

# Übungen zur Einführung in die Geophysik II (SS 2017)

Vorlesung: Dr. Ellen Gottschämmer (ellen.gottschaemmer@kit.edu)

Übung: Martin Pontius (martin.pontius@kit.edu)

Übungstermin und -ort: Do, 06.07.2017, 08:00-09:30, Gebäude 30.22 Hörsaal B

---

## Lösungen zu Übungsblatt 6: Magnetismus

### Aufgabe 1: Messungen des Erdmagnetfeldes

- a) Der negative Wert der Vertikalkomponente impliziert, dass das Magnetfeld nach oben gerichtet und die magnetische Inklination daher negativ ist. Wegen der Differenz zwischen geographischer und magnetischer Breite ist es trotzdem möglich, dass Orte etwas nördlich des Äquators negative Inklinationen haben. Da die Vertikalkomponente allerdings groß ist, kann davon ausgegangen werden, dass das Observatorium auf der Südhalbkugel liegt.
- b) Die Totalintensität ist wie folgt gegeben:

$$T = \sqrt{B_N^2 + B_O^2 + B_z^2} = \sqrt{27000^2 + (-1800)^2 + (-40000)^2} \text{ nT} \approx 48300 \text{ nT}.$$

- c) Die Deklination ergibt sich folgendermaßen:

$$\tan(D) = \frac{B_O}{B_N} = \frac{-1800}{27000} = -0,06667.$$

Also gilt  $D = -3,8^\circ$ , was  $3,8^\circ$  westlicher, geomagnetischer Länge entspricht.  
Für die Inklination gilt

$$\tan(I) = \frac{B_z}{T} = \frac{-40000}{48300} = -0,8283.$$

Also gilt  $I = -55,9^\circ$ .

### Aufgabe 2: Stärke des Dipolanteiles des magnetischen Feldes

- a) In Abbildung 1 ist der Dipolanteil des Erdmagnetfeldes skizziert. Man beachte, dass die Feldlinien nur an den magnetischen Polen senkrecht auf die Erdoberfläche treffen. Außerdem ist die Dipolachse um etwa  $11,5^\circ$  gegenüber der Rotationsachse geneigt.
- b) Die geographischen Pole geben die beiden Durchstoßpunkte der Rotationsachse der Erde durch die Erdoberfläche an. Im Gegensatz dazu geben die geomagnetischen Pole die Durchstoßpunkte des (gedachten) magnetischen Dipols durch die Erdoberfläche an. Der Winkel zwischen Rotationsachse und Dipolachse beträgt etwa  $11,5^\circ$ . Die magnetischen Pole geben die beiden Orte an, an denen die Magnetfeldlinien genau senkrecht zur Erdoberfläche stehen (Inklination von  $90^\circ$ ). Der magnetische Nordpol hat sich innerhalb der letzten 100 Jahre um maximal 50 km pro Jahr bewegt. Zu beachten ist außerdem, dass sich der magnetische und der geomagnetische Nordpol in der Nähe des geographischen Südpoles befinden, d.h. die Magnetfeldlinien laufen außerhalb der Erde vom geographischen Südpol zum geographischen Nordpol.

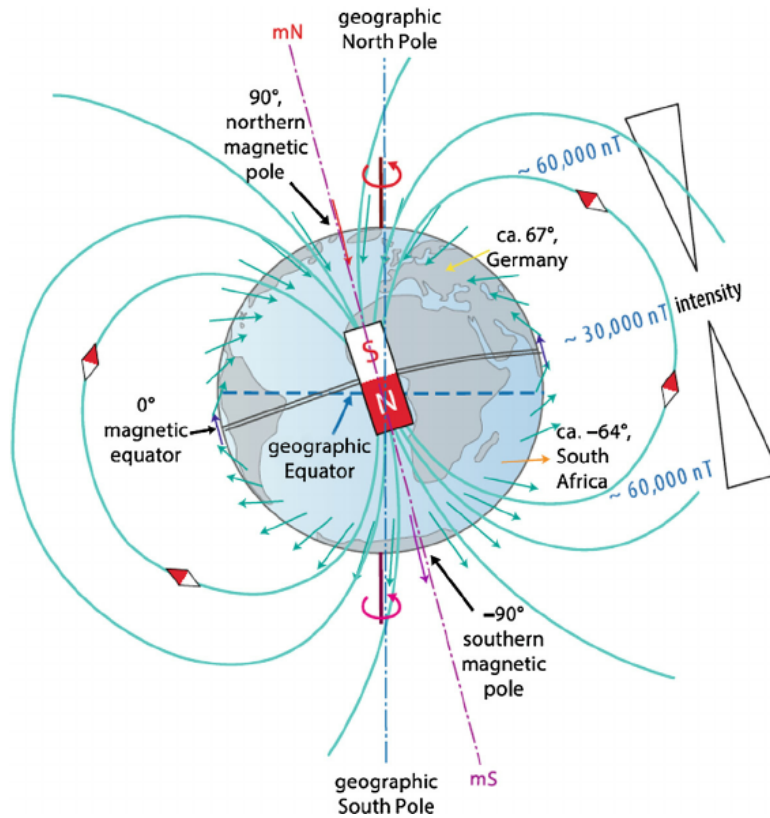


Abbildung 1: Henrik Mouritsen (2015): *Magnetoreception in Birds and Its Use for Long-Distance Migration*

c) Vertikaler Gradient von  $B_z$ :

$$B_{z,r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} \sin(\phi) \right) = -\frac{3}{r} \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} \sin(\phi) = -\frac{3}{r} B_z$$

Horizontaler Gradient von  $B_h$ :

$$B_{h,\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} \cos(\phi) \right) = -\frac{1}{2r} \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} \sin(\phi) = -\frac{1}{2r} B_z$$

d) Die Vertikalkomponente  $B_z$  in Karlsruhe lässt sich aus der Inklination und der Totalintensität berechnen:

$$B_z = |\vec{B}_{Ka}| \cdot \sin(I_{Ka})$$

Damit ergibt sich für die Gradienten in Karlsruhe mit dem Erdradius  $R_E$ :

Vertikaler Gradient von  $B_z$ :

$$B_{z,r} = -\frac{3}{r} B_z = -\frac{3}{R_E} |\vec{B}_{Ka}| \cdot \sin(I_{Ka}) = -\frac{3}{6371 \text{ km}} \cdot 48400 \text{ nT} \cdot \sin(64,5^\circ) \approx -20,6 \frac{\text{nT}}{\text{km}}$$

Horizontaler Gradient von  $B_h$ :

$$B_{h,\phi} = -\frac{1}{2r} B_z = -\frac{1}{2R_E} |\vec{B}_{Ka}| \cdot \sin(I_{Ka}) = -\frac{1}{2 \cdot 6371 \text{ km}} \cdot 48400 \text{ nT} \cdot \sin(64,5^\circ) \approx -3,4 \frac{\text{nT}}{\text{km}}$$

e) Bewegt man sich Richtung Osten oder Westen entlang eines geomagnetischen Breitengrades, so ändert sich das Magnetfeld nicht, da das Dipolfeld rotationssymmetrisch um die Dipolachse (zylindersymmetrisch) ist.

### Aufgabe 3: Umkehr des Magnetfeldes

Das Magnetfeld der Erde besteht zu etwa 94 % aus internen Quellen. Dessen Hauptanteil geht mit ca. 90 % auf den Geodynamo zurück (Aufgabe 4). Der Anteil durch teilweise remanent magnetisierte Krustengesteine beträgt etwa 4 %. Die zeitliche Änderung der internen Quellen, insbesondere des Geodynamos wird Säkularvariation genannt. Extraterrestrische Quellen (Ionosphäre, Sonnenwinde) tragen somit zu ca. 6 % zum Erdmagnetfeld bei. Deren Variation liegt üblicherweise im Bereich von Sekunden bis zu Tagen, kann aber Größenordnungen von Wochen bis Monaten erreichen. Eine Feldumkehr (Vertauschung von Nord- und Südpol des Dipolfeldes) kommt im Durchschnitt alle 0,5 Mio. Jahre vor. Es wurden aber auch Feldumkehrungen nach 10000-100000 Jahren nachgewiesen. Die Umkehr selbst dauert einige Tausend Jahre. Die letzte Feldumkehr fand vor etwa 780000 Jahren statt (Brunhes-Epoche) (nach Clauser, 2016).

Da während einer Feldumkehr der Dipolanteil und außerdem die Totalintensität (auf ca. 10 %) stark abnehmen, wäre im Prinzip denkbar, dass dies durch Verringerung der Schutzwirkung vor Sonnenwinden eine Auswirkung auf das Leben auf der Erde haben könnte. Außerhalb der Feldumkehrzeiten dominiert der Dipolanteil (80-90 %, variierende Angaben). Der Nicht-Dipol-Anteil ist also gering und reicht nicht zur Abschirmung aus. Man geht jedoch davon aus, dass die Nicht-Dipol-Anteile bei einer Feldumkehr anwachsen und so einen Anteil der Abschirmung übernehmen könnten. Tatsächlich kann es während einer Feldumkehr mehrere Pole auf der Erdoberfläche geben (s. Abbildung 2). Abbildung 2 zeigt links oben das Erdmagnetfeld im Normalzustand, rechts oben 500 Jahre vor einer Feldumkehr, links unten in der Mitte der Feldumkehr und rechts unten 500 Jahre nach einer Feldumkehr. Ein Anwachsen der Nicht-Dipol-Anteile um den Faktor 4, so dass das Dipolfeld komplett kompensiert werden könnte, ist aber unwahrscheinlich.

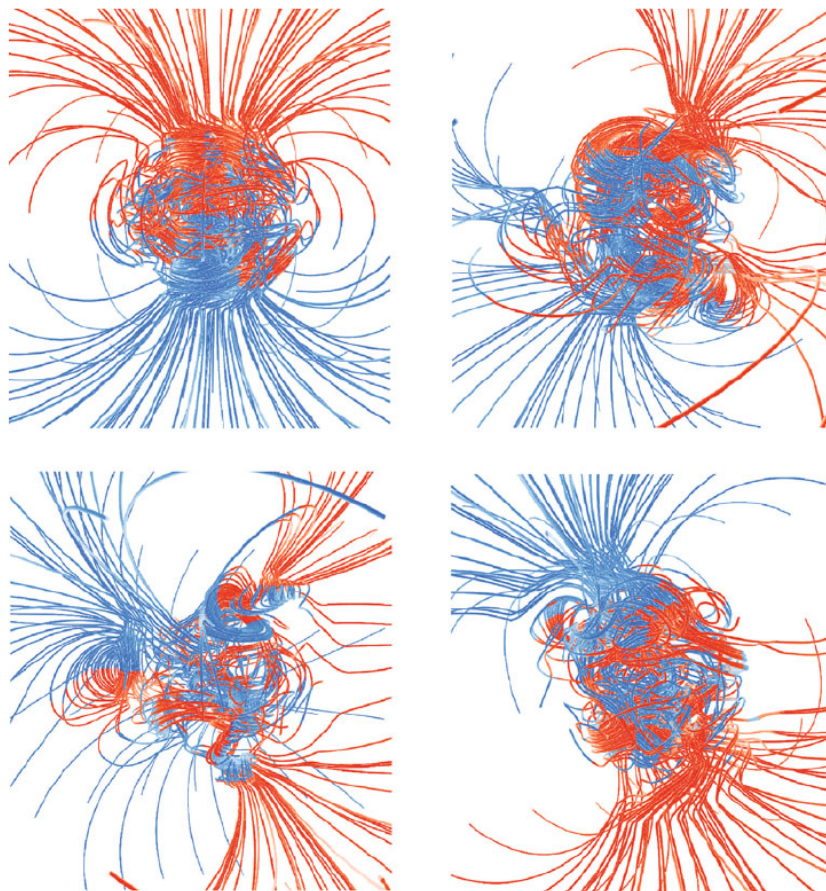


Abbildung 2: Christoph Clauser (2016): *Einführung in die Geophysik*

Welche Auswirkungen das auf das Leben auf der Erde hätte, kann man sich vorstellen, wenn man Zeiten starker magnetischer Stürme betrachtet. Dann treffen elektrisch geladene Teilchen nicht mehr nur in den Polregionen auf, sondern gelangen auch in mittlere Breiten. Dies führt zum Beispiel zur Ausbildung von Polarlichtern. Außerdem könnte es zum Ausfall von Satelliten kommen, die Stromversorgung könnte in Mitleidenschaft gezogen werden. Einschnitte in der biologischen Entwicklung konnten aber nicht nachgewiesen werden trotz zahlreicher Feldumkehrungen und sind somit auch nicht zu erwarten. Der Hauptgrund dafür dürfte in der Erdatmosphäre liegen, welche die extraterrestrische Strahlung abschwächt.

## Aufgabe 4: Geodynamo

Voraussetzung für den Geodynamo ist, dass das Gesamtdrehmoment (Gesamtdrehimpuls) des thermoelektrischen Strömungsfeldes nicht null ist (Elsasser, 1939). Außerdem muss ein flüssiger, äußerer Kern mit einer hohen elektrischen Leitfähigkeit existieren, dessen Strömungsfeld zu einem gewissen Teil inhomogen sein muss. Der Dynamo-Effekt sorgt dann dafür, dass mechanische Energie in elektromagnetische Energie umgewandelt wird. Dies geschieht durch das Induktionsgesetz. Die dafür nötigen Ringströme haben eine radiale Komponente und eine toroidale Komponente. Die radiale Komponente wird durch Dichtevariationen erzeugt, welche durch einen vertikalen Temperaturgradienten, durch das Absinken schwerer Bestandteile und durch radioaktives Aufheizen verursacht werden. Die toroidale Komponente, die entlang von Breitenkreisen erfolgt, entsteht durch differenzielle Rotation des flüssigen Erdkerns. Dabei rotieren die inneren Bereiche schneller als die äußeren.

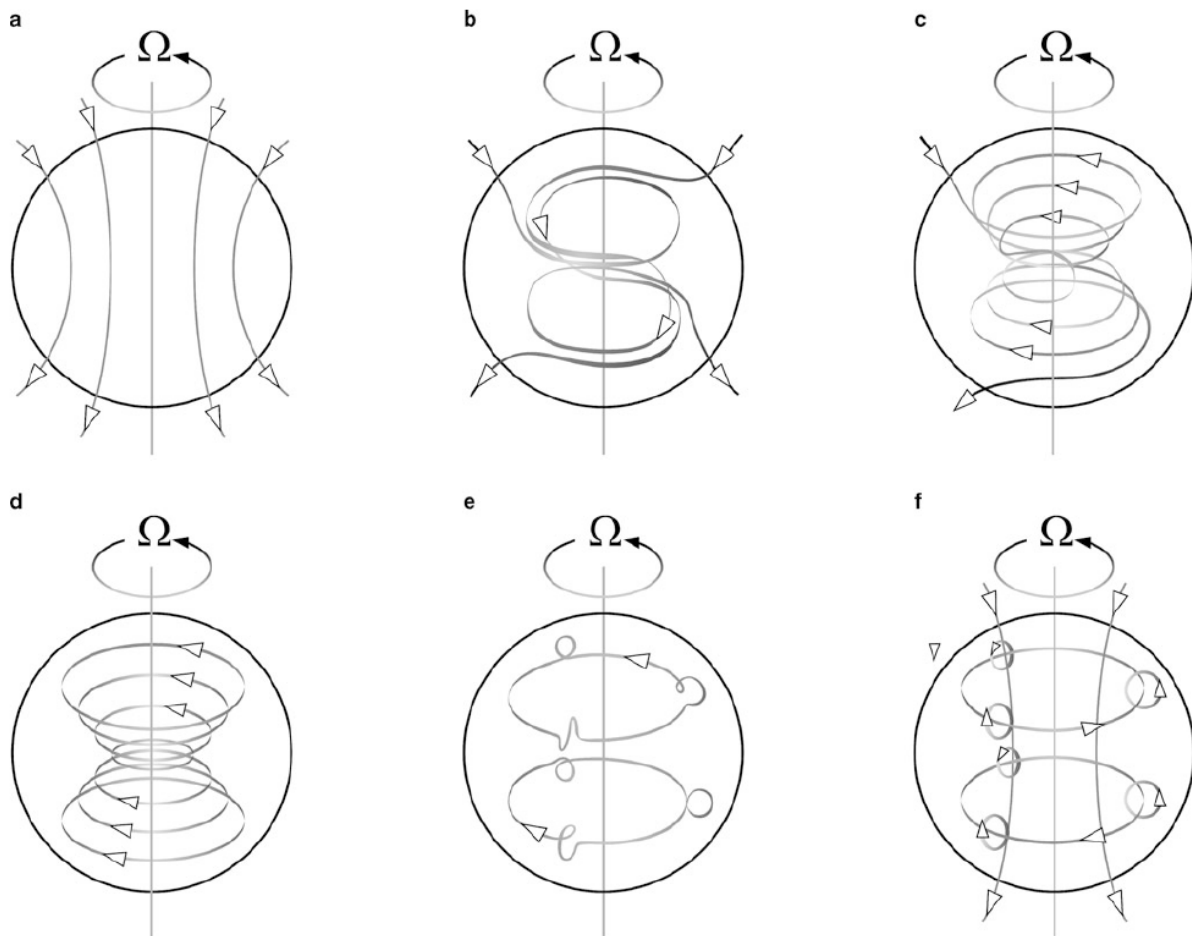


Abbildung 3: Christoph Clauser (2016): *Einführung in die Geophysik*

In Abbildung 3 ist die Wirkungsweise des sogenannten  $\alpha$ - $\Omega$ -Dynamos skizziert. Dieser ist eine rein kinematische Beschreibung des Strömungsfeldes und den damit assoziierten magnetischen Feldlinien. Dynamische Effekte wie die Lorentzkraft werden nicht berücksichtigt. Anfangs ausschließlich poloidale Magnetfeldlinien (a) werden durch die differentielle Rotation zu toroidalen Magnetfeldlinien aufgewickelt (b-d). Diese existieren nur im Kern. Die Corioliskraft bewirkt eine Ablenkung des flüssigen Eisens (zumindest überwiegend Eisen), was zu einer Umwandlung der toroidalen Magnetfeldlinien zu poloidalen führt (e-f). Diese treten nun aus dem Erdinneren aus. Ohne die Störung durch die Corioliskraft wäre ein stabiler Dynamo nicht möglich, da die Umwandlung der toroidalen zu poloidalen Magnetfeldlinien dann nicht erfolgen würde.

Mathematisch berechnen lässt sich der Dynamo-Effekt durch eine Kopplung des Magnet- und des Strömungsfeldes sowie des Temperatur- und Strömungsfeldes. Dies geschieht über die magneto-hydrodynamisch-thermischen Gleichungen: die gekoppelten Induktions-, Navier-Stokes- und Wärmetransport-Gleichungen. Ein experimenteller Nachweis, dass ein homogener Dynamo überhaupt in der Lage ist, ein zumindest zeitweise stabiles Magnetfeld zu erzeugen wurde unter anderem durch den Karlsruher Geodynamo erbracht. Dieser beschreibt die Ausrichtung der Konvektionsströme durch die Corioliskraft innerhalb sogenannter Taylor-Säulen, welche parallel zur Rotationsachse orientiert sind. Diese Ringströme erzeugen nach dem Induktionsgesetz ein Magnetfeld. Das Experiment erklärt allerdings nur einen Teilaspekt des Geodynamos. Der vollständige Prozess konnte noch nicht experimentell simuliert werden, sondern nur numerisch modelliert (nach Clauser, 2016).