

Übungen zur Einführung in die Geophysik II (SS 2017)

Vorlesung: Dr. Ellen Gottschämmer (ellen.gottschaemmer@kit.edu)

Übung: Martin Pontius (martin.pontius@kit.edu)

Übungstermin und -ort: Do, 22.06.2017, 08:00-09:30, Gebäude 30.22 Hörsaal B

Lösungen zu Übungsblatt 4: Eigenschwingungen und Seismizität

Aufgabe 1: Eigenschwingungen von Musikinstrumenten

- a) Für die Phasengeschwindigkeit gilt allgemein: $v_{\text{ph}} = \lambda f$. Mit der Phasengeschwindigkeit der Transversalwelle auf einer Gitarrensaite (s. Übungsblatt) ergibt sich: $\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \lambda f$. Löst man diese Gleichung nach F auf, ergibt sich: $F = \lambda^2 f^2 \mu$. Bei einer Gitarrensaite sind die Schwingungsknoten an den Saitenenden fix. Daher gilt für die Grundmode mit der Saitenlänge L : $\lambda_0 = 2L$. Einsetzen in die Gleichung führt zu:

$$F = 4L^2 f_0^2 \mu$$

Mit den gegebenen Werten kann schließlich die nötige Zugkraft berechnet werden:

$$F = 4 \cdot (0,6 \text{ m})^2 \cdot (440 \text{ Hz})^2 \cdot 0,00033 \text{ kg/m} \approx 92 \text{ N}$$

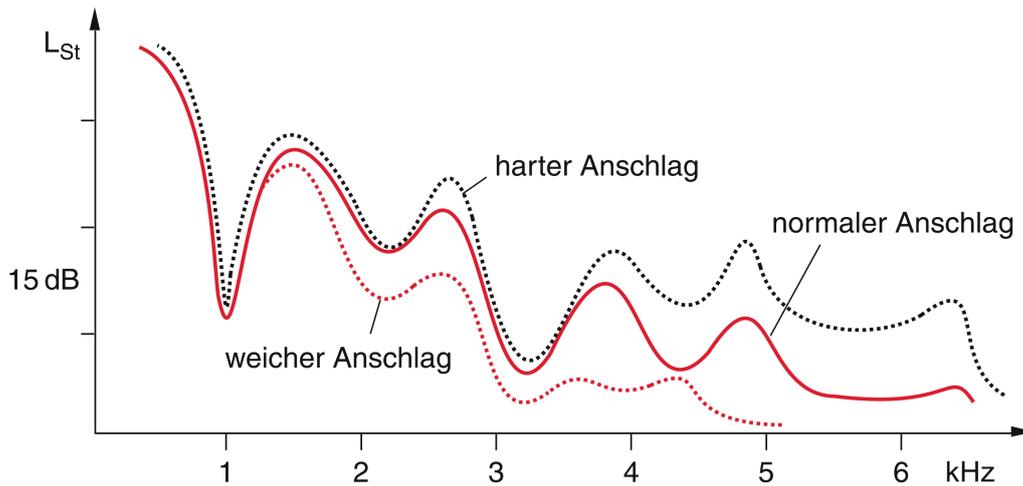
Ein Gegenstand müsste etwa 9,4 kg wiegen, um die gleiche Zugkraft im Nylonfaden zu erzeugen.

- b) Die Berechnung läuft hier weitestgehend analog. Der Hauptunterschied liegt darin, dass es sich hier nicht um zwei feste Enden handelt, sondern um ein festes und ein offenes Ende. Daher gilt für die Grundmode: $L = \lambda_0/4$. Für die Länge der Orgelpfeife ergibt sich dann folgende Gleichung:

$$L = \frac{v_{\text{ph}}}{4f_0}$$

Setzt man die Frequenz für den Kammerton von 440 Hz und die Schallgeschwindigkeit ein, ergibt sich eine Länge von $L = \frac{343 \text{ m/s}}{4 \cdot 440 \text{ Hz}} \approx 0,19 \text{ m}$. Ist die Orgelpfeife mit Helium gefüllt ändert sich die Schallgeschwindigkeit und somit die notwendige Länge: $L = \frac{981 \text{ m/s}}{4 \cdot 440 \text{ Hz}} \approx 0,56 \text{ m}$.

- c) Die Töne hören sich trotz der gleichen Grundmode von 440 Hz nicht gleich an, da der Inhalt an angeregten Obertönen sich unterscheidet. Dies schließt sowohl den Frequenzbereich ein, als auch die jeweilige Amplitude der einzelnen Frequenzen. Als Beispiel sind im Folgenden die Spektren eines Klaviers für drei verschieden starke Tastenanschläge dargestellt. Das Spektrum kann also nicht nur für verschiedene Instrumente, sondern auch für gleiche Instrumente bei unterschiedlicher Spielweise variieren.



Bildquelle: Wolfgang Demtröder (2012): *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*

Aufgabe 2: Phasengeschwindigkeit von zu Eigenschwingungsmoden gehörigen Rayleigh-Wellen

Die Jeanssche Formel ist für $l \gg 1$ wie folgt gegeben:

$${}_0\omega_l = \frac{(l + 1/2)v(\omega)}{r_E}$$

Auflösen der Jeansschen Formel für die Eigenkreisfrequenz der Fundamentalmoden nach der Phasengeschwindigkeit v ergibt:

$$v(\omega) = \frac{\omega_l r_E}{(l + 1/2)}$$

Hieraus erhält man die zur Fundamentalmode ${}_0S_{12}$ gehörige Rayleigh-Geschwindigkeit von $v = 6,369 \text{ km/s}$ und die zur Fundamentalmode ${}_0S_{23}$ gehörige Rayleigh-Geschwindigkeit von $v = 5,401 \text{ km/s}$. Die Zeit t_U für die Umrundung der Erde mit dem Radius $r_E = 6371 \text{ km}$ ergibt sich für beide Phasen aus $t_U = \frac{2\pi r_E}{v}$ zu $t_U = 6285 \text{ s} = 1,75 \text{ h}$ und $t_U = 7412 \text{ s} = 2,05 \text{ h}$.

Aufgabe 3: Magnitude und Intensität

- a) Die Magnitude ist ein Maß für die Stärke eines Erdbebens und wird aus der aufgezeichneten Amplitude oder dem seismischen Moment bestimmt. Es existieren verschiedene Magnitudenskalen (Richterm., Momentenm., Oberflächenwellenm., etc.). Im Gegensatz dazu beschreibt die Intensität die Auswirkung eines Erdbebens auf Mensch und Umwelt. Es spielen also auch Standorteffekte (z.B. Bodenverflüssigung), Wegeffekte (z.B. Streuung des Wellenfeldes) und Quelleffekte (z.B. Abstrahlcharakteristik) eine Rolle. Diese Einflussfaktoren können sehr große Auswirkungen auf die tatsächlichen Schäden haben. So kann ein Gebäude auf hartem, kristallinem Gestein mit einer Entfrenung von 100 km zum Erdbebenherd beispielsweise weniger stark beschädigt werden als ein Gebäude in 300 km Entfernung auf weichem Boden.
- b) Ein Erdbeben, das eine um 1 größere Magnitude im Vergleich zu einem anderen Erdbeben hat, gibt etwa die 32-fache Energiemenge frei. Nach Gutenberg und Richter ist der Logarithmus der Energie proportional zu dem 1,5-fachen der Magnitude:

$$\log(E) \propto 1,5 \cdot M.$$

Mit $E_1 = 10^{1,5 \cdot M}$ und $E_2 = 10^{1,5 \cdot (M+1)}$ ergibt sich $E_2 \approx 32 \cdot E_1$.