{\text{max}}) = \frac{R}{v}\sqrt{5 - 4\cos\left(\frac{\Delta_{\text{max}}}{2}\right)} = \frac{R}{v}\sqrt{3} \approx 1103{,}5\,\text{s}$$