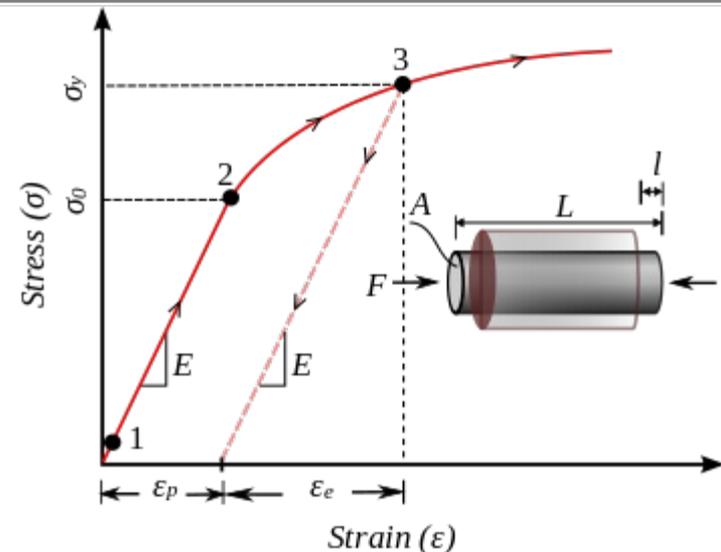
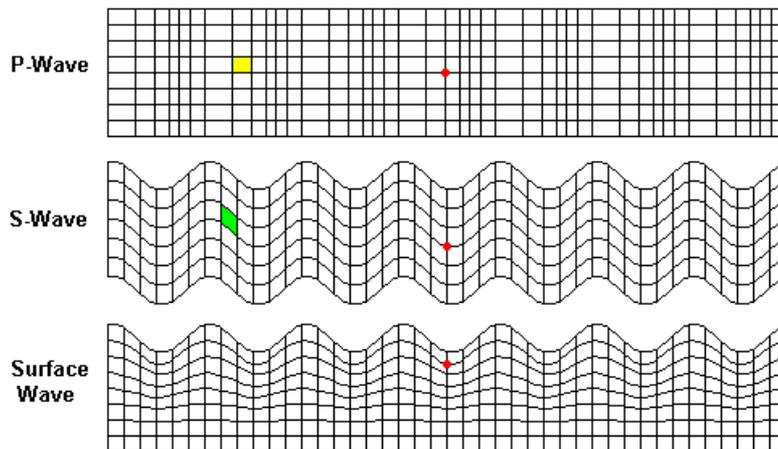


# Einführung in die Geophysik II

Elastische Eigenschaften von Gesteinen, seismische Wellen und Ihre Wechselwirkungen, Raumwellen, Oberflächenwellen

Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik



	Vorlesung: Mi., 11:30-13:00, HS B		Übungsblatt online	Übung: Mo., 11:30-13:00, HS B Besprechung der Übungsblätter	
	19.04	keine Vorlesung		17.04	
VL1	26.04	Aufbau der Erde & Plattentektonik		24.04	
VL2	03.05	Radiometrische Altersbestimmung	Ü1	01.05	
VL3	10.05	Seismische Wellen und ihre Wechselwirkungen, elastische Eigenschaften von Gesteinen		08.05	Ü1: Radiometrische Altersbestimmung
VL4	17.05	Erdbeben: Bruchprozesse, Messung & Lokalisierung von Erdbeben	Ü2	15.05	
VL5	24.05	Ausbreitung von Erdbebenwellen, Strukturerkundung		22.05	Ü2: Seismische Wellen, elast. Eigen.
	31.05	keine Vorlesung, Pfingstwoche		29.05	
VL6	07.06	Eigenschwingungen	Ü3	05.06	
VL7	14.06	Seismizität, Gefährdung, Magnituden		12.06	
VL8	21.06	Schwere und Gravimetrie	Ü4	19.06	Ü3: Eigenschwingungen, Seismizität
VL9	28.06	Magnetismus	Ü5	26.06	Ü4: Schwere und Gravimetrie
VL10	05.07	Temperatur	Ü6	03.07	
VL11	12.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Mantel		10.07	Ü5: Magnetismus
VL12	19.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Erdkern		17.07	Ü6: Temperatur

**Vorlesung:** Die Vorlesung findet mittwochs um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt und beginnt am 26.4.2023.

**Übungen:** Die Übungen finden nach obigen Zeitplan montags um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt. Die Termine finden sich in der oben stehenden Tabelle. Übungsblätter werden nach den jeweiligen Vorlesungen online gestellt. Durch Vorrechnen von Übungsaufgaben können Punkte (max. 3) erworben werden, die auf die Klausur als Bonuspunkte\* angerechnet werden. Die Punktzahl, die für das Vorrechnen der einzelnen Aufgaben vergeben wird, wird in der jeweiligen Übung bekannt gegeben.

\*d.h. das Bestehen der Prüfung durch diese Punkte ist nicht möglich; bei bestandener Klausur lässt sich dadurch jedoch die Note verbessern.

**Klausur:** Erster Termin am 26.07.2022, 14:00 - 15:30h, zweiter Termin am 20.09.2022, 09:00 - 10:30h. Die der Ort der Klausuren ist der Otto-Lehmann-Hörsaal.

# The Structure of Mars: InSight Mission

Karlsruher Institut für Technologie



- [Vortrag at SSA meeting 2019:  
https://www.youtube.com/watch?v=aTx\\_ca1bE4A&feature=youtu.be](https://www.youtube.com/watch?v=aTx_ca1bE4A&feature=youtu.be)

 InSight as a Time Machine...

- InSight travels back more than a hundred years, to terrestrial seismology at the dawn of the 20<sup>th</sup> century, to answer basic questions about the planet:
  - What is the thickness of the crust?
  - What is the structure of the mantle?
  - What is the size and density of the core?
  - What is the distribution of seismicity?
- This will allow us to travel back in time 4.5 billion years, to the beginnings of our solar system, to help understand:
  - The processes of planetary differentiation that formed the planets
  - The evolutionary processes that modify them

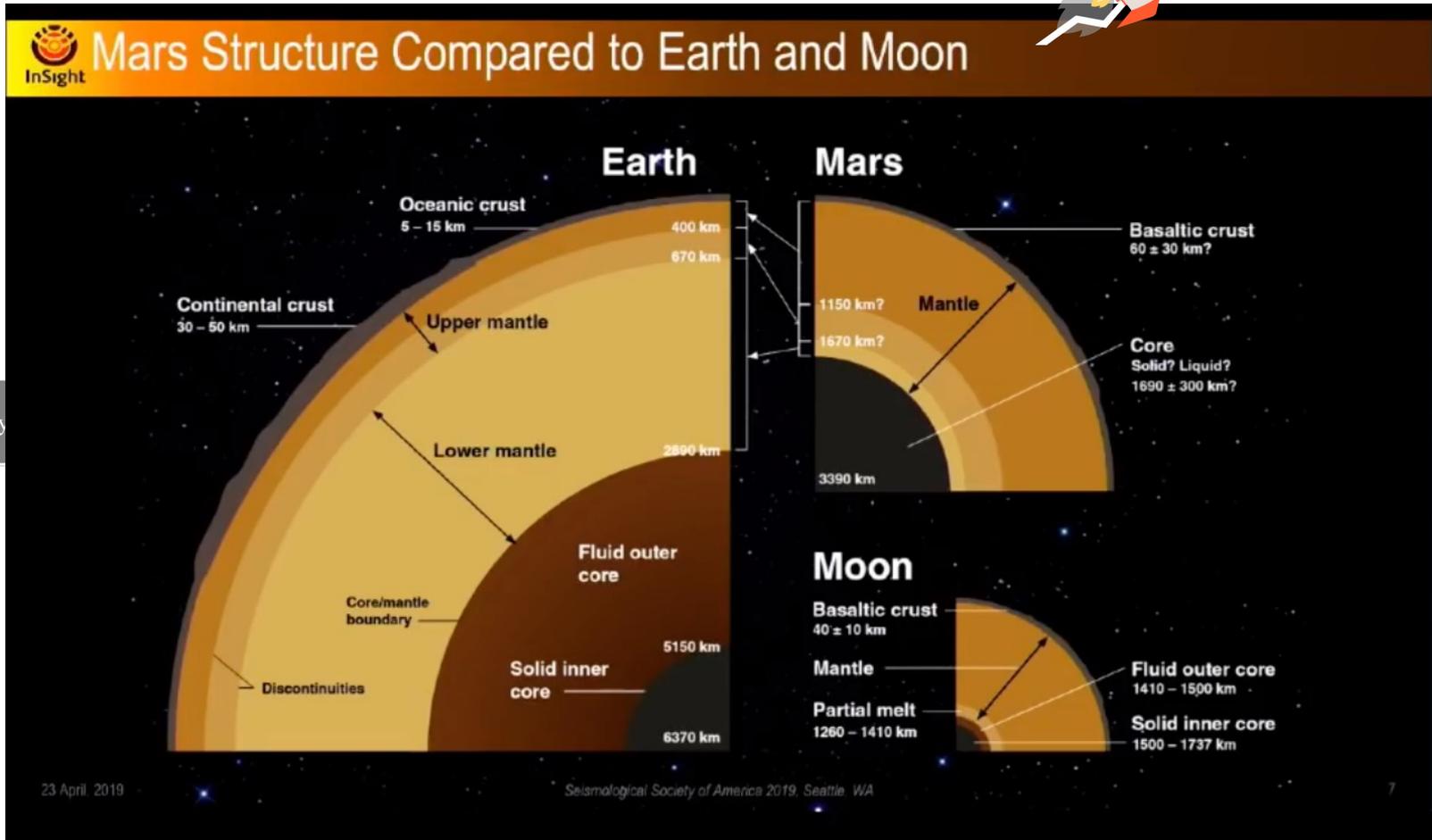


23 April, 2019 Seismological Society of America 2019, Seattle, WA

Geophysikalisches

# The Structure of Mars: InSight Mission

KIT  
Karlsruher Institut für Technologie



Geophy

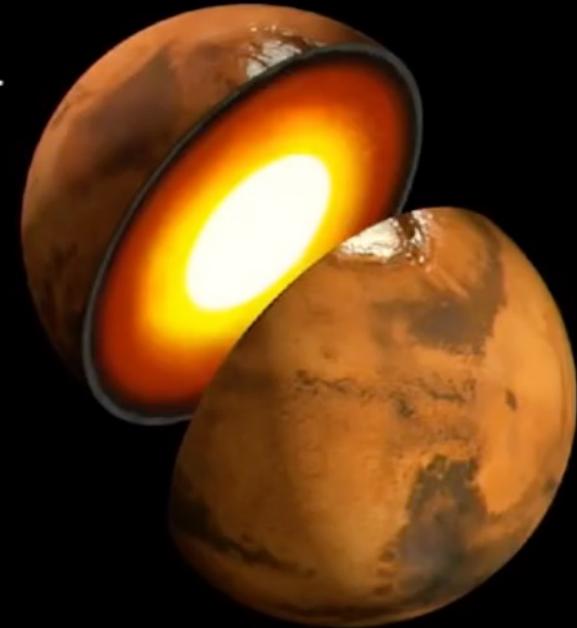


## Mission Objectives

Goal: Provide constraints on the formation and early evolution processes of terrestrial planets by studying the internal structure of Mars.

In order to address this goal, InSight will determine, through geophysical measurements:

- Crustal thickness and large-scale layering
- Mantle structure
- Core size and density
- Global heat flux
- Rate and distribution of seismic activity
- Rate of meteorite impacts



Geophy

23 April, 2019

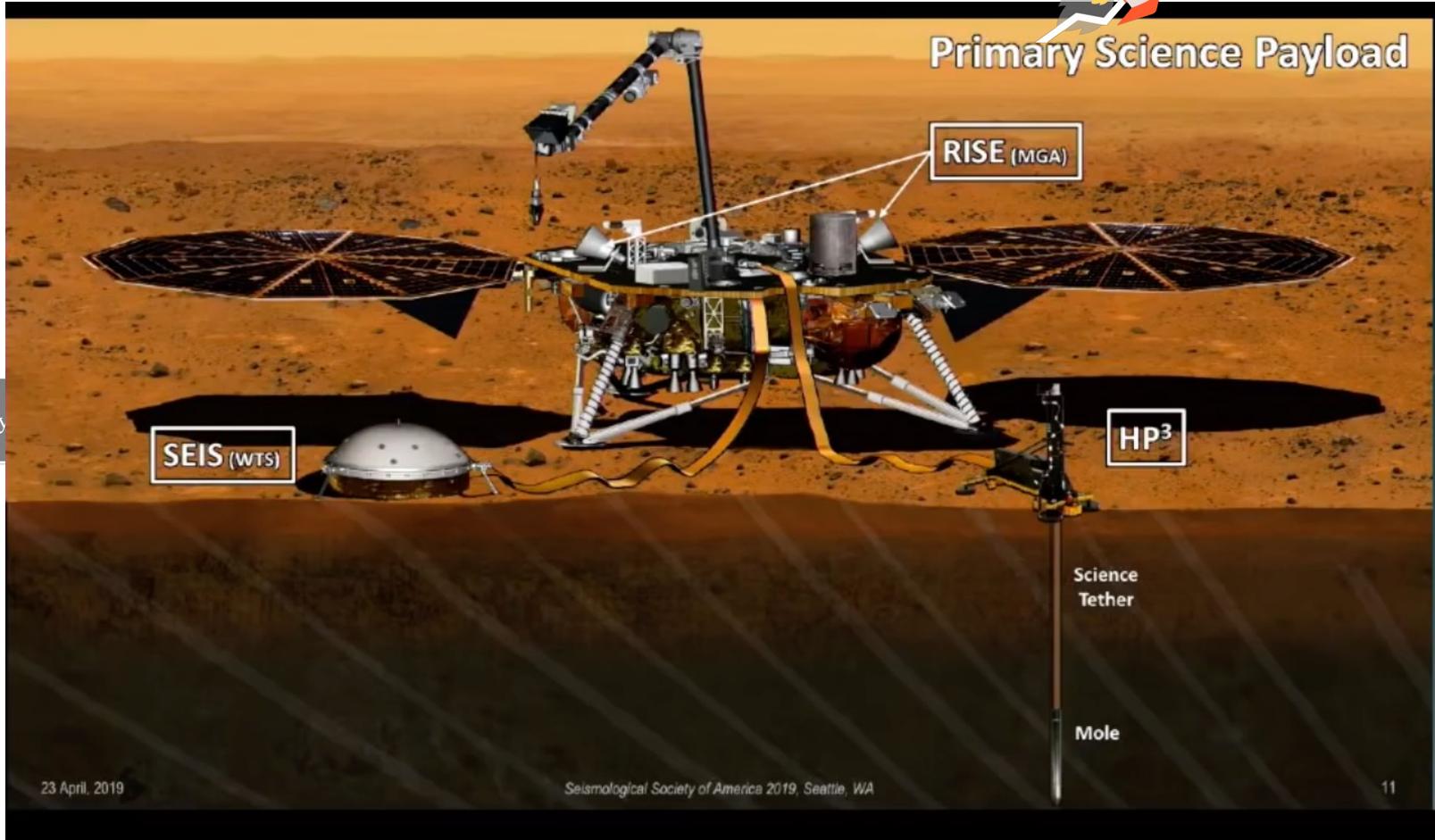
Seismological Society of America 2019, Seattle, WA

# The structure of Mars: InSight Mission

KIT  
Karlsruher Institut für Technologie

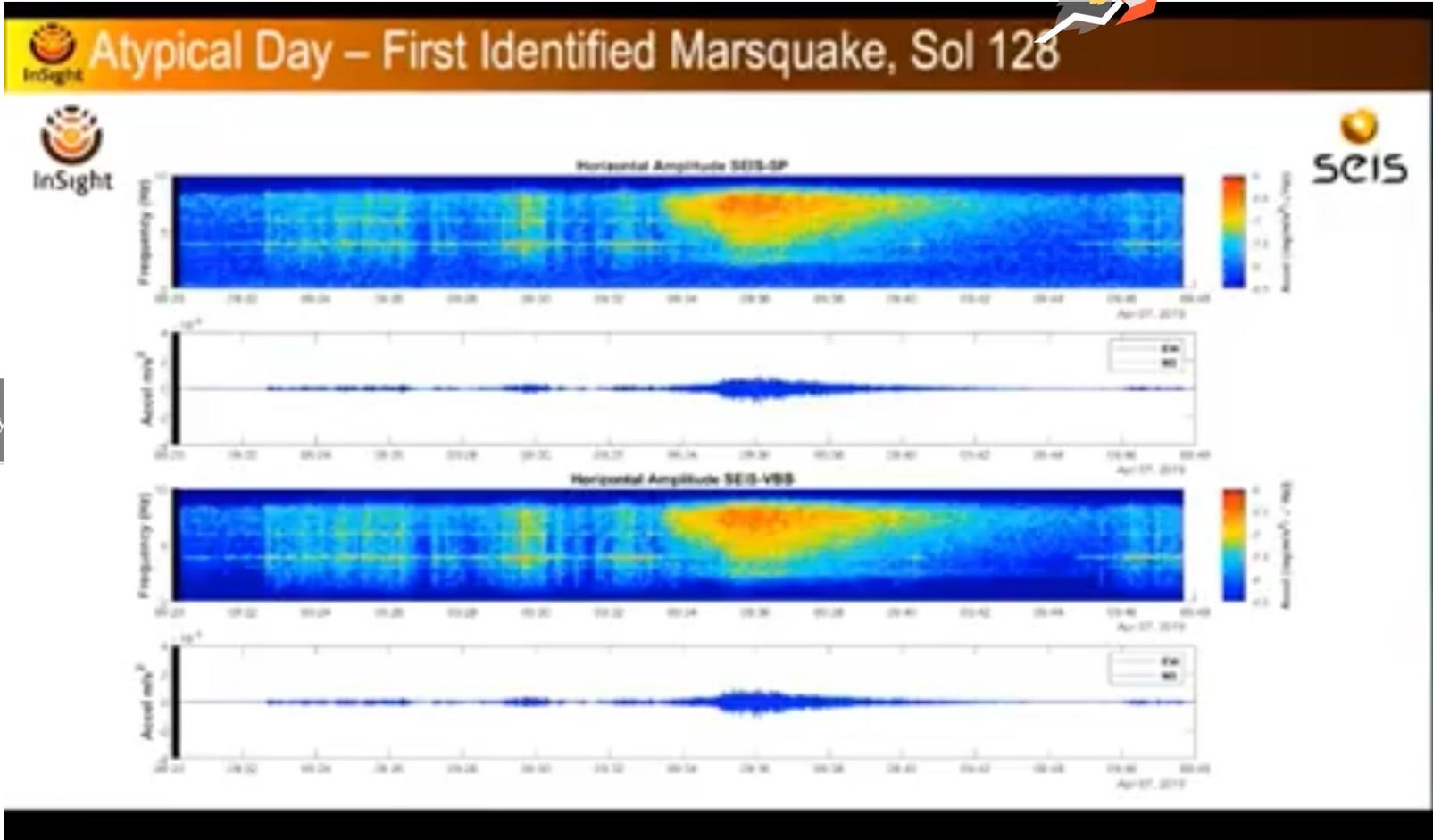


Geophy



# The Structure of Mars: InSight Mission

KIT  
Karlsruher Institut für Technologie

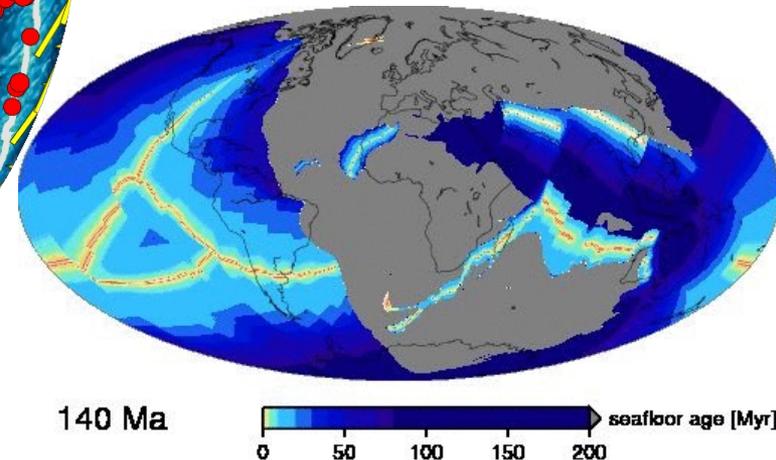


Geophy

Letzte 2 Wochen: Aufbau der Erde und  
Plattentektonik kennengelernt  
→ Was passiert, wenn Platten sich  
verschieben?



Letzte 2 Wochen: Aufbau der Erde und  
Plattentektonik kennengelernt  
→ Was passiert, wenn Platten sich  
verschieben?



# ILIAS-Seite

	Vorlesung: Mi., 11:30-13:00, HS B		Übungsblatt online	Übung: Mo., 11:30-13:00, HS B Besprechung der Übungsblätter
	20.04	(keine Vorlesung)		18.04
VL1	27.04	Aufbau der Erde & Plattentektonik		25.04
VL2	04.05	Radiometrische Altersbestimmung	Ü1	02.05
VL3	11.05	Seismische Wellen und ihre Wechselwirkungen, elastische Eigenschaften von Gesteinen	Ü2	09.05
VL4	18.05	Erdbeben: Bruchprozesse, Messung & Lokalisierung von Erdbeben		16.05 Ü1: Radiometrische Altersbestimmung von Gesteinen
VL5	25.05	Ausbreitung von Erdbebenwellen, Strukturerkundung		23.05 Ü2: Seismische Wellen und ihre WW, elastische Eigenschaften von Gesteinen
VL6	01.06	Eigenschwingungen	Ü3	30.05
	08.06	(keine Vorlesung, Pfingstwoche)		06.06
VL7	15.06	Seismizität, Gefährdung, Magnituden		13.06 Ü3: Eigenschwingungen, Seismizität
VL8	22.06	Schwere und Gravimetrie	Ü4	20.06
VL9	29.06	Magnetismus	Ü5	27.06
VL10	06.07	Temperatur	Ü6	04.07 Ü4: Schwere und Gravimetrie
VL11	13.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Mantel		11.07 Ü5: Magnetismus
VL12	20.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Erdkern		18.07 Ü6: Temperatur
	27.07	<b>schriftliche Prüfung (Hörsaal B)</b>		25.07

**Vorlesung:** Die Vorlesung findet mittwochs um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt und beginnt am 27.4.2022.

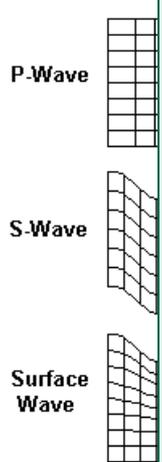
**Übungen:** Die Übungen finden ca. 14-tgl. montags um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt. Die Termine finden sich in der oben stehenden Tabelle.

**Klausur:** Erster Termin am 27.07.2022, 14:00 - 15:30h, Geb. 30.22, Gaede-Hörsaal, zweiter Termin am 20.09.2022, 09:00 - 10:30h, Geb. 30.22, Otto-Lehmann-Hörsaal.

# Einführung in die Geophysik II

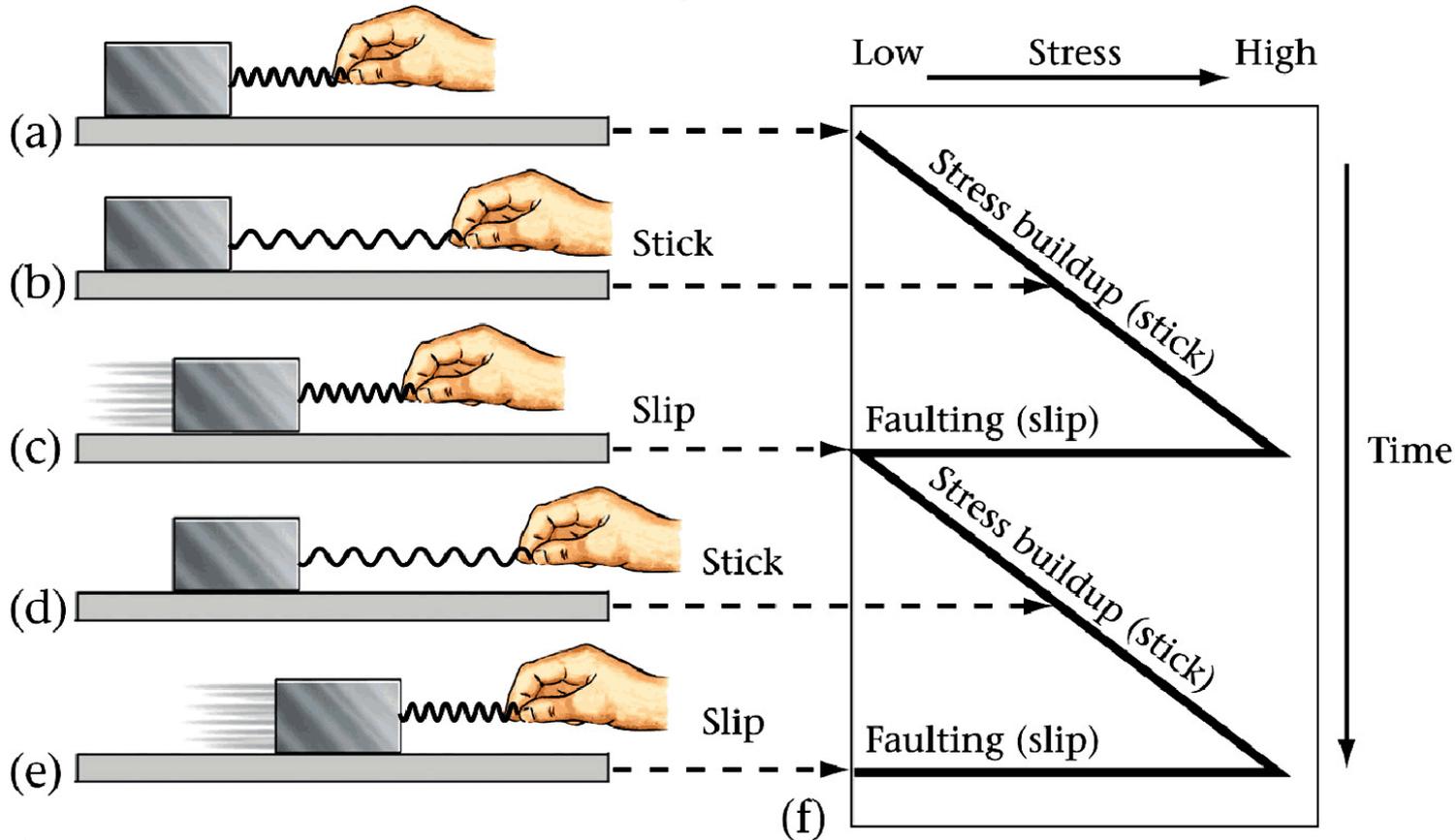
## Elastische Eigenschaften von Gesteinen, seismische Wellen und Ihre Wechselwirkungen

Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik



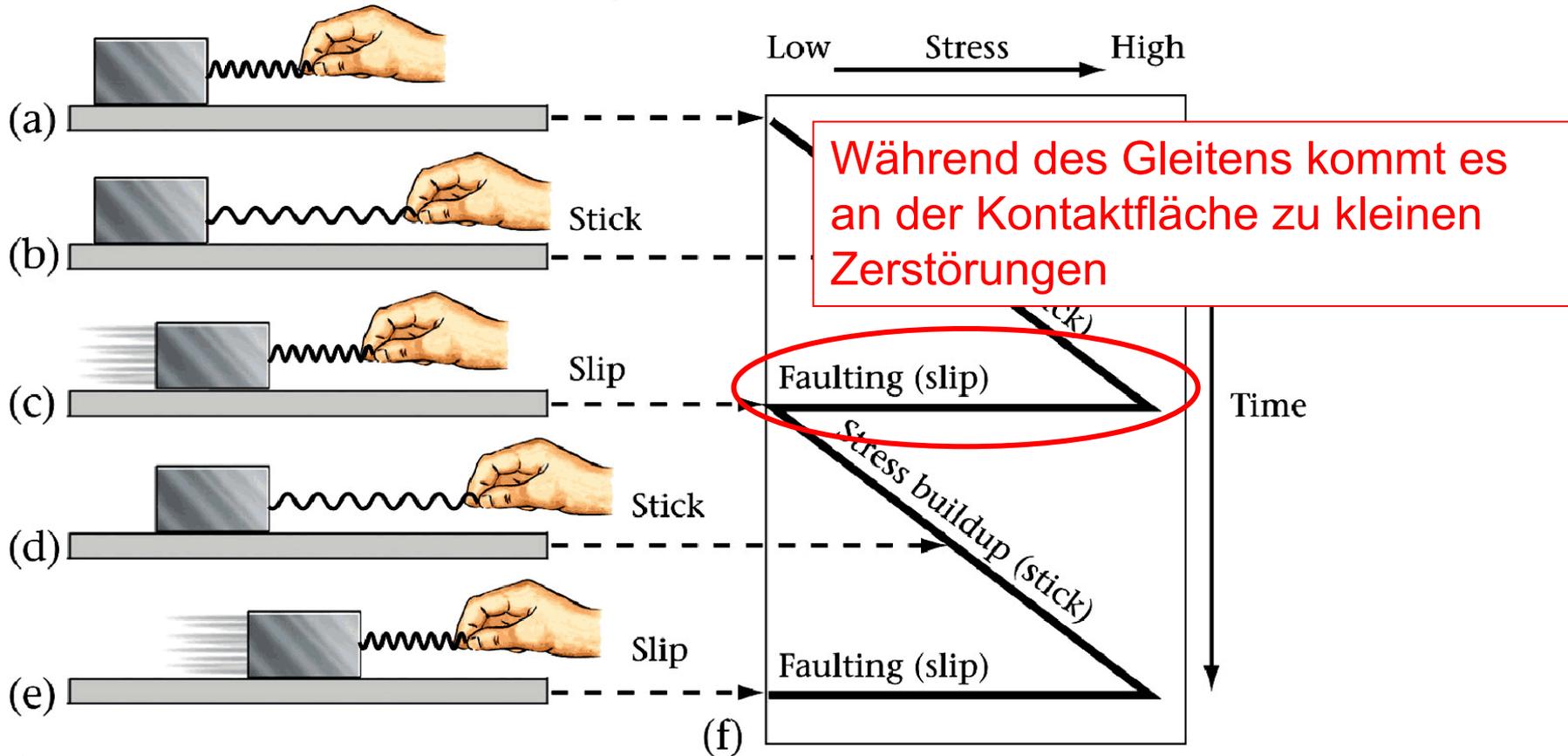
- Wie verhalten sich Materialien und Gesteine bei Beanspruchung?
- Wie entstehen bei Bruchprozessen elastische Wellen?
- Wie lassen sich Materialparameter und Wellenausbreitung mathematisch verknüpfen?
- Welche Wellen entstehen bei Bruchprozessen?
- Was können wir durch sie über die Erde lernen?

# Stick Slip Behavior



Durch Zug wird Spannung (hier: auf Feder) aufgebaut.  
 Ruckartige Plattenbewegung, wenn Reibung überwunden.

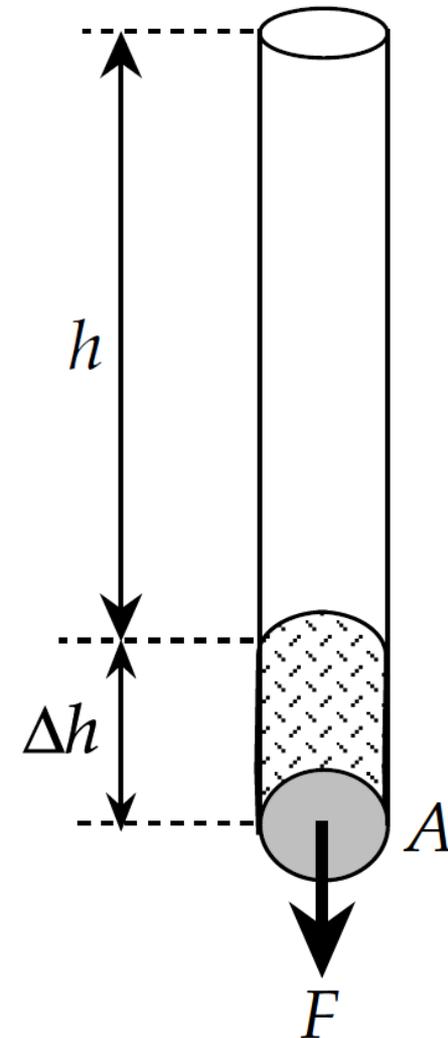
# Stick Slip Behavior



**Durch Zug wird Spannung (hier: auf Feder) aufgebaut. Ruckartige Plattenbewegung, wenn Reibung überwunden.**

# Elastizitätstheorie

Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



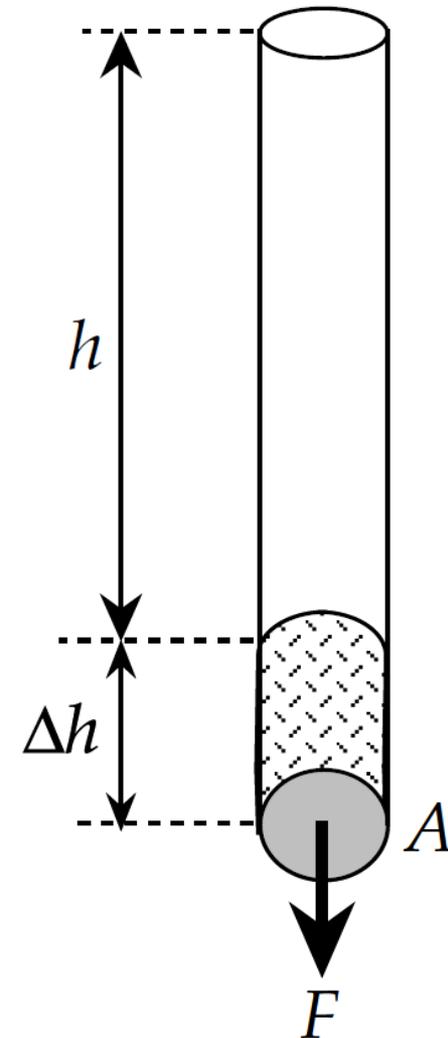
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?

- Kraft  $F$  wirkt auf Stab der Länge  $h$ :  
führt zu elastischer Deformation  $\Delta h$

$$\frac{F}{A} \propto \frac{\Delta h}{h}$$



Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

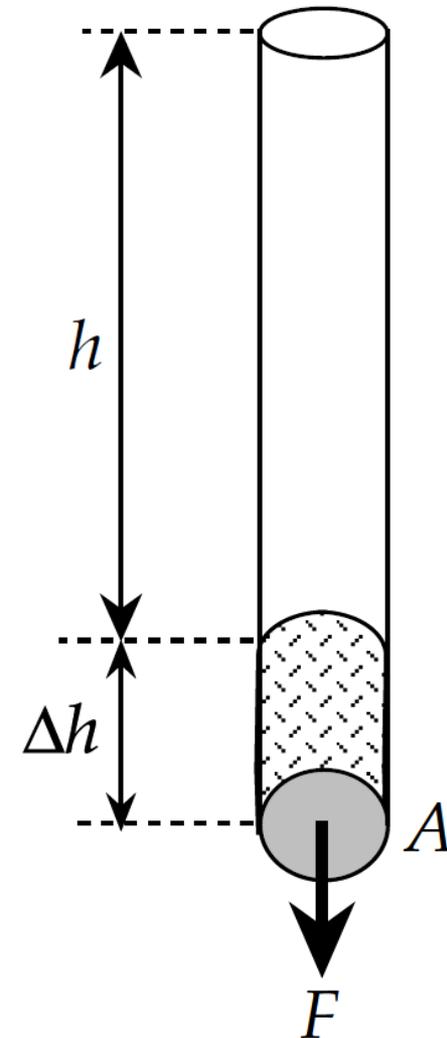
Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?

- Kraft  $F$  wirkt auf Stab der Länge  $h$ : führt zu elastischer Deformation  $\Delta h$

$$\frac{F}{A} \propto \frac{\Delta h}{h}$$

- Für  $h \rightarrow 0$  nennt man  $\Delta h/h$  Verformung  $\varepsilon$  (englisch „strain“, dimensionslos)

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h}$$



# Elastizitätstheorie

Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?

- Kraft  $F$  wirkt auf Stab der Länge  $h$ : führt zu elastischer Deformation  $\Delta h$

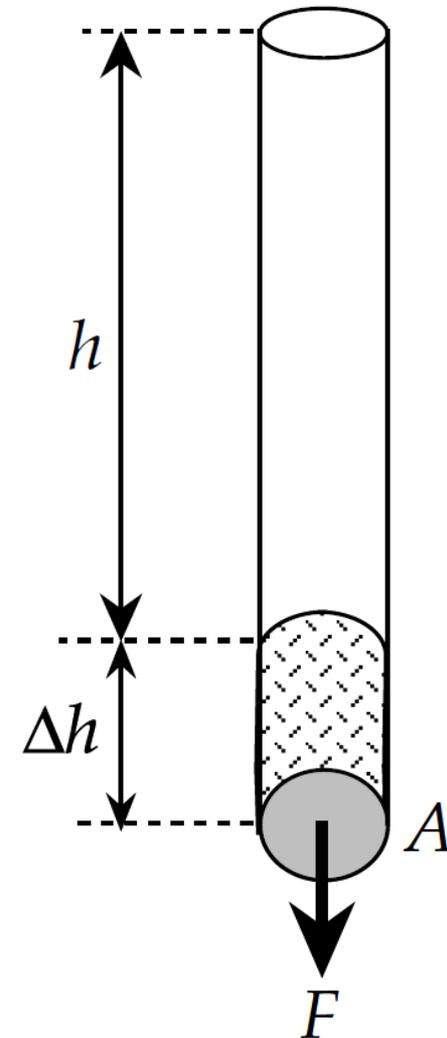
$$\frac{F}{A} \propto \frac{\Delta h}{h}$$

- Für  $h \rightarrow 0$  nennt man  $\Delta h/h$  Verformung  $\varepsilon$  (englisch „strain“, dimensionslos)
- Für  $A \rightarrow 0$ : Maximale Spannung, die angelegt werden kann, bezeichnet man mit  $\sigma$  (englisch „stress“, Einheit Pa)

Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

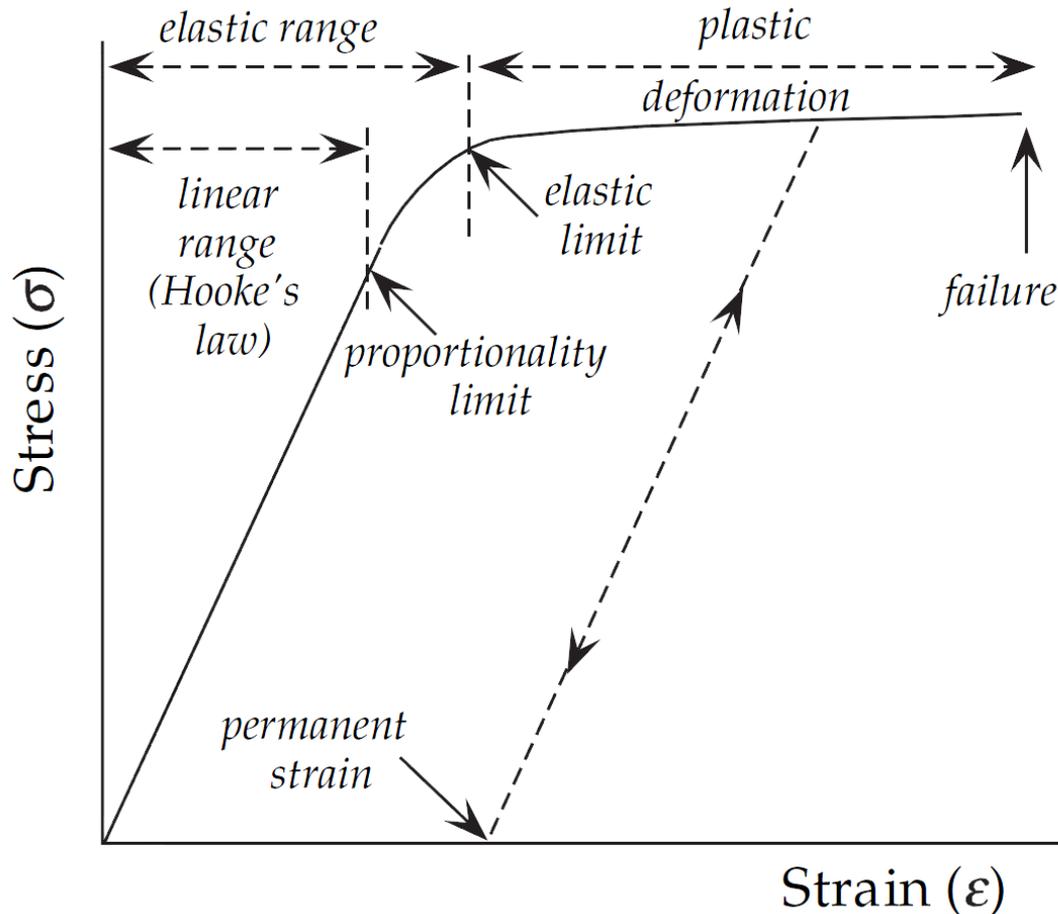
$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



# Elastizitätstheorie

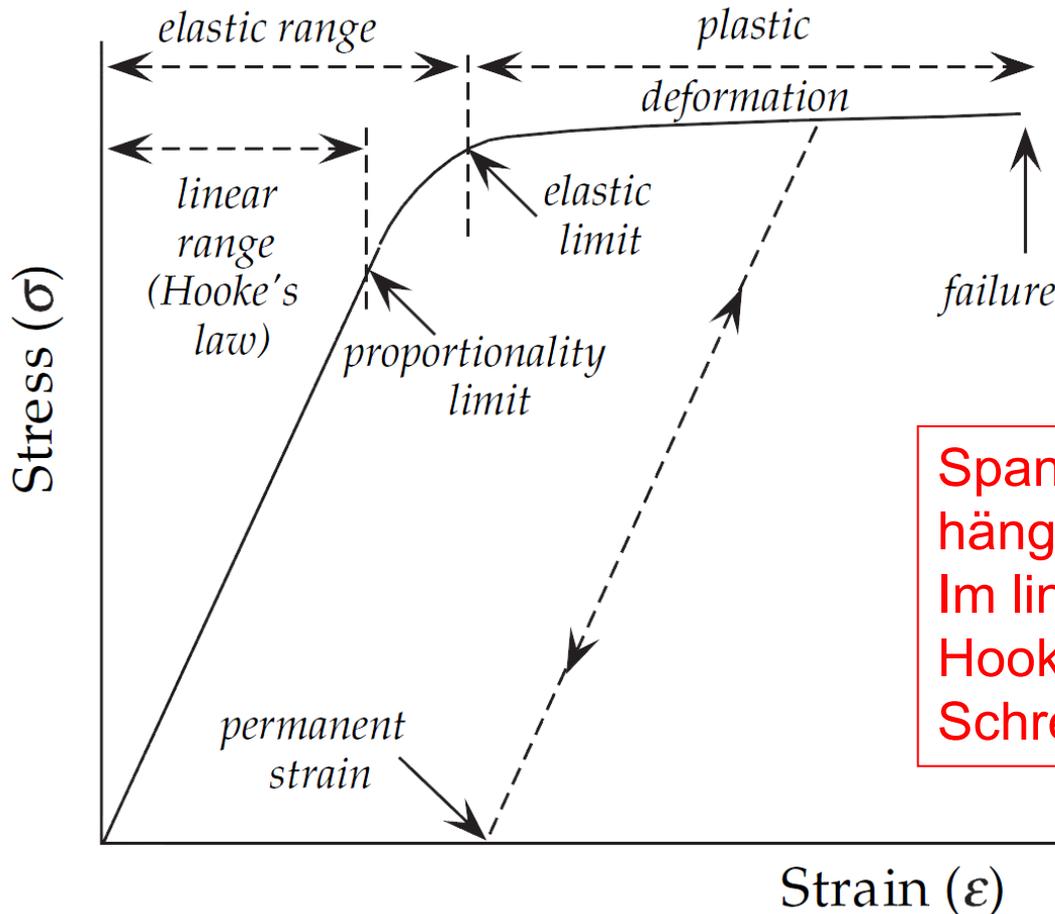
Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

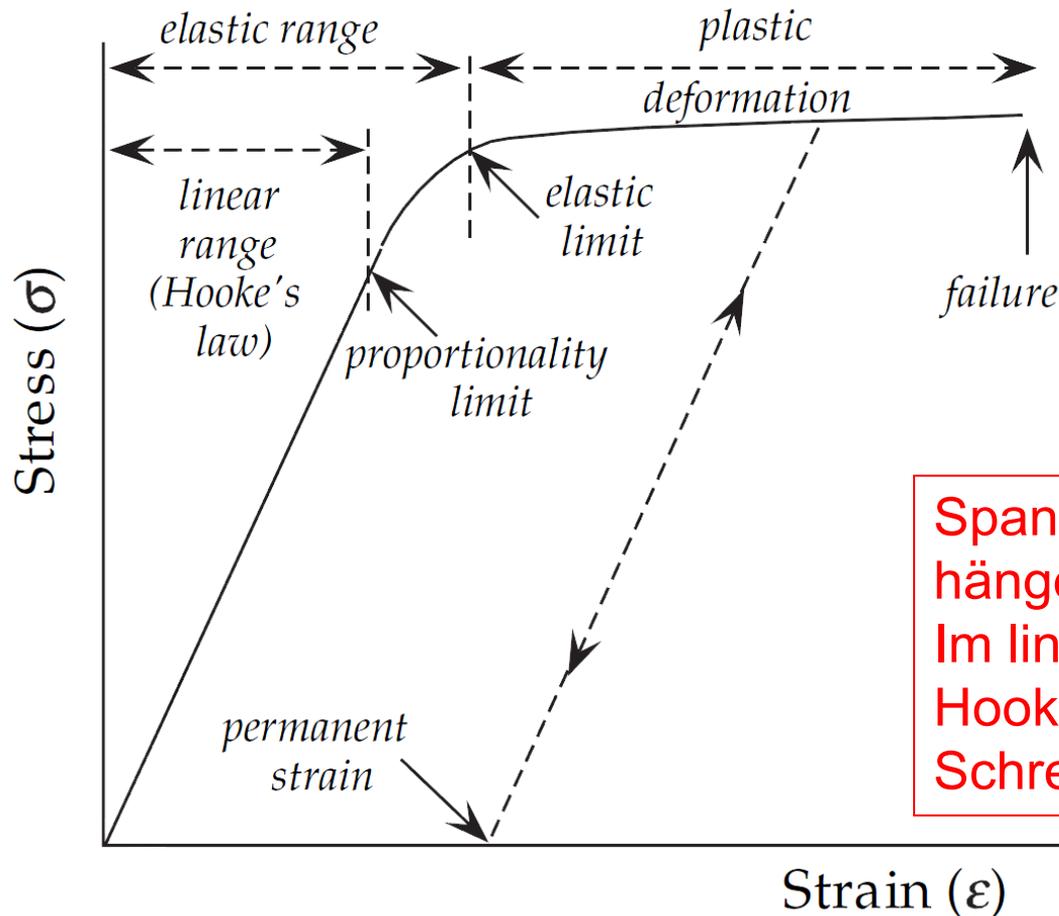
Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



Spannungen  $\sigma$  und Verformungen  $\epsilon$  hängen zusammen:  
 Im linear elastischen Fall gilt das Hookesche Gesetz: allgemeine Schreibweise:  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$

Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

## Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



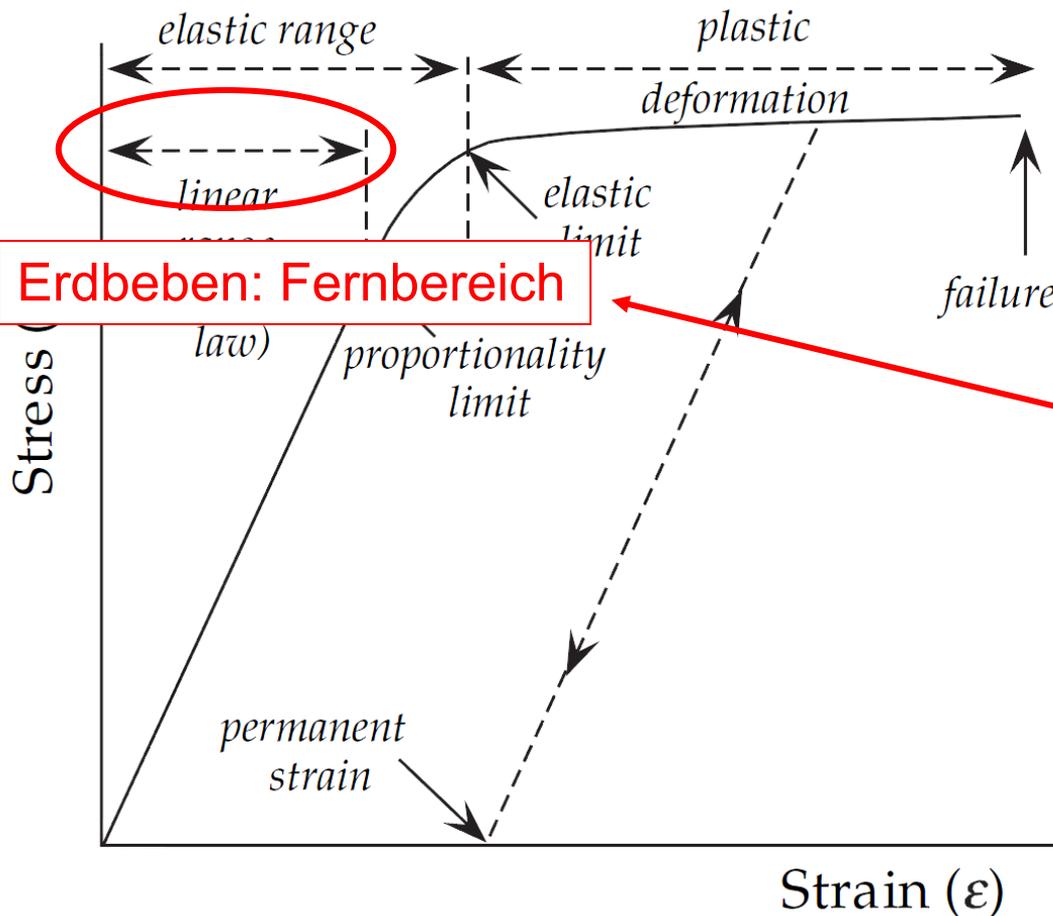
- Elastizitätstensor
- Tensor vierter Stufe
- beinhaltet im allgemeinen Fall 81 Komponenten; wegen Symmetrie reduziert er sich zu 21 unabhängigen Komponenten die das Material beschreiben

Spannungen  $\sigma$  und Verformungen  $\epsilon$  hängen zusammen:  
 Im linear elastischen Fall gilt das Hookesche Gesetz: allgemeine Schreibweise:  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$

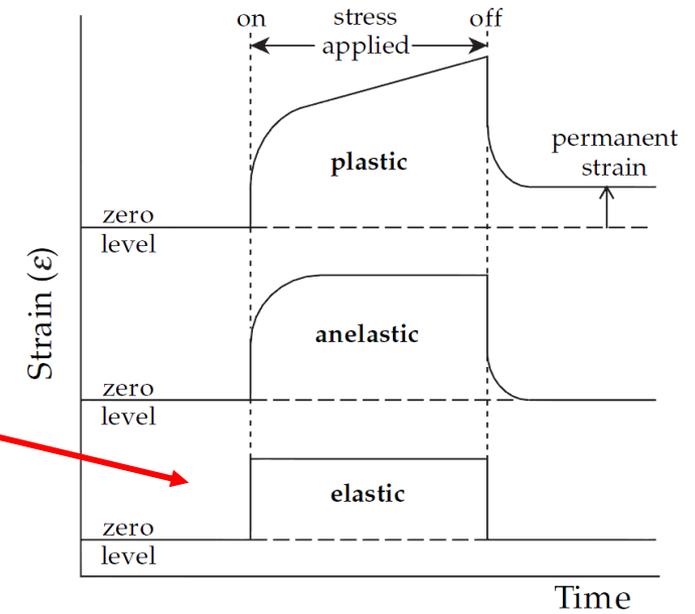
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



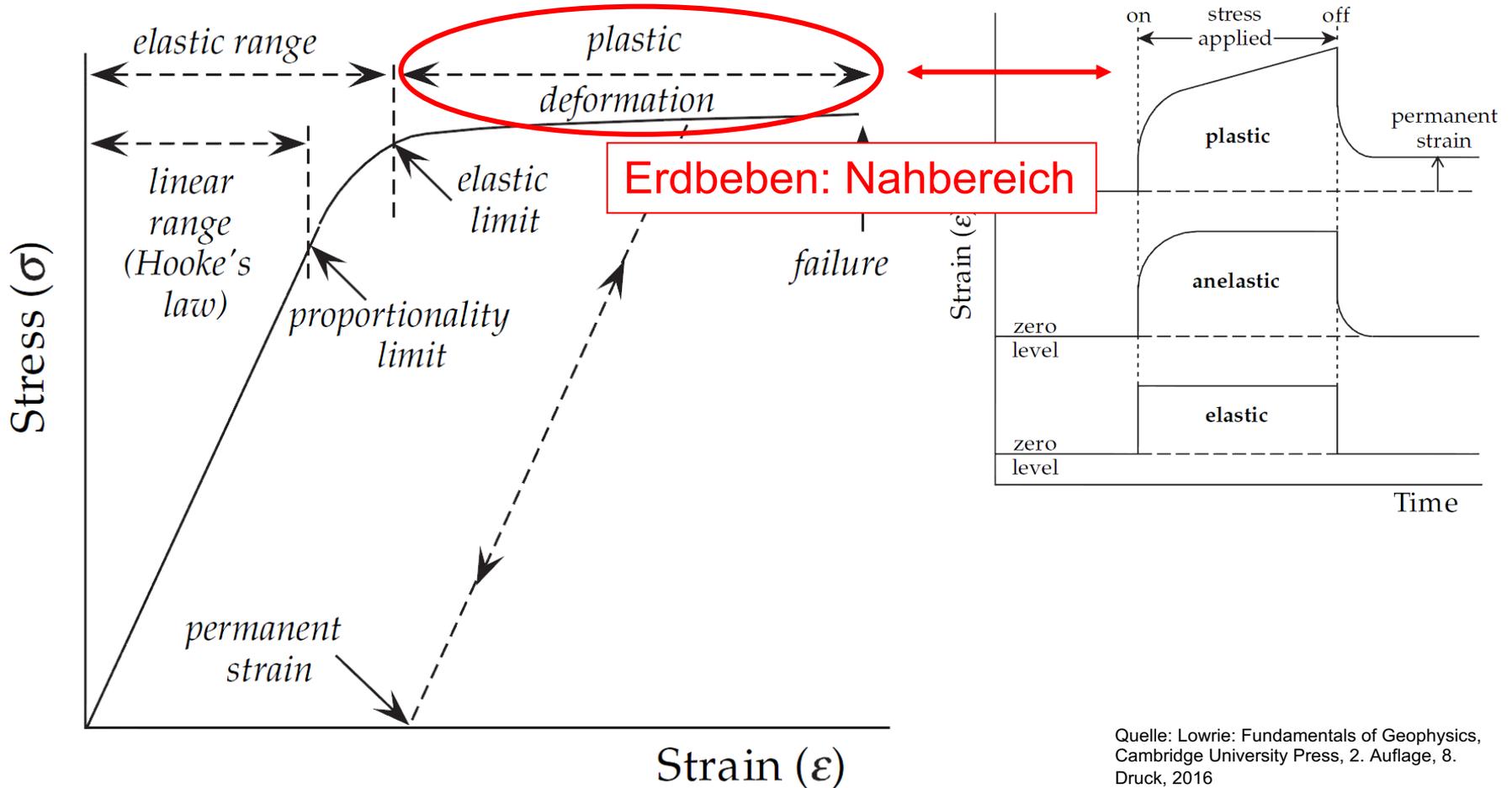
Erdbeben: Fernbereich



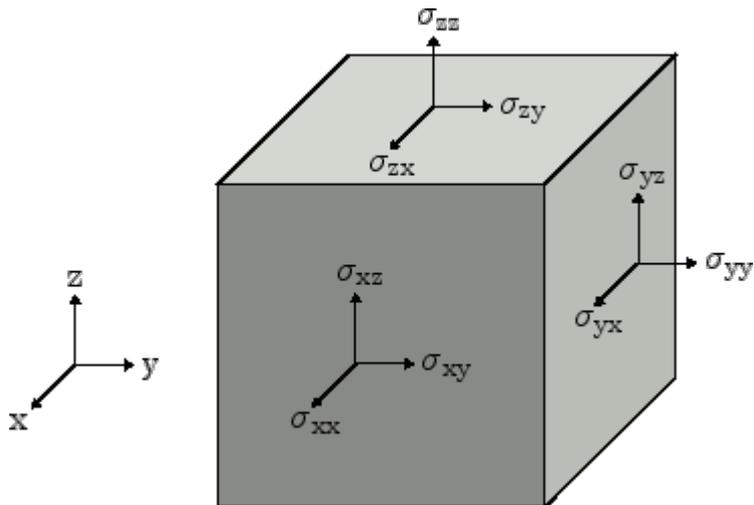
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

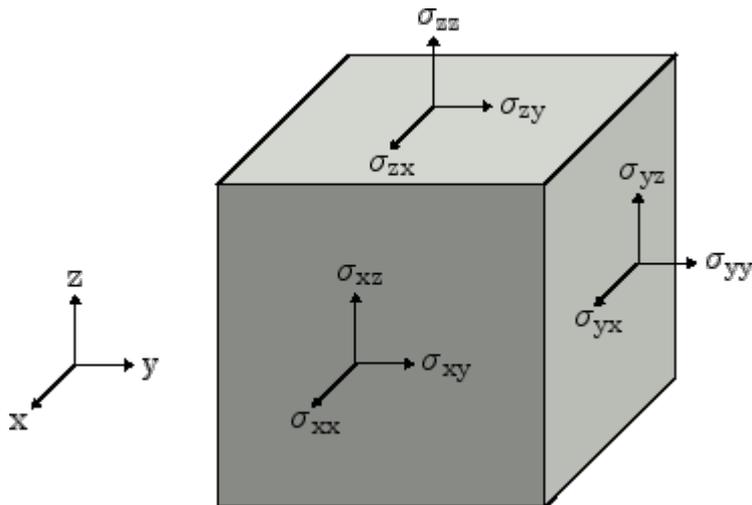
Was passiert mit Material während einer Beanspruchung?



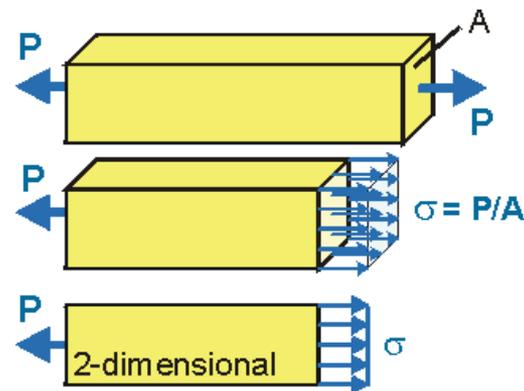
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

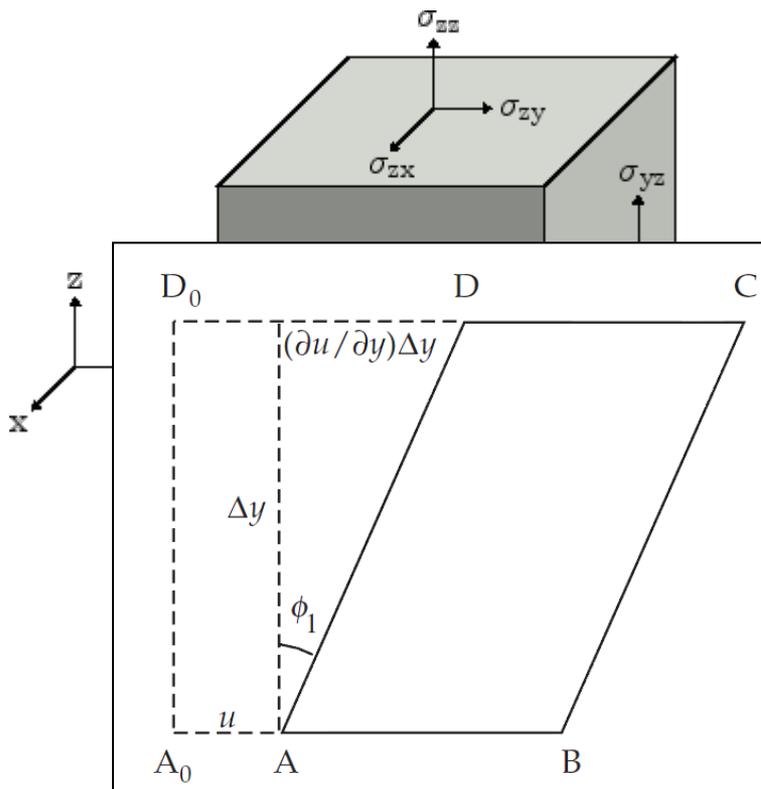


- Auf einen Punkt in einem kleinen Volumen wirken nicht nur Kräfte in einer Richtung, sondern in allen drei Raumrichtungen.



- Auf einen Punkt in einem kleinen Volumen wirken nicht nur Kräfte in einer Richtung, sondern in allen drei Raumrichtungen.
- Sie können senkrecht zur Fläche stehen, an der sie angreifen: Normalspannungen  $\sigma_{nn}$ .



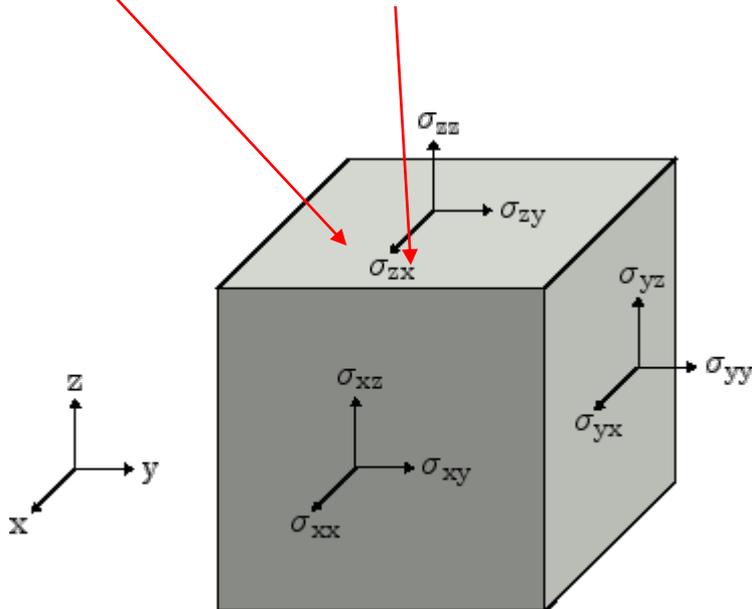


- Auf einen Punkt in einem kleinen Volumen wirken nicht nur Kräfte in einer Richtung, sondern in allen drei Raumrichtungen.
- Sie können senkrecht zur Fläche stehen, an der sie angreifen: Normalspannungen  $\sigma_{nn}$ .
- Sie können aber auch parallel zur Fläche angreifen: Scherspannungen  $\sigma_{nm}$ .

Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics,  
Cambridge University Press, 2. Auflage, 8.  
Druck, 2016

# Elastizitätstheorie

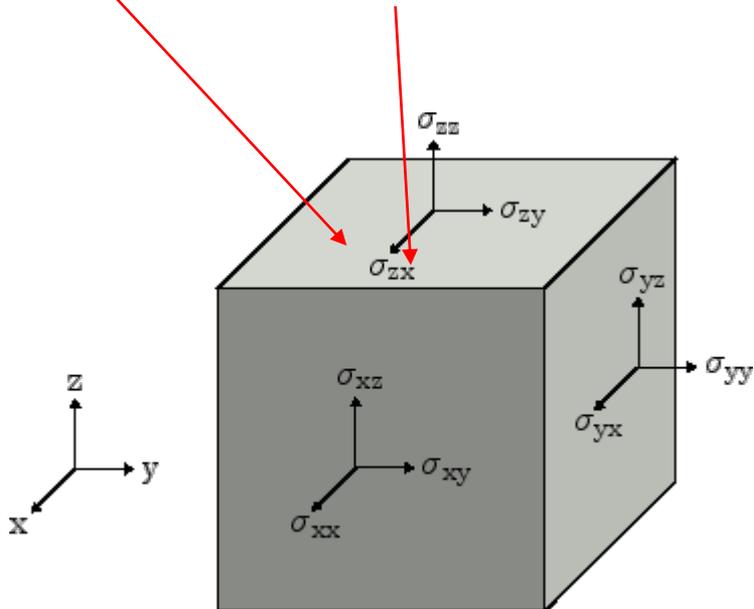
erster Index gibt Fläche an, auf der Spannung wirkt  
 zweiter Index gibt Richtung der Spannung an



- Auf einen Punkt in einem kleinen Volumen wirken nicht nur Kräfte in einer Richtung, sondern in allen drei Raumrichtungen.
- Sie können senkrecht zur Fläche stehen, an der sie angreifen: Normalspannungen  $\sigma_{nn}$ .
- Sie können aber auch parallel zur Fläche angreifen: Scherspannungen  $\sigma_{nm}$ .

# Elastizitätstheorie

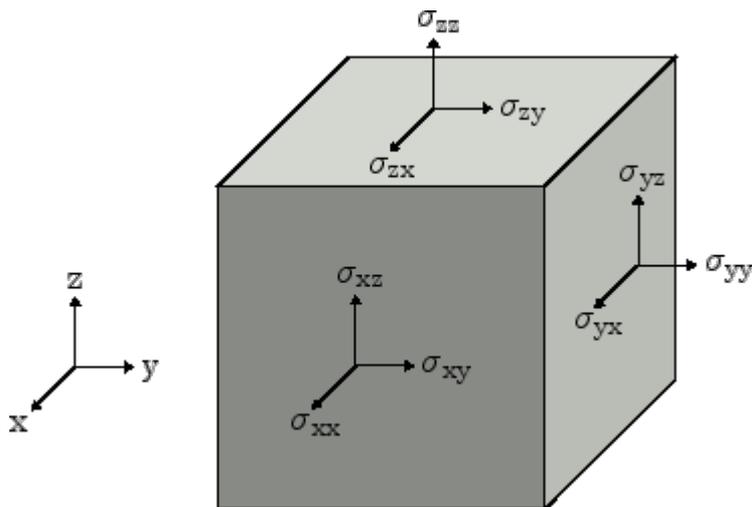
erster Index gibt Fläche an, auf der Spannung wirkt  
 zweiter Index gibt Richtung der Spannung an



$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

- Auf einen Punkt in einem kleinen Volumen wirken nicht nur Kräfte in einer Richtung, sondern in allen drei Raumrichtungen.
- Sie können senkrecht zur Fläche stehen, an der sie angreifen: Normalspannungen  $\sigma_{nn}$ .
- Sie können aber auch parallel zur Fläche angreifen: Scherspannungen  $\sigma_{nm}$ .

Spannung lässt sich durch Spannungstensor  $\sigma$  beschreiben

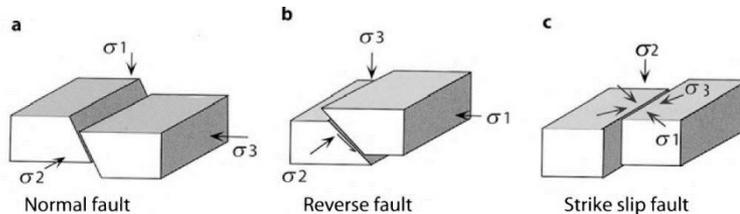
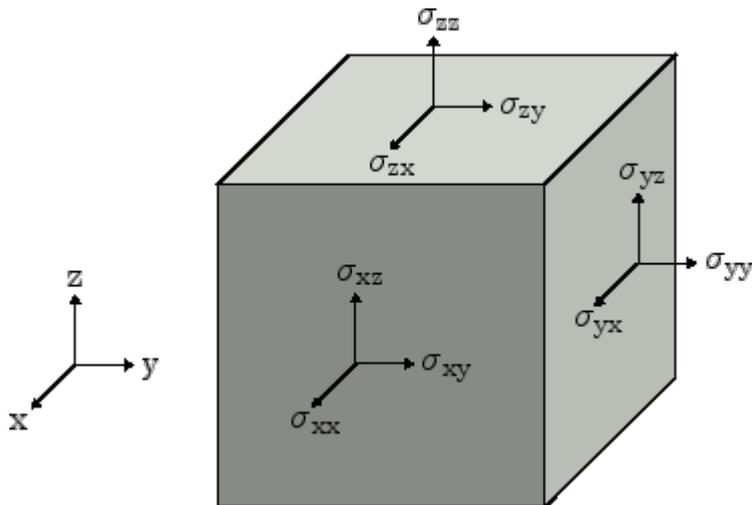


$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Wegen Symmetrie:

- durch Rotation lässt sich Spannungstensor in neues Koordinatensystem überführen, so dass nur noch Diagonalelemente Wert  $\neq 0$  besitzen.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

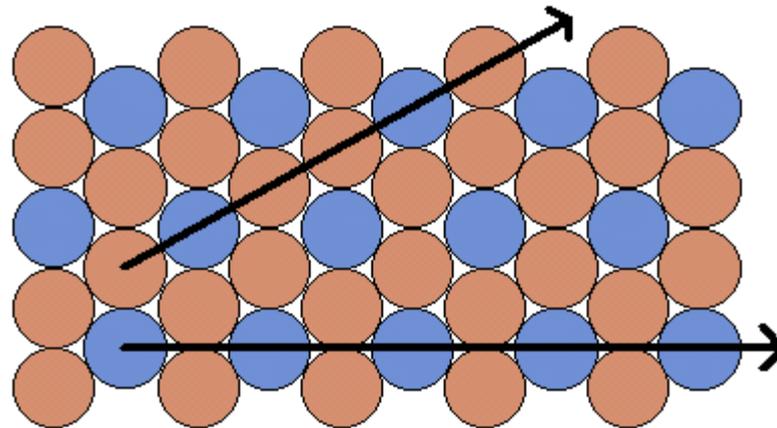


Wegen Symmetrie:

- durch Rotation lässt sich Spannungstensor in neues Koordinatensystem überführen, so dass nur noch Diagonalelemente Wert  $\neq 0$  besitzen.

→ Führt dazu, dass Erdbeben drei Brucharten haben können (in Vorlesung nächste Woche)

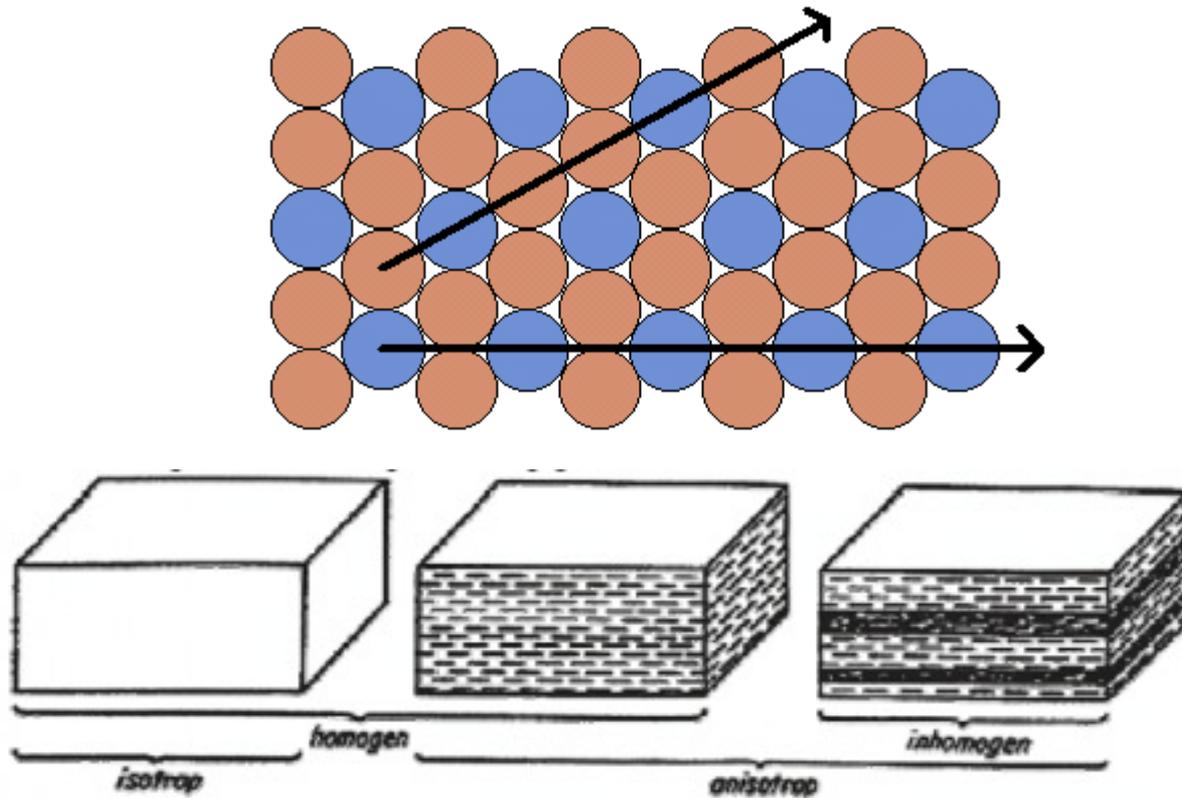
Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**



$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

Aus  $C_{ijkl}$  in der allgemeinen Form des Hookeschen Gesetzes werden einzelne Parameter.

Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**



Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

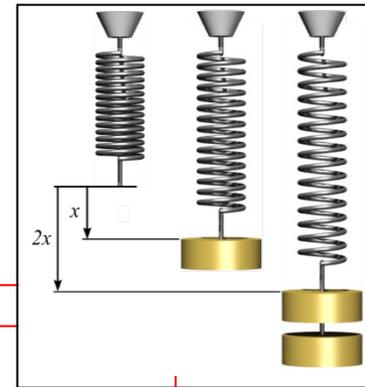
1.) Wenn ein Körper elastisch verformt wird, gibt es eine lineare Beziehung zwischen Spannungen und Verformungen (Hookesches Gesetz): immer die gleichen Komponenten

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \quad \sigma_{yy} = E\varepsilon_{yy} \quad \sigma_{zz} = E\varepsilon_{zz}$$

E ist das Elastizitätsmodul (englisch: „Young’s modulus“)

Beispiel in 1D: Kraftänderung an Feder ( $\Delta F$ ) mit Federkonstanten D führt zur Längenänderung  $\Delta x$

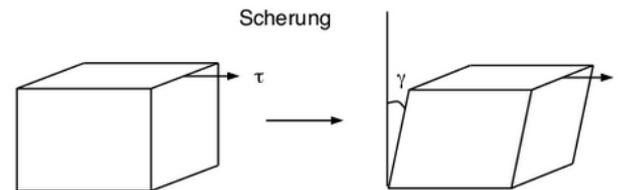
$$\Delta F = D \Delta x$$



Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

2.) Wenn ein Körper geschert wird, gibt es eine lineare Beziehung zwischen Spannungen und Verformungen: immer die gleichen Komponenten

$$\sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} \quad \sigma_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz} \quad \sigma_{zx} = 2\mu\varepsilon_{zx}$$

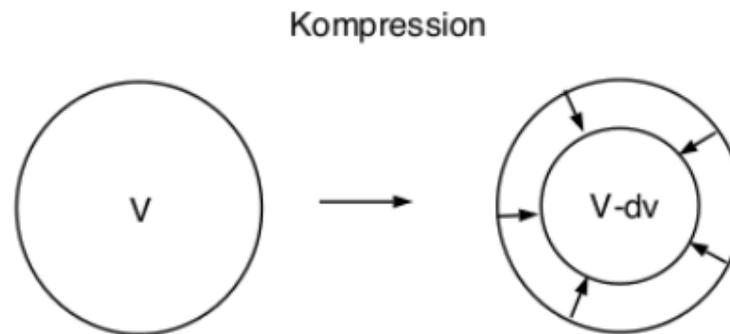


$\mu$  ist das Schermodul (englisch: „rigidity modulus“ oder „shear modulus“)

Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

3.) Wenn allseitiger Druck auf einen Körper wirkt, wird er deformiert ( $\theta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = dV/V$  ist die relative Volumenänderung)

$$p = -K\theta$$



K ist das Inkompansionsmodul (englisch: „bulk modulus“) – manchmal in deutscher Literatur auch fälschlicherweise als Kompressionsmodul bezeichnet (Kompressibilität ist aber  $1/K$ )

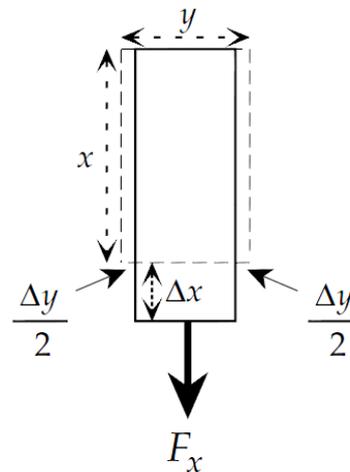
Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

4.) Die Verformungen sind bei elastischen Verhalten des Materials nicht unabhängig voneinander → Verformung in einer Richtung führt auch zu Verformungen in anderen Richtungen!



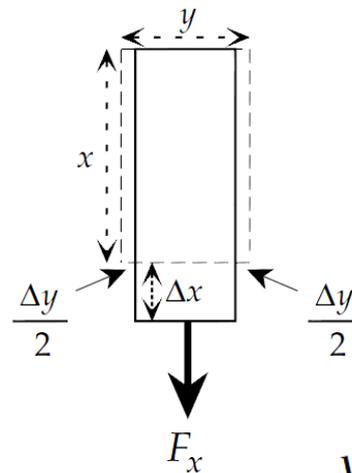
Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

4.) Die Verformungen sind bei elastischen Verhalten des Materials nicht unabhängig voneinander → Verformung in einer Richtung führt auch zu Verformungen in anderen Richtungen!



Aus den Grundsätzen der Elastizitätstheorie lassen sich im isotropen Fall wichtige Beziehungen ableiten: **Elastische Moduln**

4.) Die Verformungen sind bei elastischen Verhalten des Materials nicht unabhängig voneinander → Verformung in einer Richtung führt auch zu Verformungen in anderen Richtungen!



Verhältnis der Verformungen  $\nu$  bezeichnet man als **Poisson-Verhältnis**

$$\nu = - \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = - \frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}}$$

Im linear elastischen isotropen Fall reichen zwei Moduln aus, um den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen auszudrücken

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma_{zz}$$

$$\varepsilon_{yy} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{xx} + \frac{1}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma_{zz}$$

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \sigma_{yy} + \frac{1}{E} \sigma_{zz}$$

...zum Beispiel E und  $\nu$

Im linear elastischen isotropen Fall reichen zwei Moduln aus, um den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen auszudrücken

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{xx} + \lambda \varepsilon_{yy} + \lambda \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{yy} &= \lambda \varepsilon_{xx} + (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{yy} + \lambda \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{zz} &= \lambda \varepsilon_{xx} + \lambda \varepsilon_{yy} + (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{zz}\end{aligned}$$

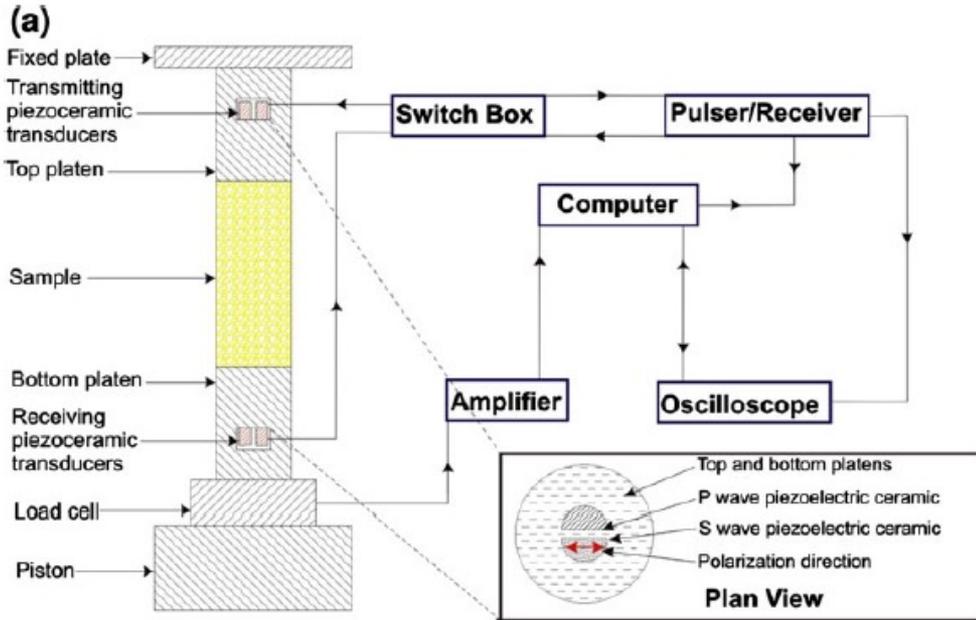
...oder die Lamékonstanten  
 $\lambda$  und  $\mu$

## Wie hängt das alles zusammen?

	$K, G$	$\lambda, \mu$	$E, \sigma$
$K$	$K$	$\lambda + \frac{2}{3}\mu$	$\frac{E}{3(1-2\sigma)}$
$G, \mu$	$G$	$\mu$	$\frac{E}{2+2\sigma}$
$\lambda$	$K - \frac{2}{3}G$	$\lambda$	$\frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$
$E$	$\frac{9KG}{3K+G}$	$\mu \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}$	$E$
$\sigma$	$\frac{3K-2G}{2(3K+G)}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\sigma$

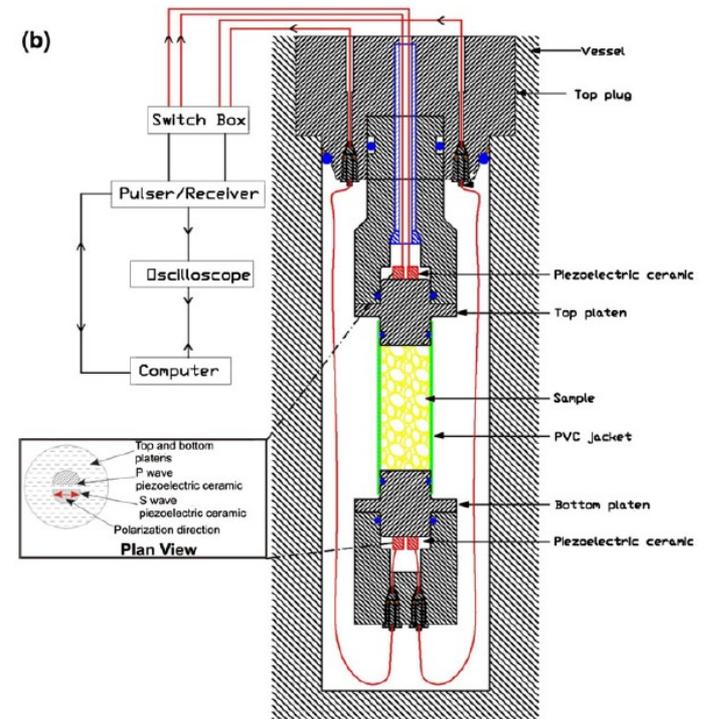
$K$ : Kompressionsmodul (*bulk modulus*);  $G$ : Schermodul (*shear modulus*);  $\lambda$ : 1. Lamésche Konstante (*1st Lamé's constant*);  $\mu$  ( $= G$ ): 2. Lamésche Konstante (*2nd Lamé's constant*);  $E$ : Elastizitätsmodul (*Young's modulus*);  $\sigma$ : Poisson-Zahl (*Poisson's ratio*).

# Wie werden die elastischen Module gemessen?



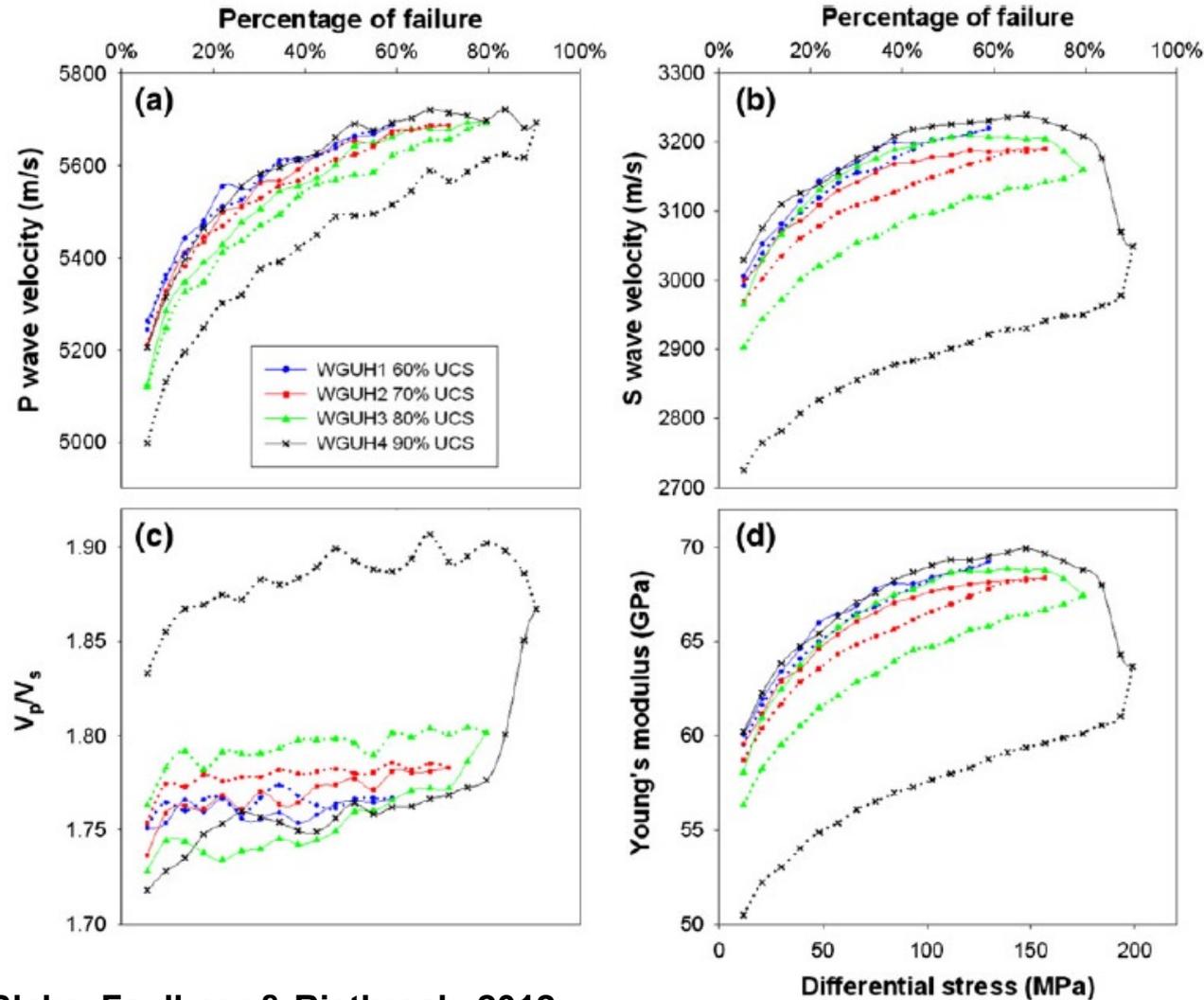
uni-axial

tri-axial



Blake, Faulkner & Rietbrock, 2012

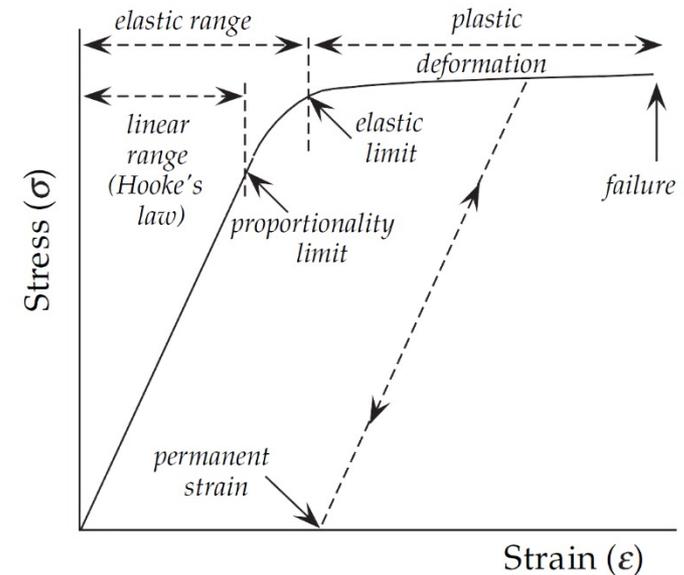
# Elastizitätstheorie



Blake, Faulkner & Rietbrock, 2012

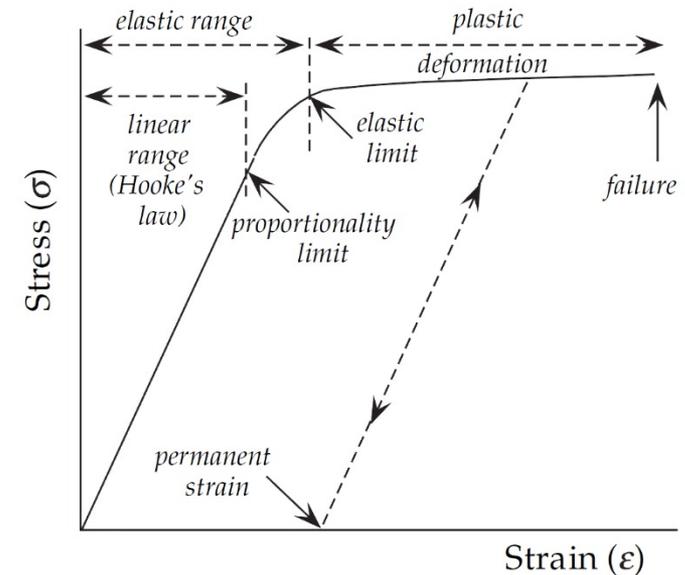
## Was muss ich mir davon merken???

- Im elastischen Bereich sind Spannungen und Verformungen reversibel.
- Ihr Zusammenhang wird durch das Hookesche Gesetz beschrieben.
- Im allgemeinen Fall sind Spannungen und Verformungen Tensoren und werden über den Elastizitätstensor  $C_{ijkl}$  verknüpft (81  $\rightarrow$  21 Komponenten).
- Im isotropen Medium reichen zwei Moduln, um den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen zu beschreiben.
- Diese lassen sich mathematisch ineinander überführen.



Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics,  
Cambridge University Press, 2. Auflage, 8.  
Druck, 2016

- Bei einem elastischen Bruch werden im Material elastische Wellen erzeugt und breiten sich darin aus.

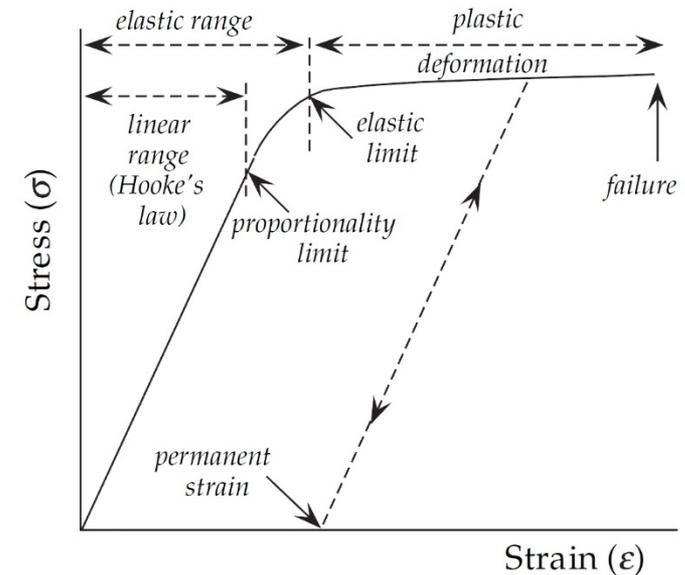


Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics,  
Cambridge University Press, 2. Auflage, 8.  
Druck, 2016

- Bei einem elastischen Bruch werden im Material elastische Wellen erzeugt und breiten sich darin aus.
- Die Wellenausbreitung wird durch die Wellengleichung (hier 1D) beschrieben:

$$(\rho dx A_x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = dx A_x \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}$$

- DGL zweiter Ordnung



Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

- Um die Wellengleichung zu lösen, muss man Hookesches Gesetz (z.B. in der folgenden Form)

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

einsetzen und umformen und erhält dann

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Um die Wellengleichung zu lösen, muss man Hookesches Gesetz (in der folgenden Form)

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

einsetzen und umformen und dann

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Es gibt in der Lösung zwei Werte für die Geschwindigkeit  $V$ :

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

- Um die Wellengleichung zu lösen, muss man Hookesches Gesetz (der folgenden Form)

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

einsetzen und umformen und dann

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Es gibt in der Lösung zwei Werte für die Geschwindigkeit  $V$ :

$$\alpha = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

Kompressionswellengeschwindigkeit

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Scherwellengeschwindigkeit

- Um die Wellengleichung zu lösen, muss man Hookesches Gesetz (der folgenden Form)
- Es gibt in der Lösung zwei Werte für die Geschwindigkeit  $V$ :

$$\sigma = E \epsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

## Physikalische Konsequenzen:

- Weil das Kompressionsmodul  $K$  immer positiv ist, gilt auch immer:  $\alpha > \beta$
- Weil es in Flüssigkeiten und Gasen keine Scherung gibt ( $\mu = 0$ ), können sich Scherwellen in Flüssigkeiten und Gasen nicht ausbreiten

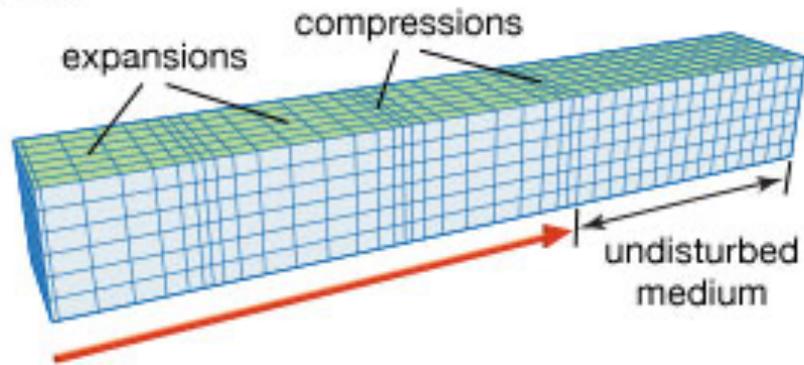
$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

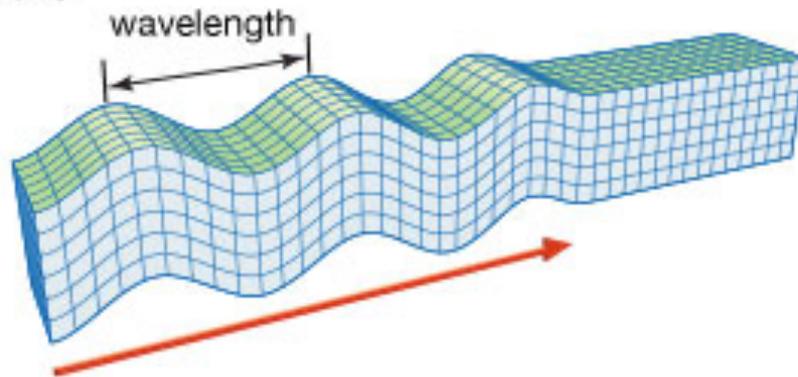
# Wellenausbreitung

## Main types of seismic waves

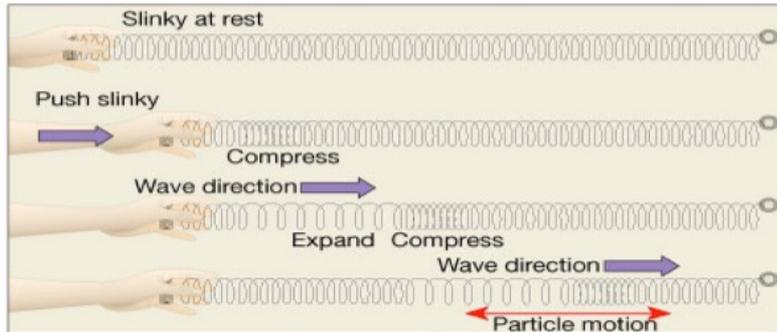
### P wave



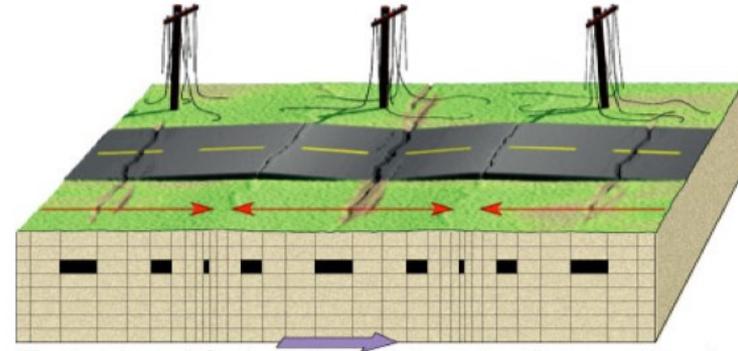
### S wave



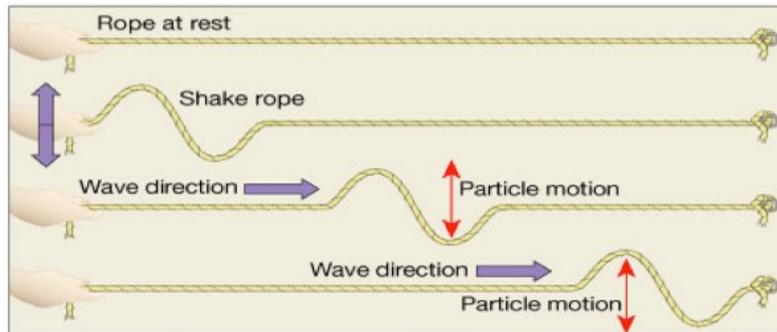
# Wellenausbreitung



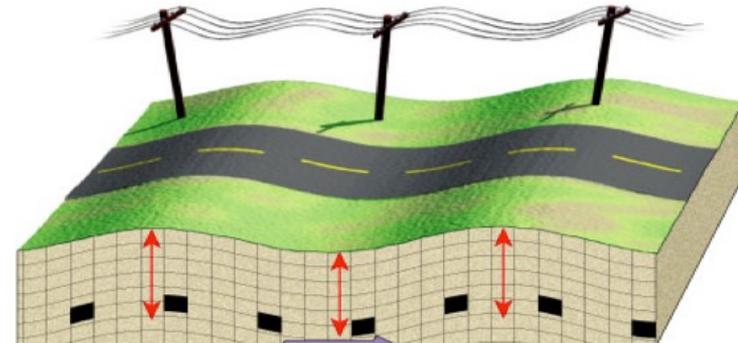
P waves are compression waves that alternately compress and expand the material through which they pass.



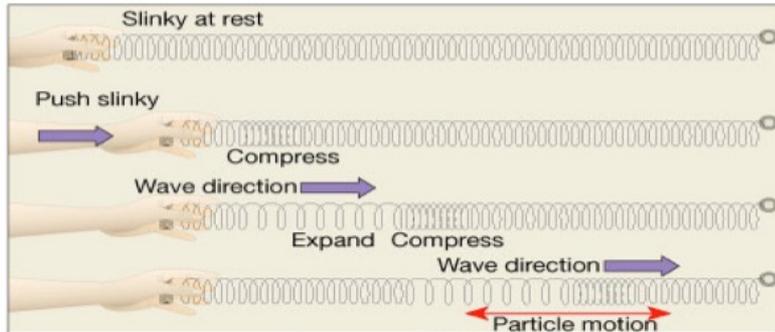
The back-and-forth motion produced as P waves travel along the surface can cause the ground to buckle and fracture.



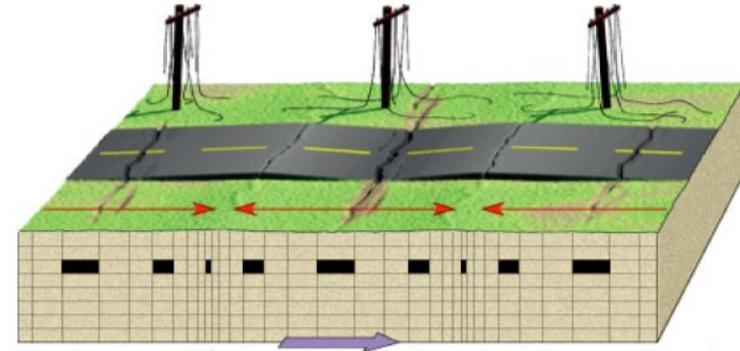
S waves are transverse waves which cause material to shake at right angles to the direction of wave motion. The length of the red arrow is the displacement, or amplitude, of the S wave.



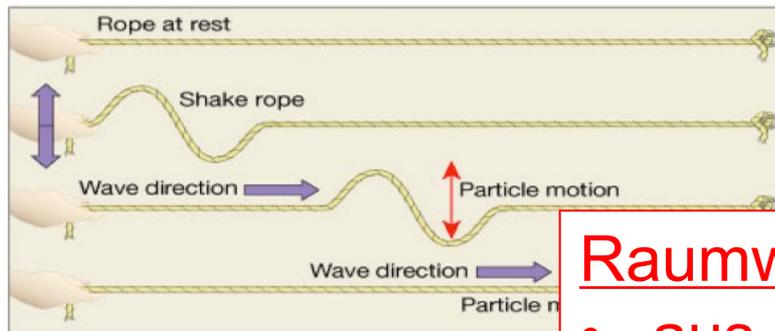
S waves cause the ground to shake up-and-down and sideways.



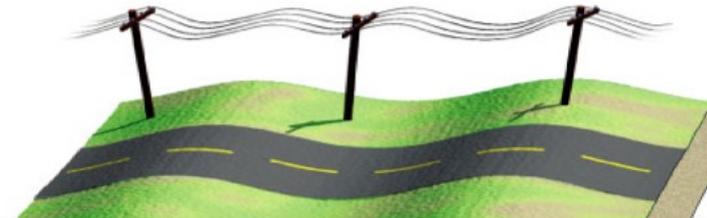
P waves are compression waves that alternately compress and expand the material through which they pass.



The back-and-forth motion produced as P waves travel along the surface can cause the ground to buckle and fracture.



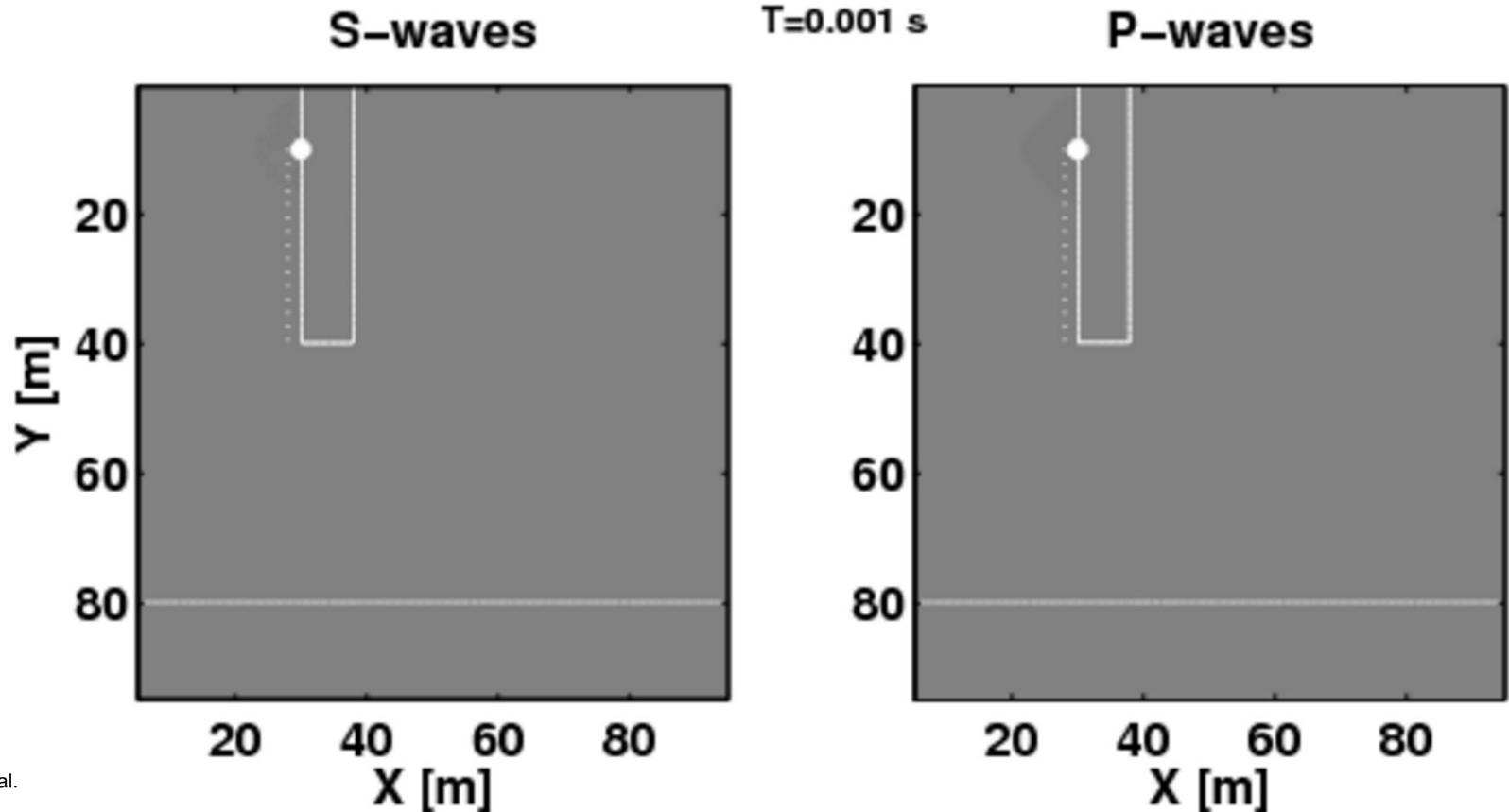
S waves are transverse waves which cause motion at right angles to the direction of wave motion. The red arrow is the displacement, or amplitude.



## Raumwellen:

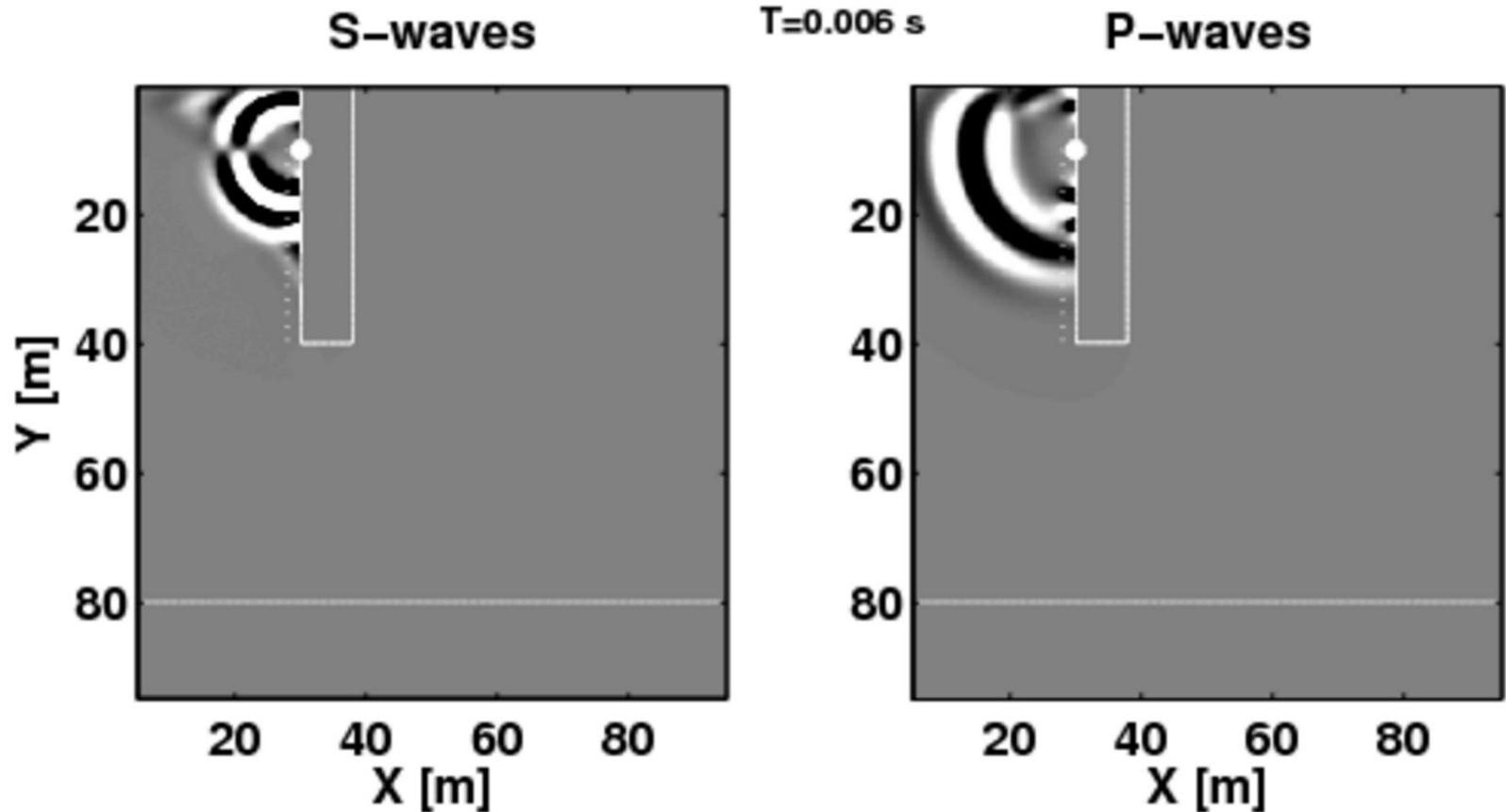
- aus Lösung der Wellengleichung
- können sich durch die gesamte Erde ausbreiten (in Abhängigkeit von Material)

## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung

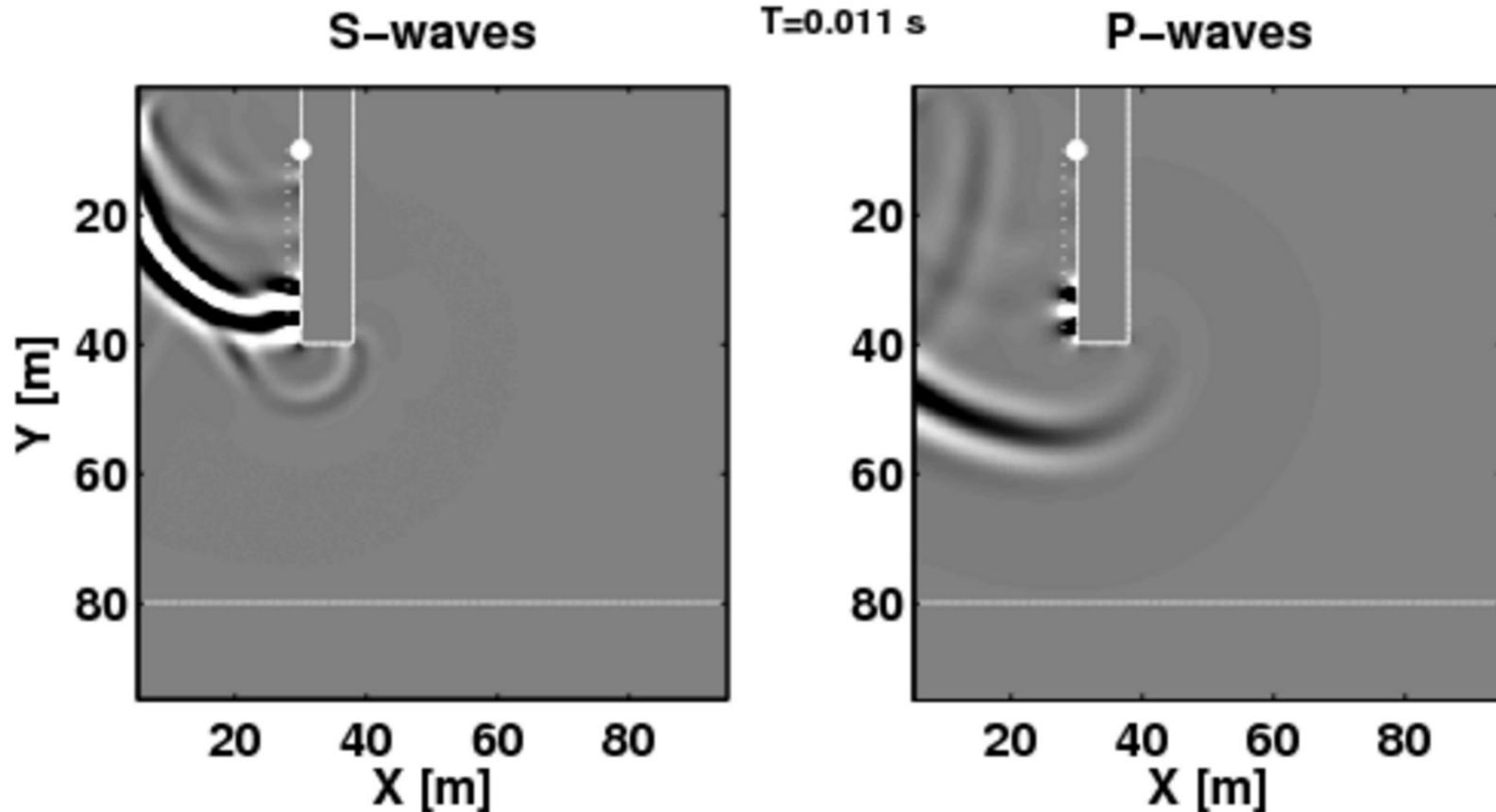


Bohlen et al.

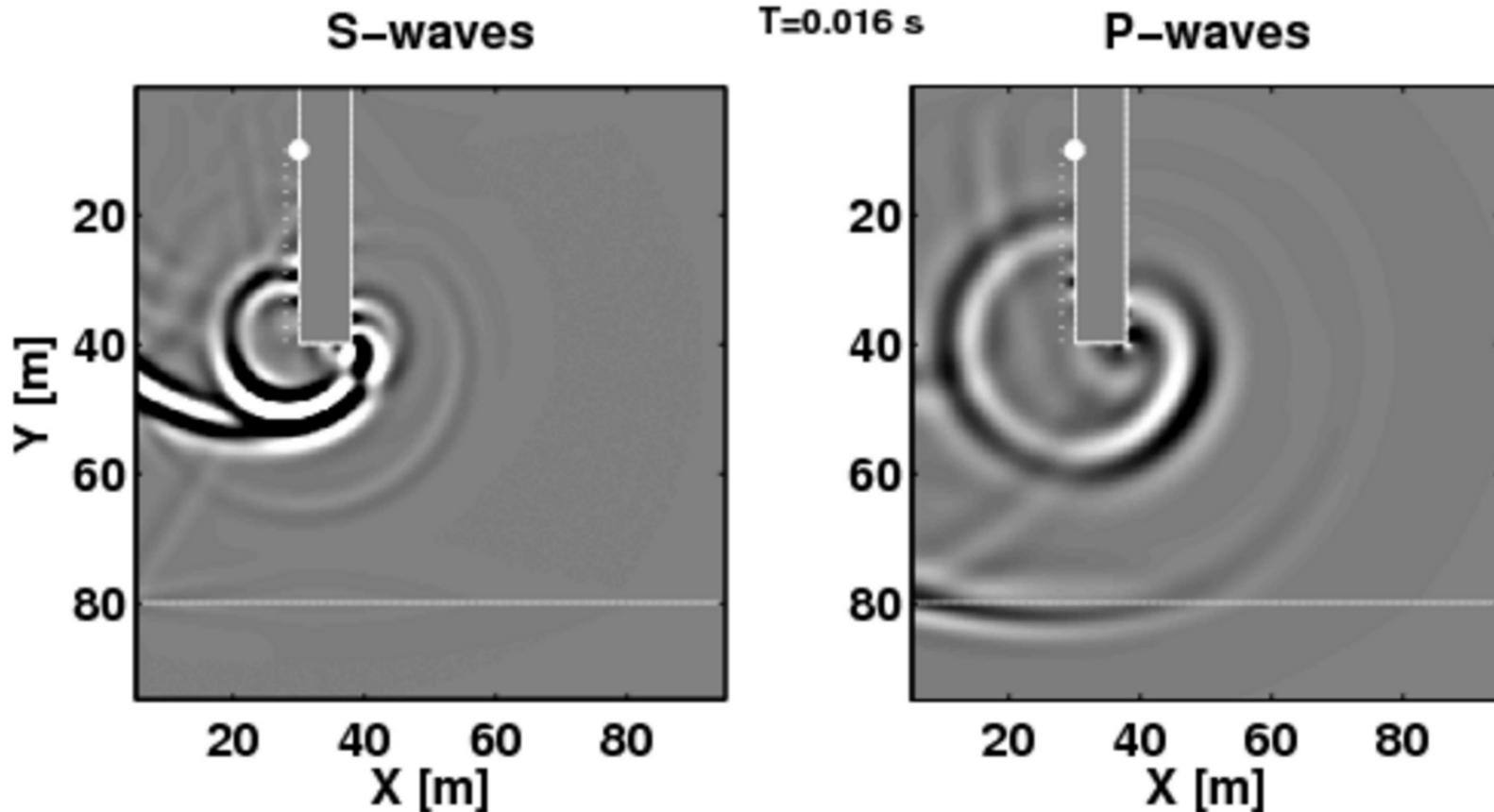
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



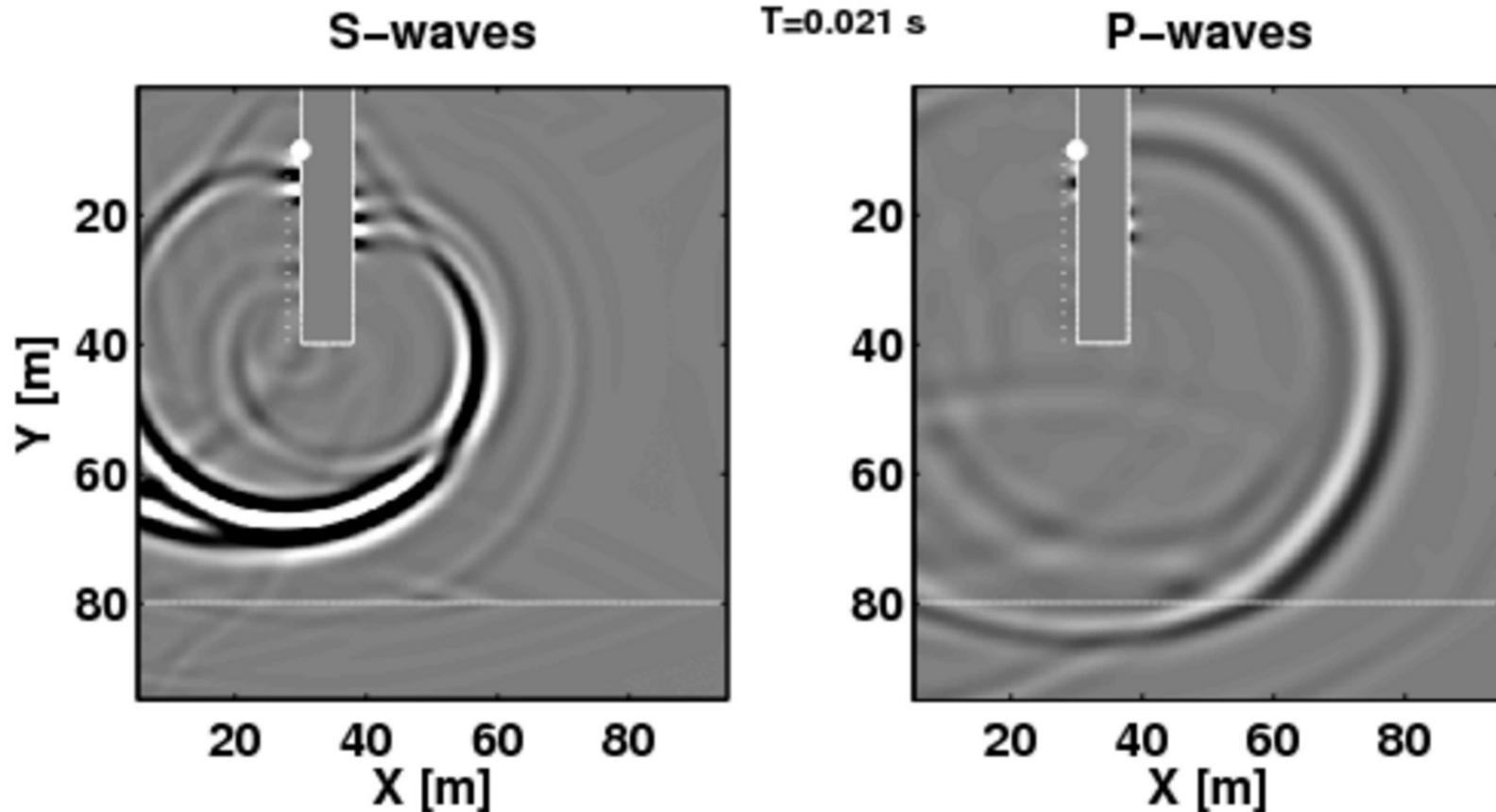
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



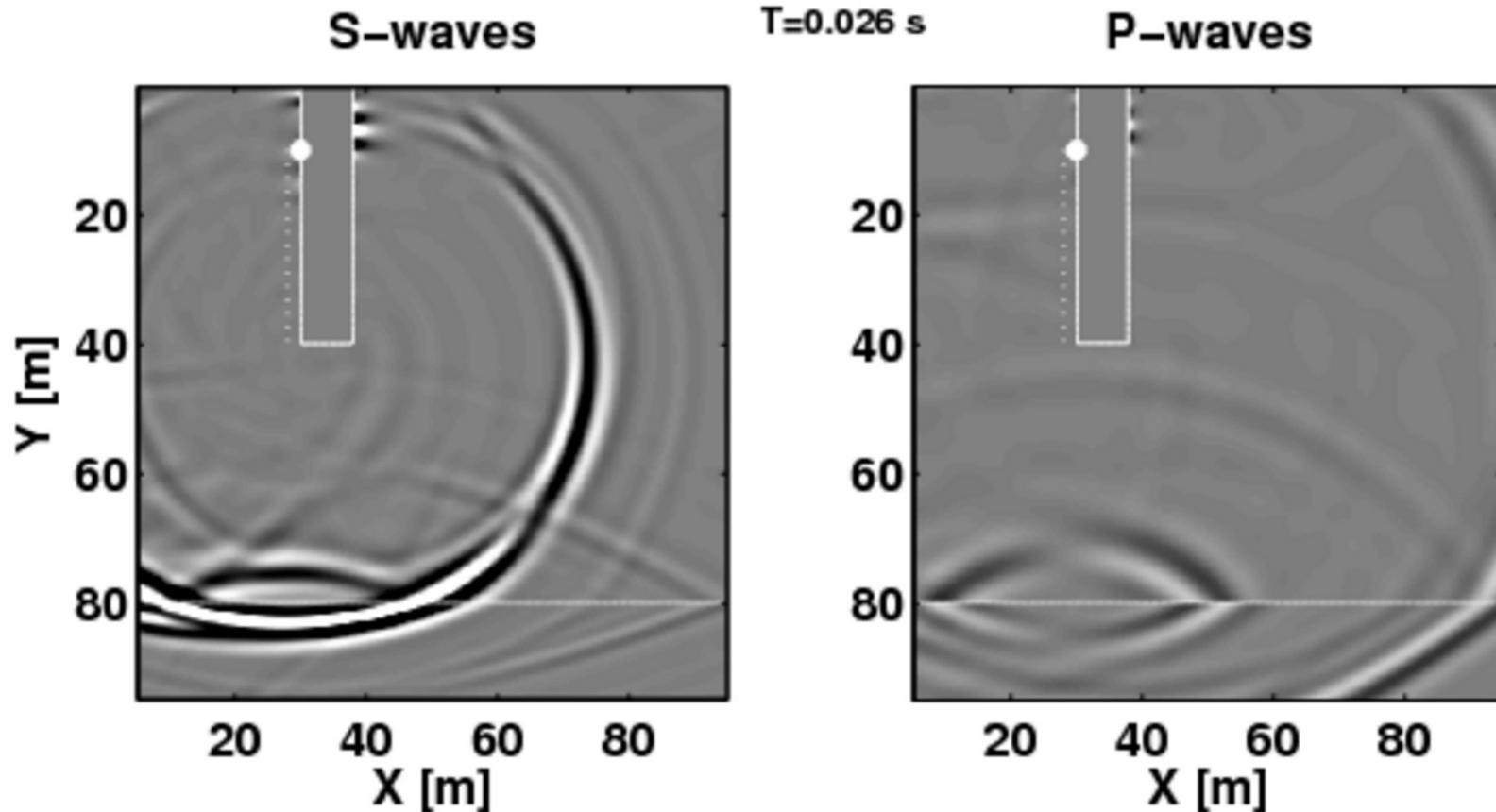
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



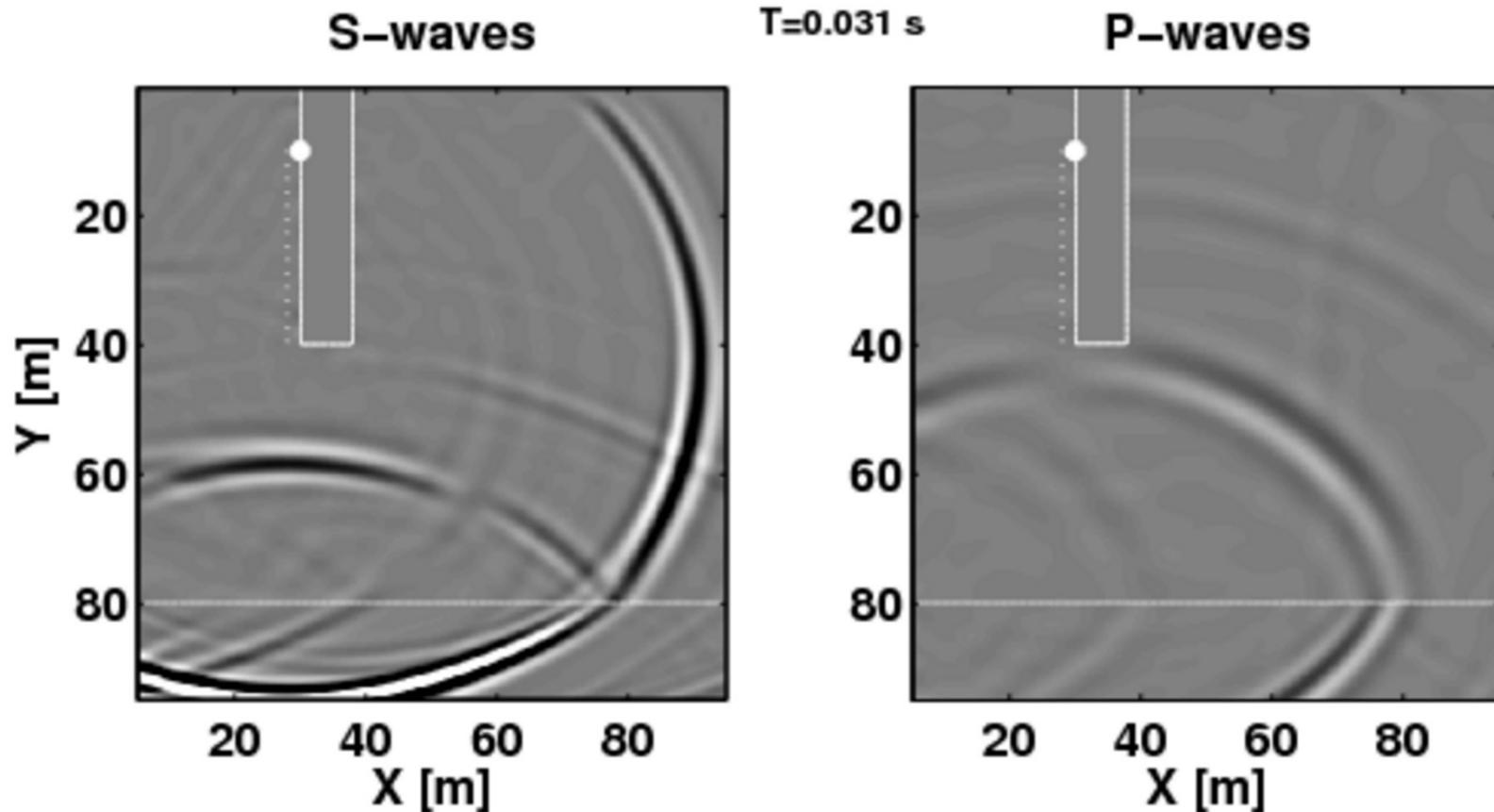
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



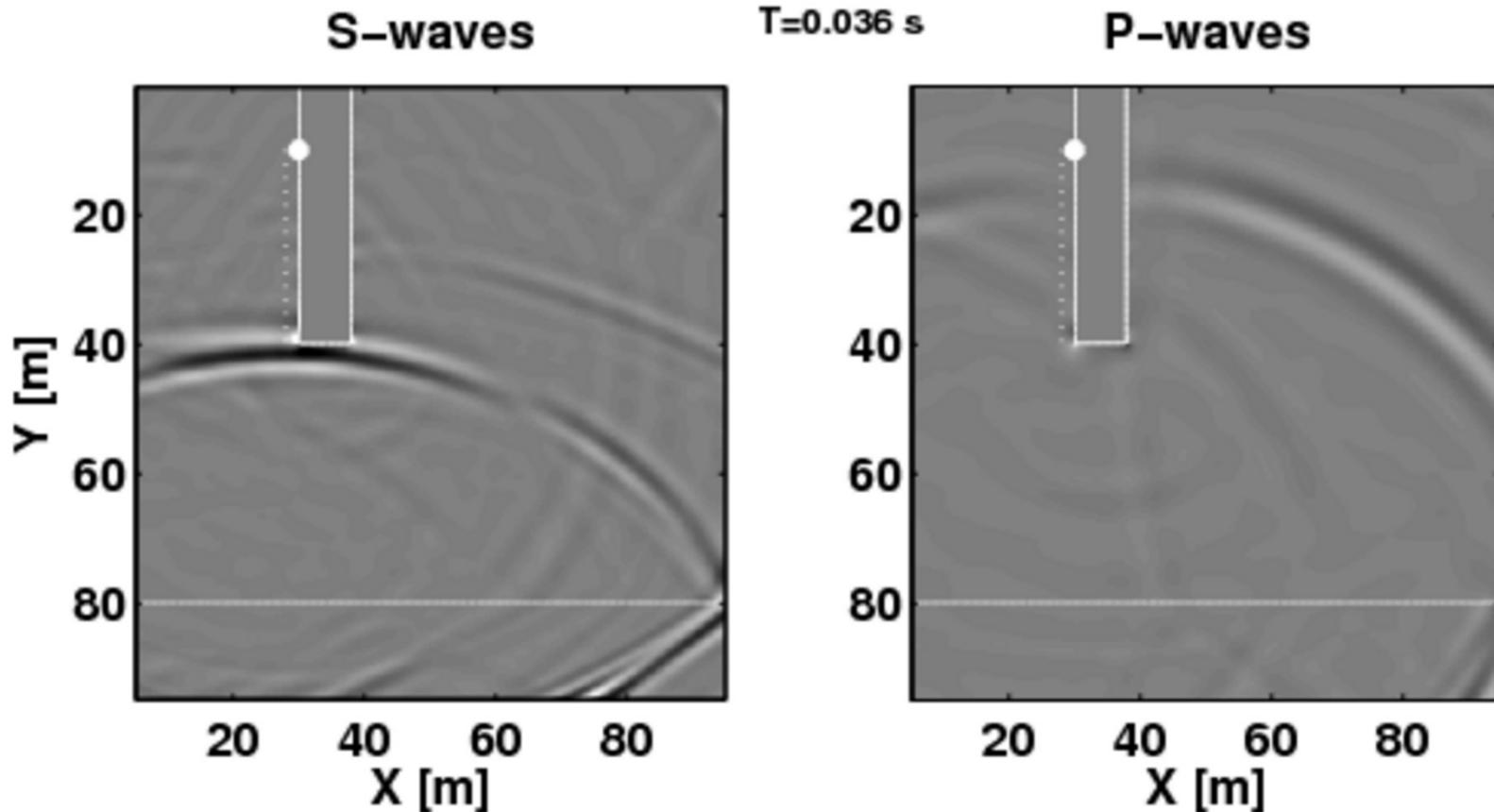
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



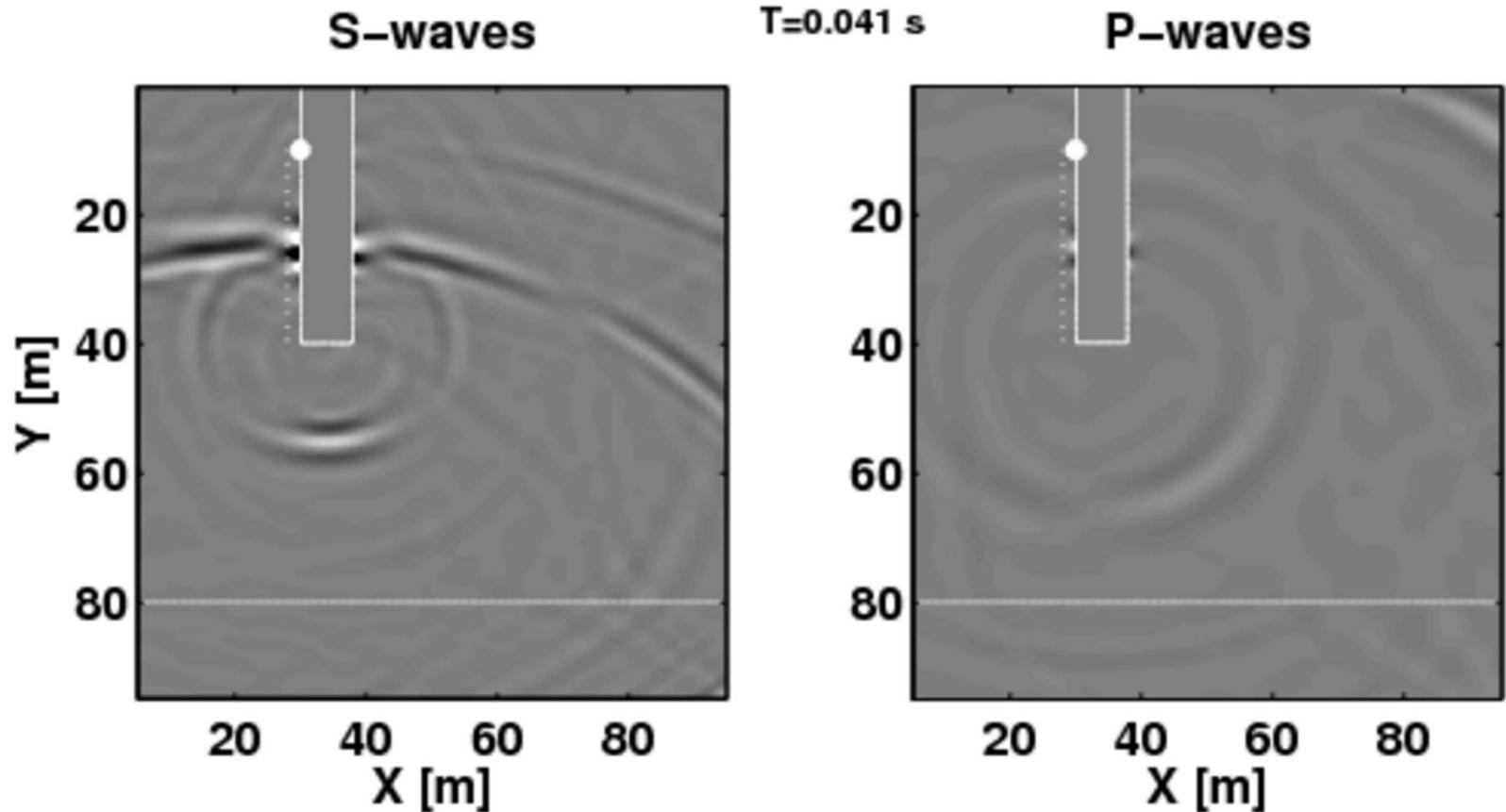
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



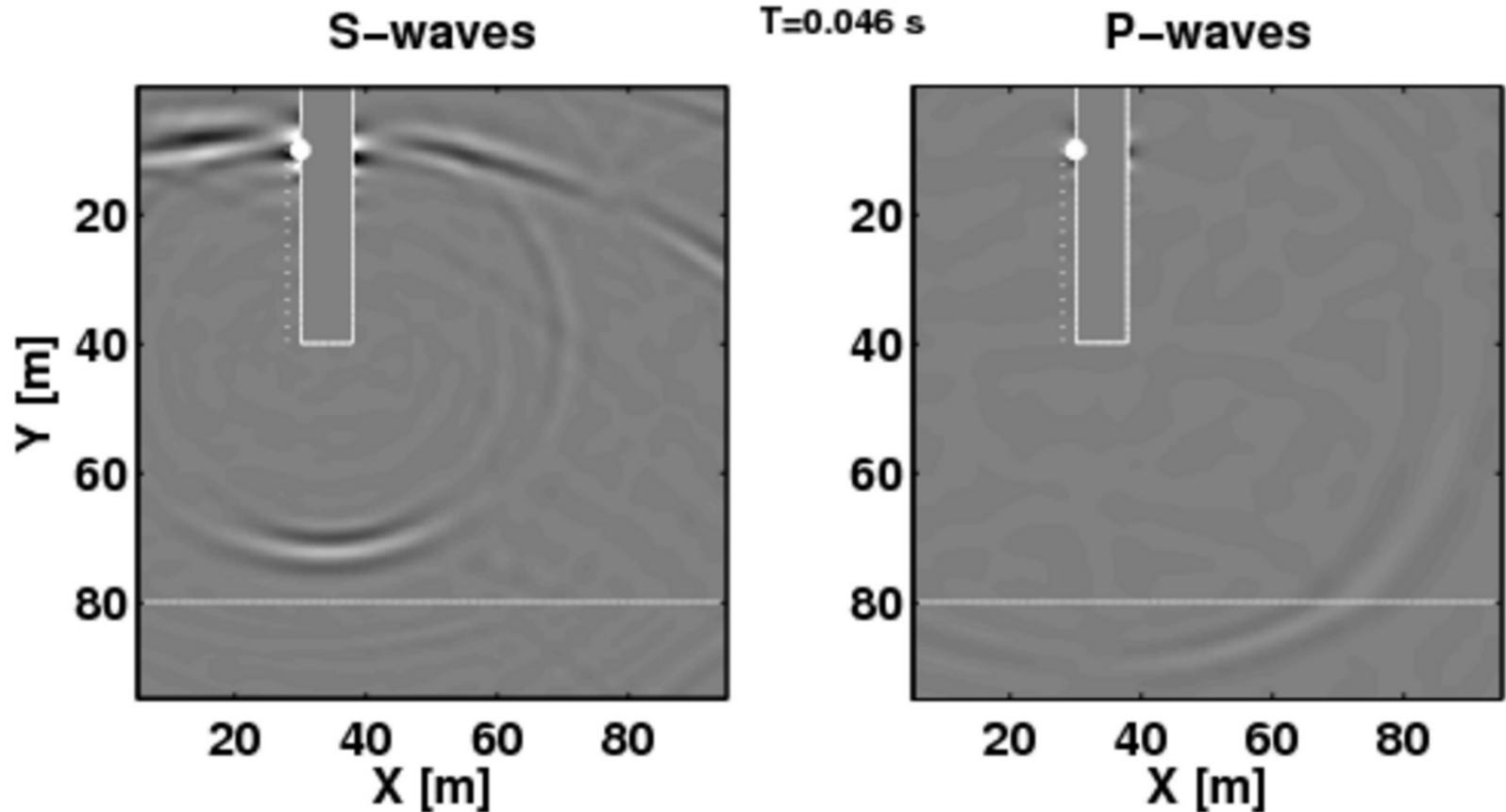
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



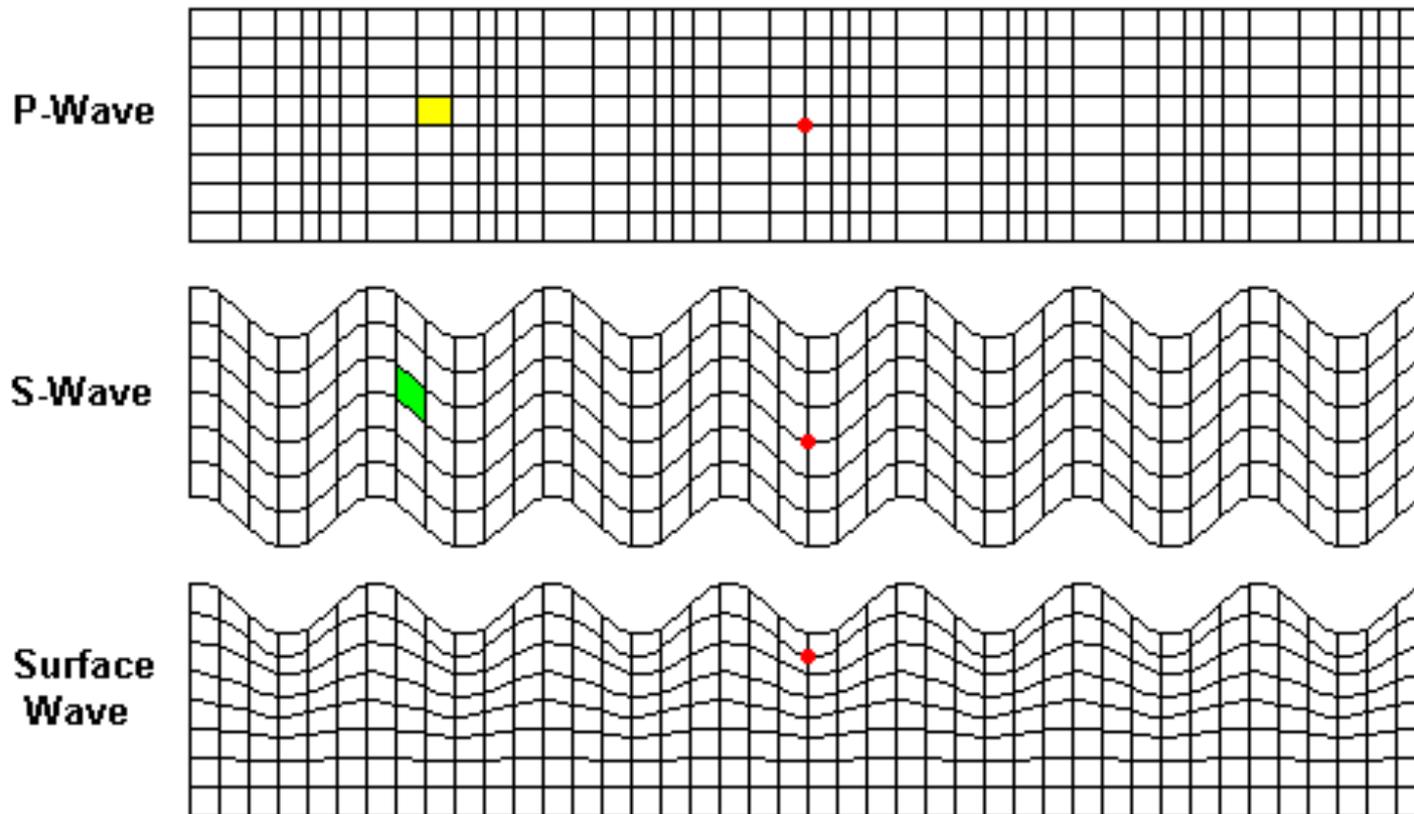
## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung



## Finite-Differenzen-Modellierung der Wellengleichung

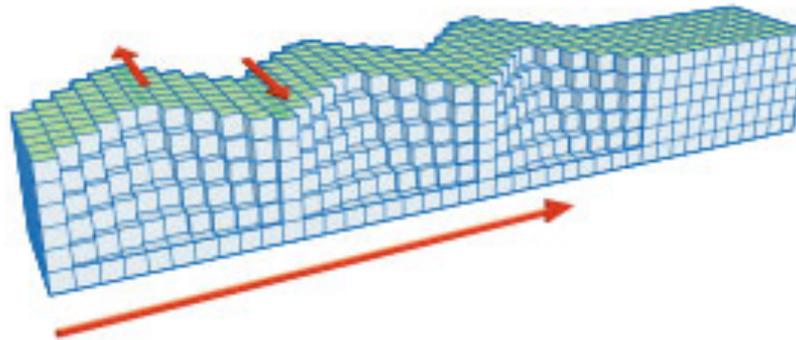


# Wellenausbreitung

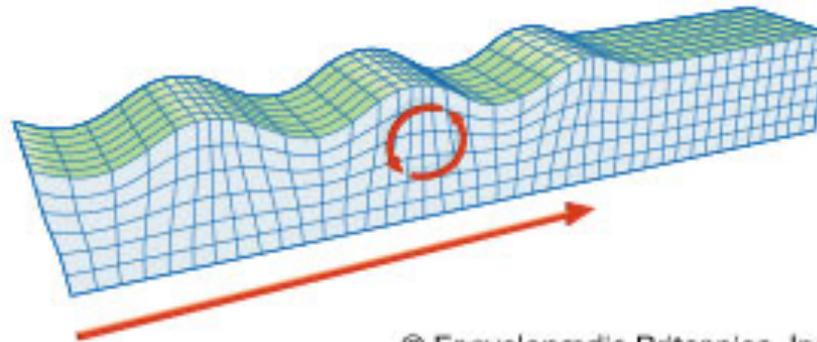


# Wellenausbreitung

Love wave

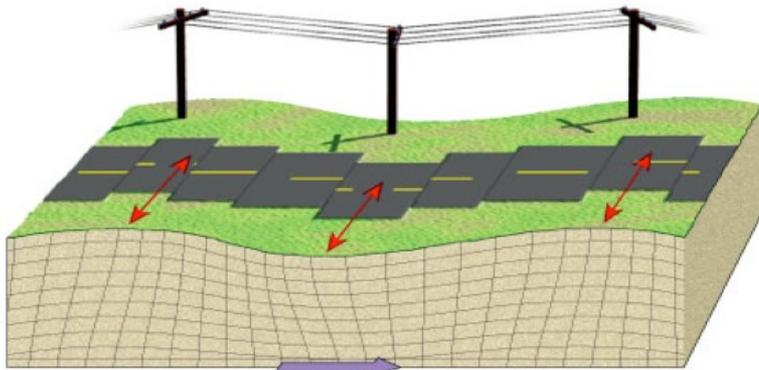


Rayleigh wave



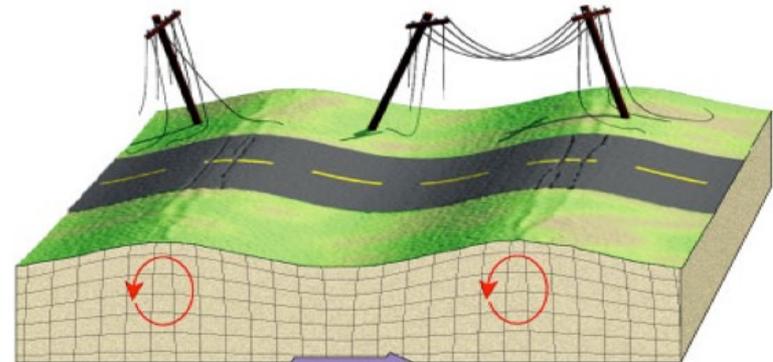
© Encyclopædia Britannica, Inc.

## Love-Welle



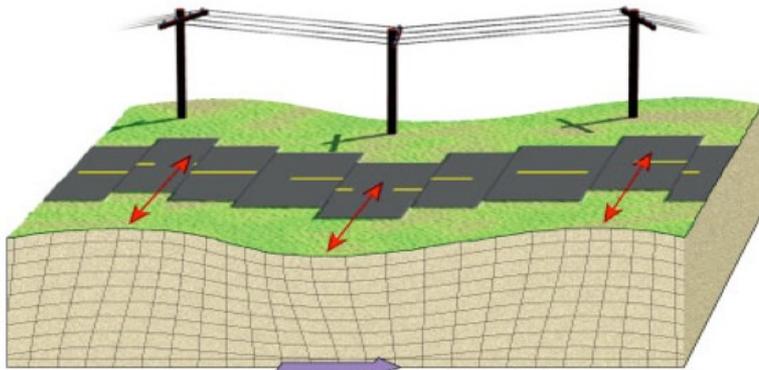
One type of surface wave moves the ground from side to side and can damage the foundations of buildings.

## Rayleigh-Welle



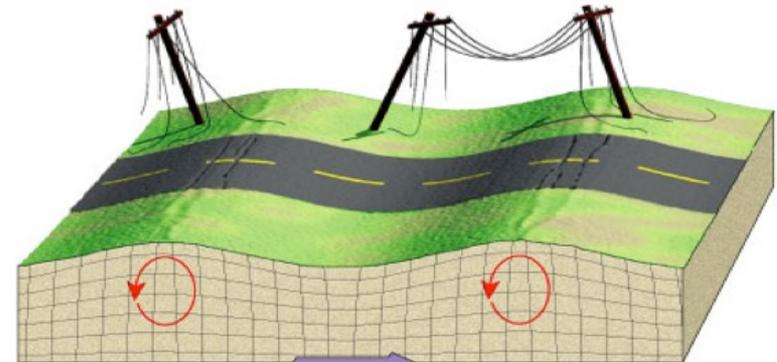
Another type of surface wave travels along Earth's surface much like rolling ocean waves. The arrows show the movement of rock as the wave passes. The motion follows the shape of an ellipse.

## Love-Welle



One type of surface wave moves the ground from side to side and can damage the foundations of buildings.

## Rayleigh-Welle

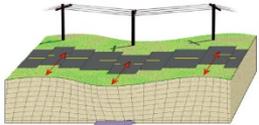


Another type of surface wave travels along Earth's surface much like rolling ocean waves. The arrows show the movement of rock as the wave passes. The motion follows the shape of an ellipse.

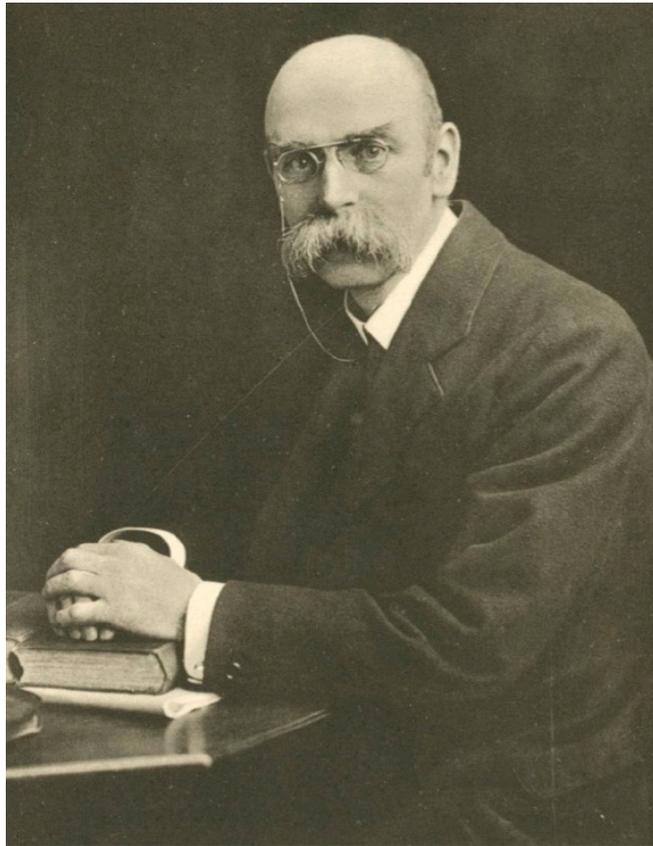
## Oberflächenwellen

- entstehen unter bestimmten Voraussetzungen als Überlagerung von P- und/oder S-Wellen in der Erde
- Oberflächenwellen: sind an die Oberfläche der Erde gebunden

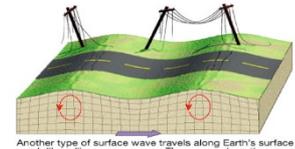
# Wellenausbreitung



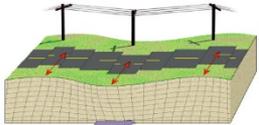
## Love-Welle



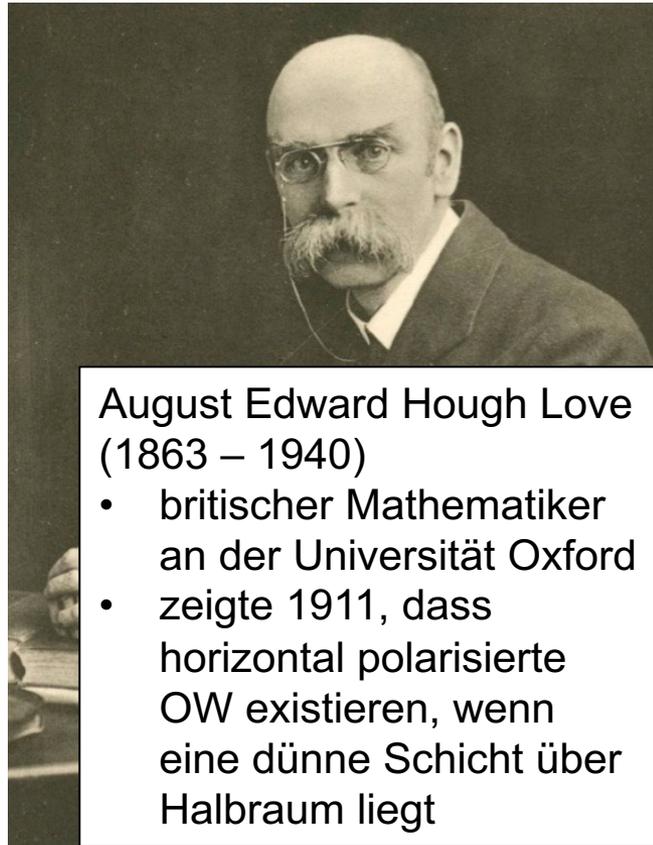
## Rayleigh-Welle



# Wellenausbreitung



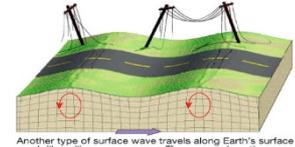
## Love-Welle



August Edward Hough Love  
(1863 – 1940)

- britischer Mathematiker an der Universität Oxford
- zeigte 1911, dass horizontal polarisierte OW existieren, wenn eine dünne Schicht über Halbraum liegt

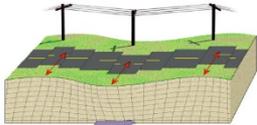
## Rayleigh-Welle



Lord Rayleigh (1842 – 1919)

- britischer Physiker an der Universität Cambridge
- beschrieb 1885 Existenz der elliptisch retrograd polarisierten OW in einem homogenen Halbraum

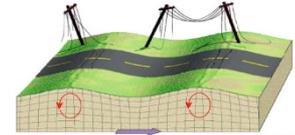
# Wellenausbreitung



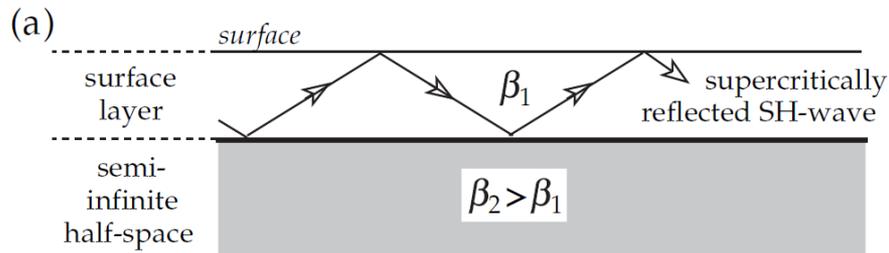
One type of surface wave moves the ground from side to side and can damage the foundations of buildings.

## Love-Welle

## Rayleigh-Welle

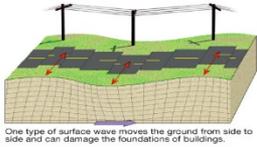


Another type of surface wave travels along Earth's surface much like rolling ocean waves. The arrows show the movement of rock as the wave passes. The motion follows the shape of an ellipse.



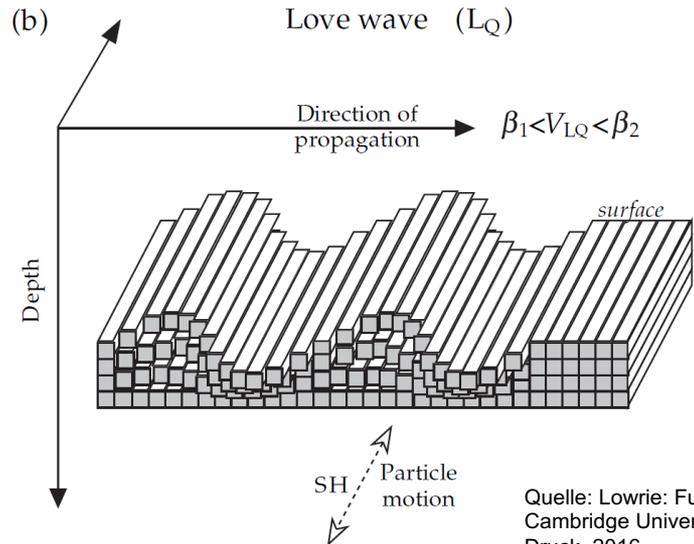
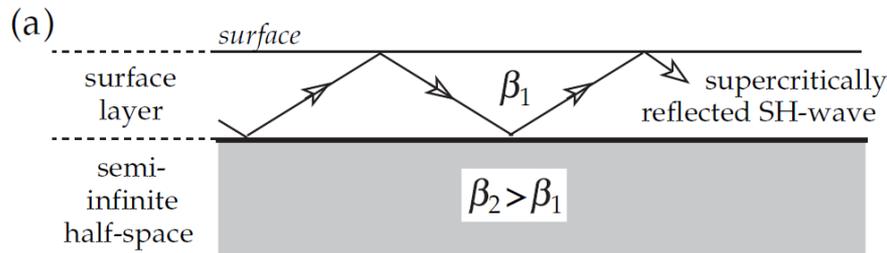
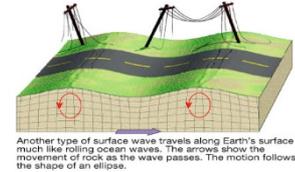
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics,  
Cambridge University Press, 2. Auflage, 8.  
Druck, 2016

# Wellenausbreitung



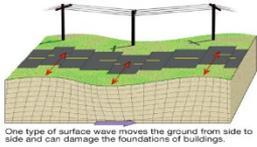
## Love-Welle

## Rayleigh-Welle



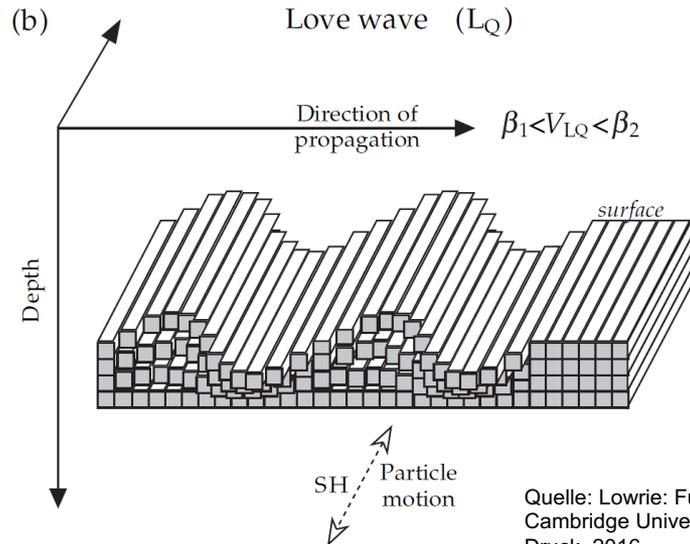
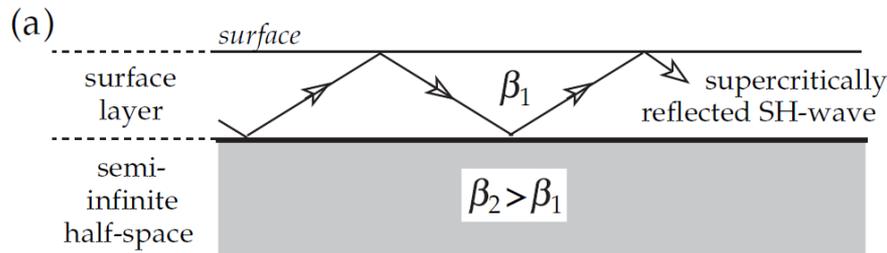
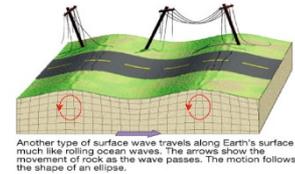
Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

# Wellenausbreitung

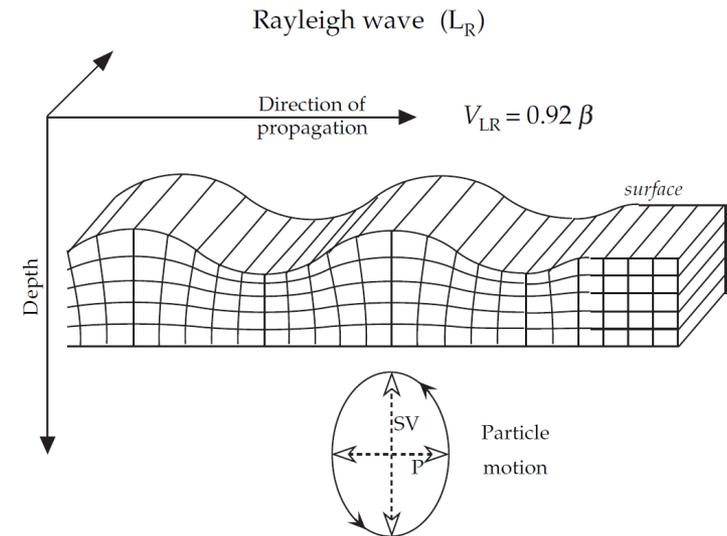


## Love-Welle

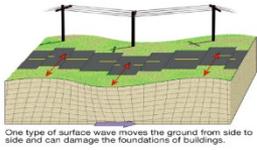
## Rayleigh-Welle



Quelle: Lowrie: Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 2. Auflage, 8. Druck, 2016

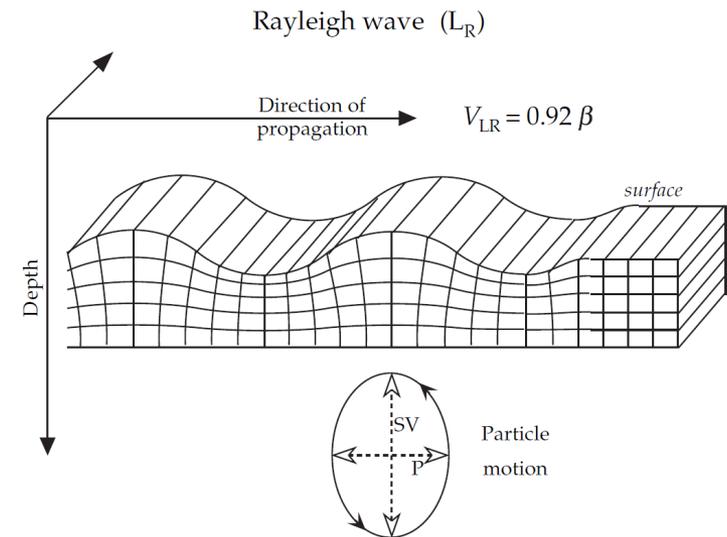
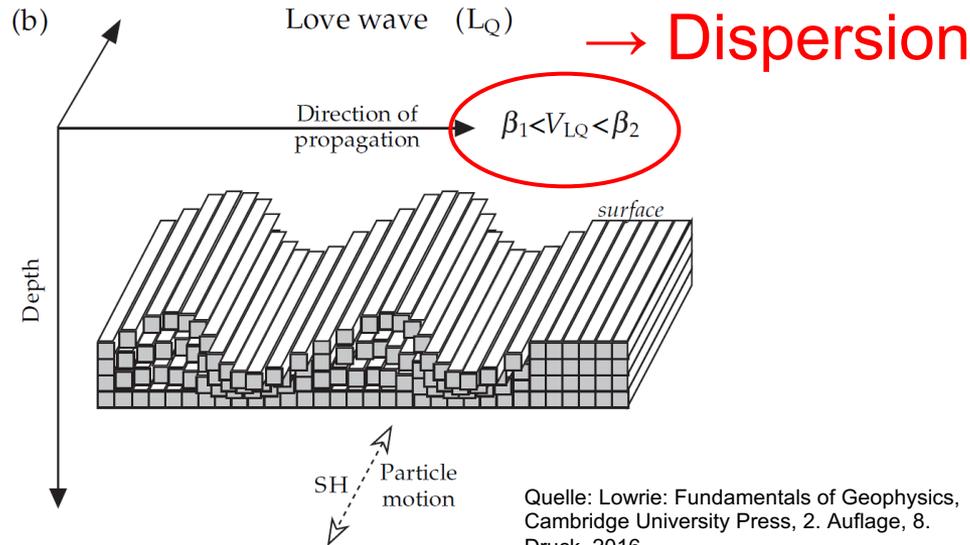
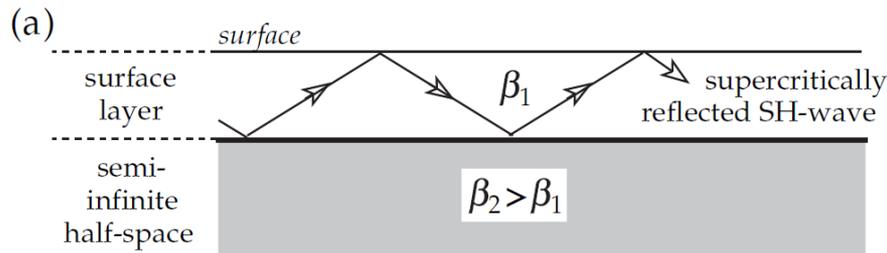
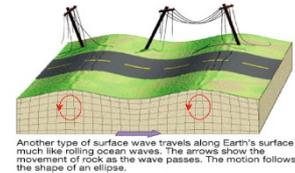


# Wellenausbreitung

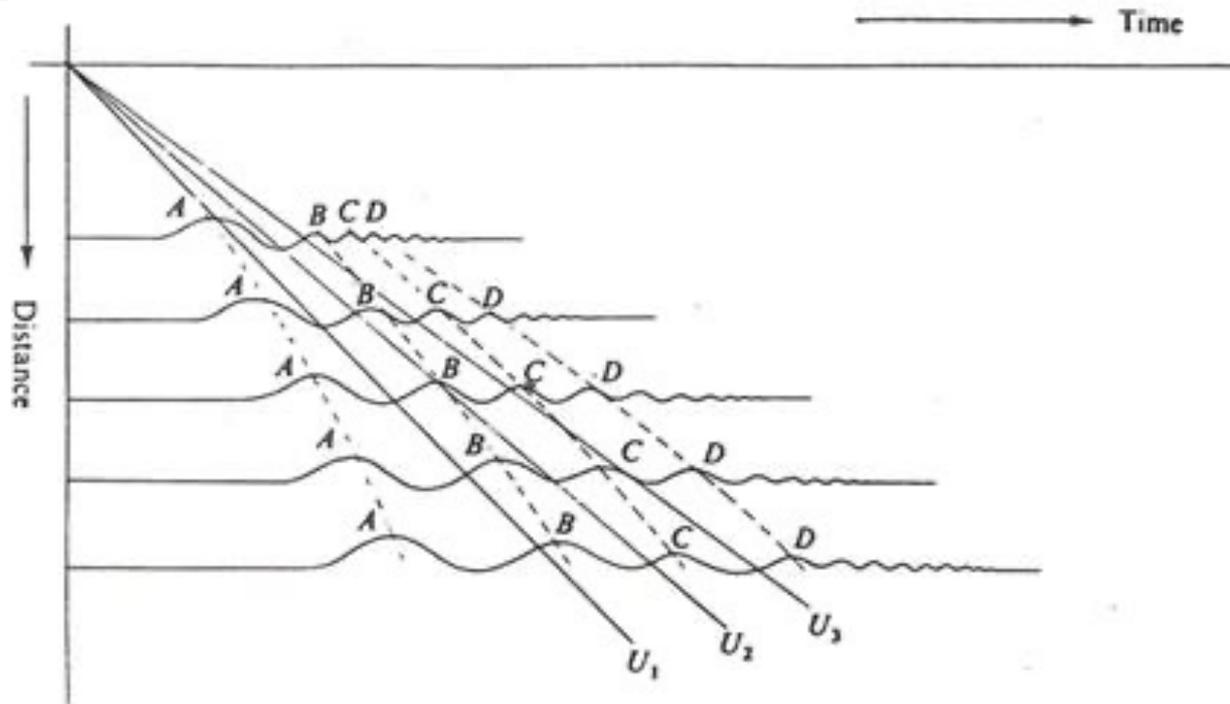


## Love-Welle

## Rayleigh-Welle



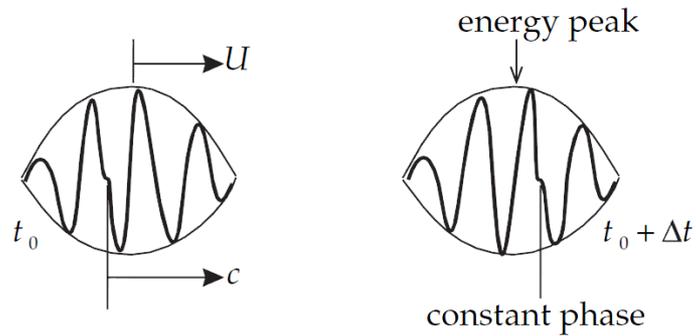
## Dispersion



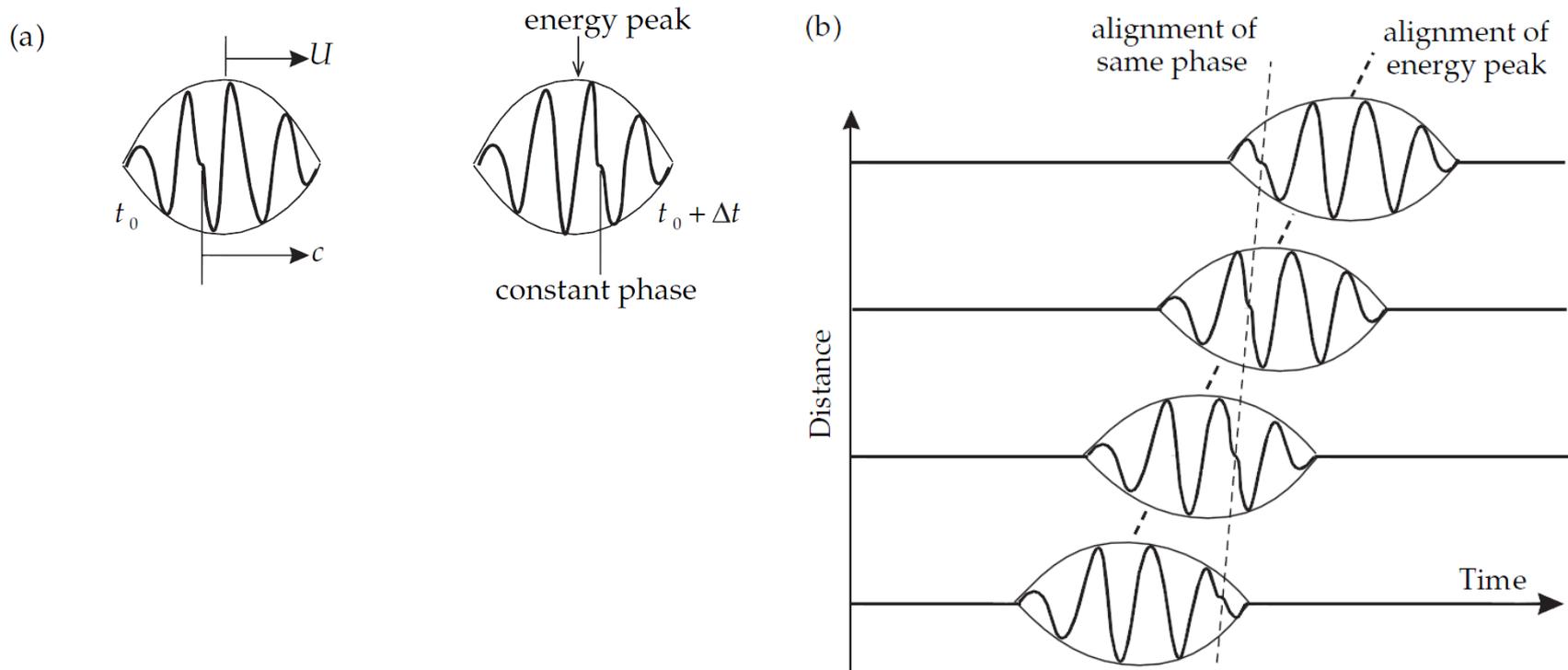
**FIGURE 4.13** Example of increasing waveform dispersion with increasing distance. Solid lines indicate different group velocities that control the travel time of particular frequency motions from the origin. Dashed lines indicate phase velocities of individual harmonic components. (From Officer, 1974.)

## Dispersion

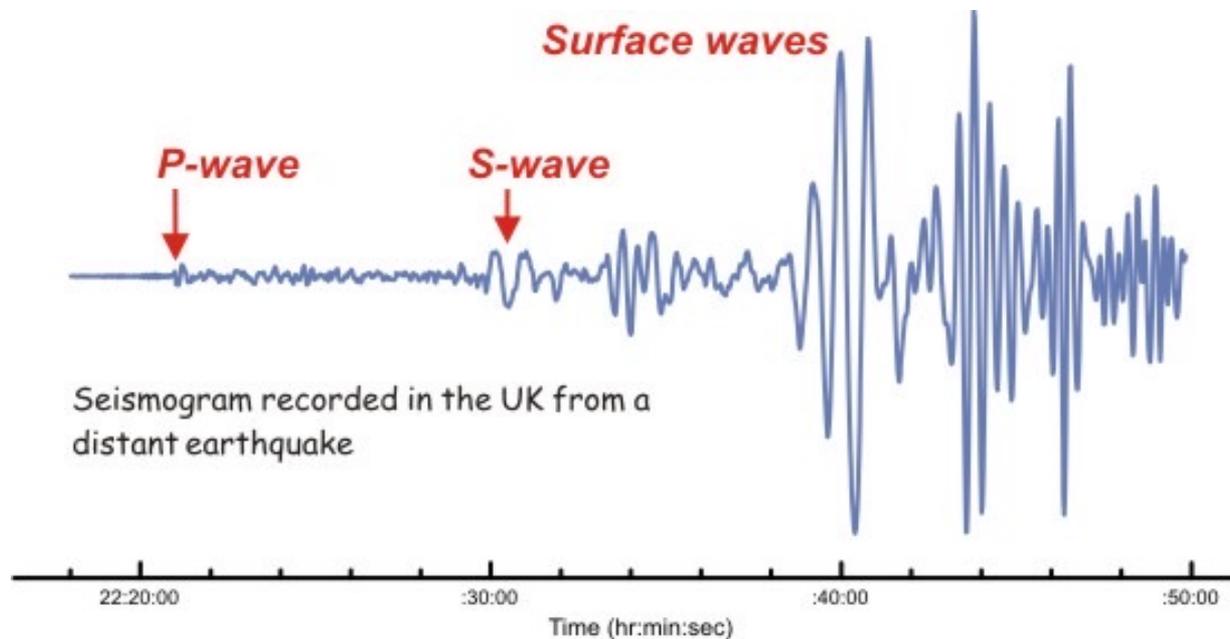
(a)

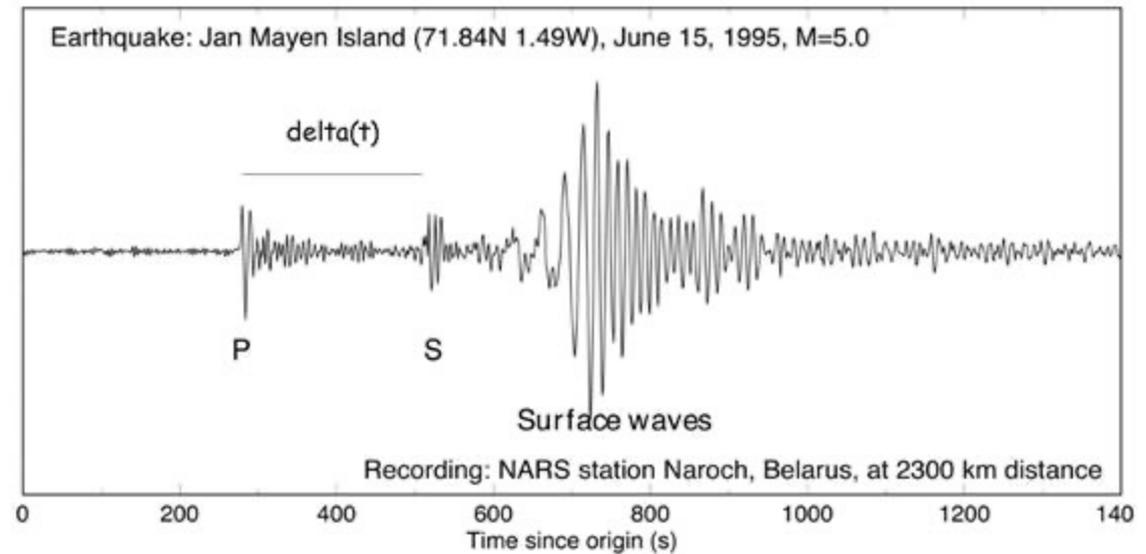


## Dispersion



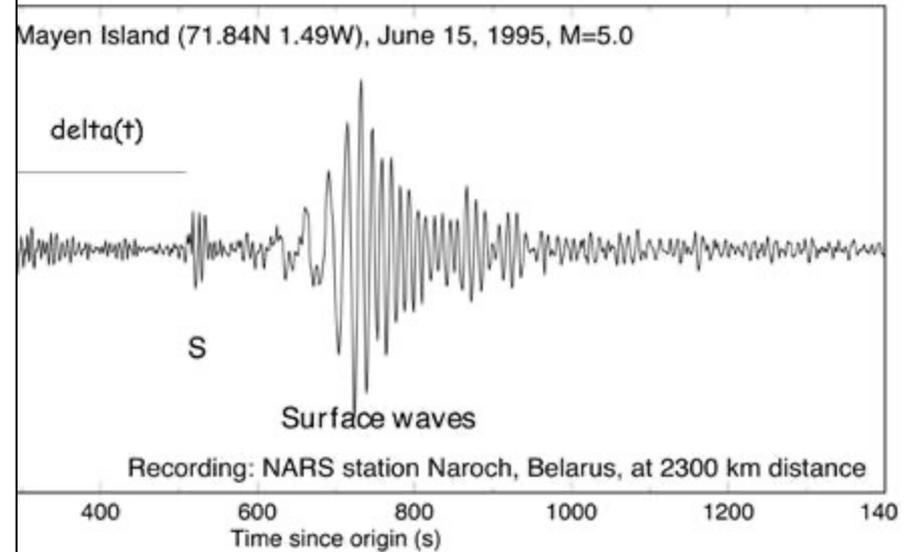
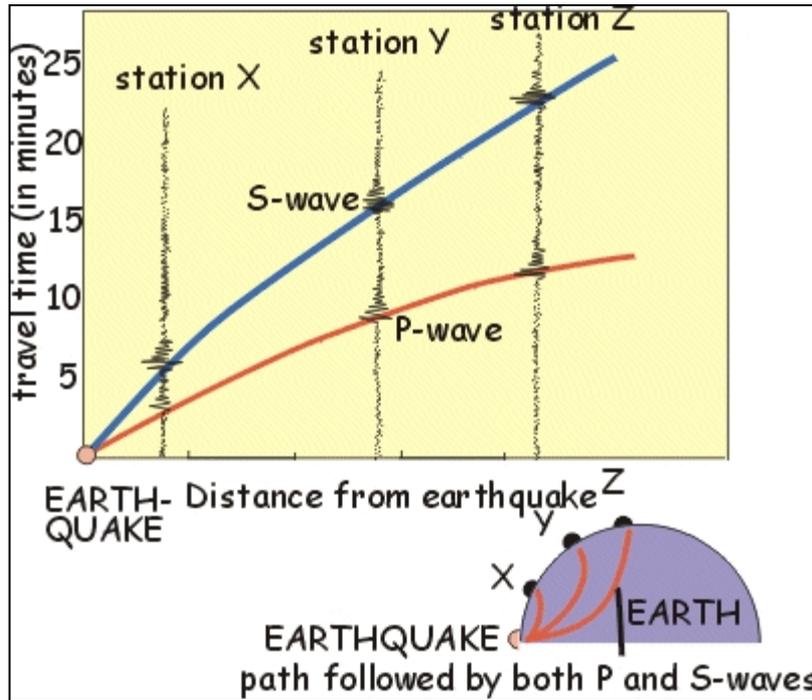
## Wellenausbreitung in 3D-Erde: Seismic Waves





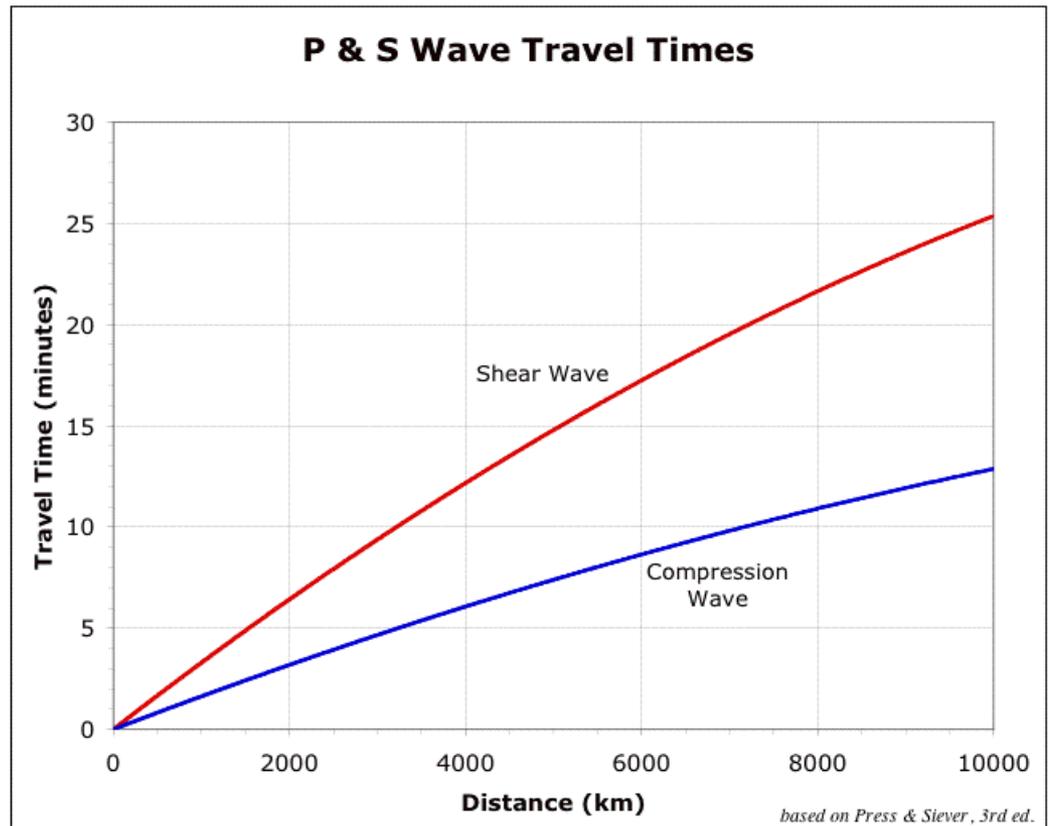
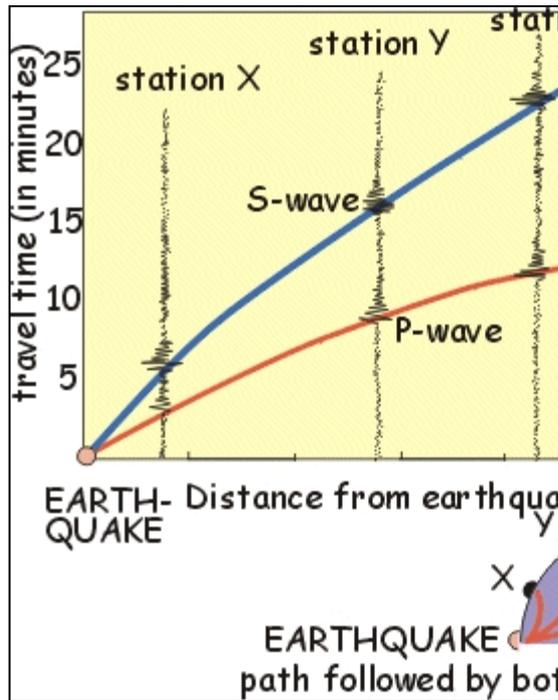
Aus Abstand der Ankunftszeiten von P- und S-Welle ( $\Delta t$ ) lässt sich die Herdentfernung bestimmen und das Beben lokalisieren → Vorlesung nächste Woche.

# Wellenausbreitung



Aus Abstand der Ankunftszeiten von P- und S-Welle ( $\Delta t$ ) lässt sich die Herdentfernung bestimmen und das Beben lokalisieren → Vorlesung nächste Woche.

# Wellenausbreitung

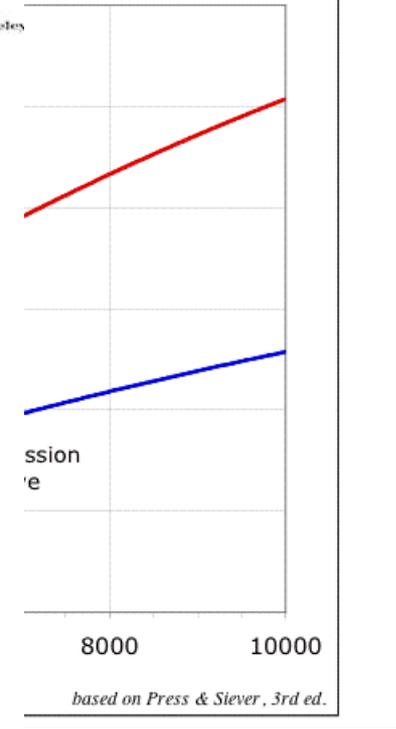
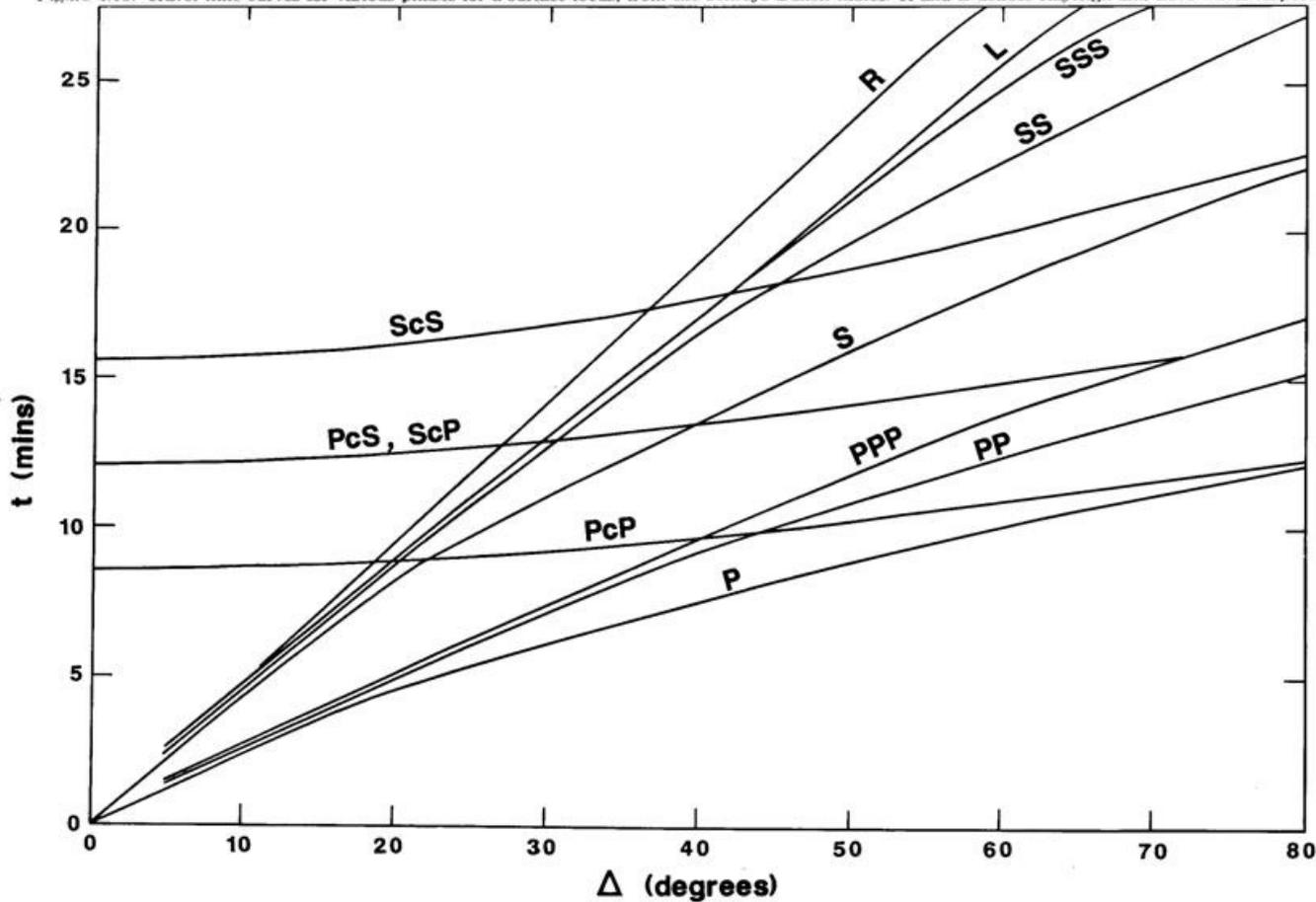


Aus Abstand der Ankunftszeiten von P- und S-Welle ( $\Delta t$ ) lässt sich die Herdentfernung bestimmen und das Beben lokalisieren → Vorlesung nächste Woche.

# Wellenausbreitung

## P & S Wave Travel Times

Figure 4.19: Travel time curves for various phases for a surface focus, from the Jeffreys-Bullen tables. *R* and *L* denote Rayleigh and Love waves respectively.

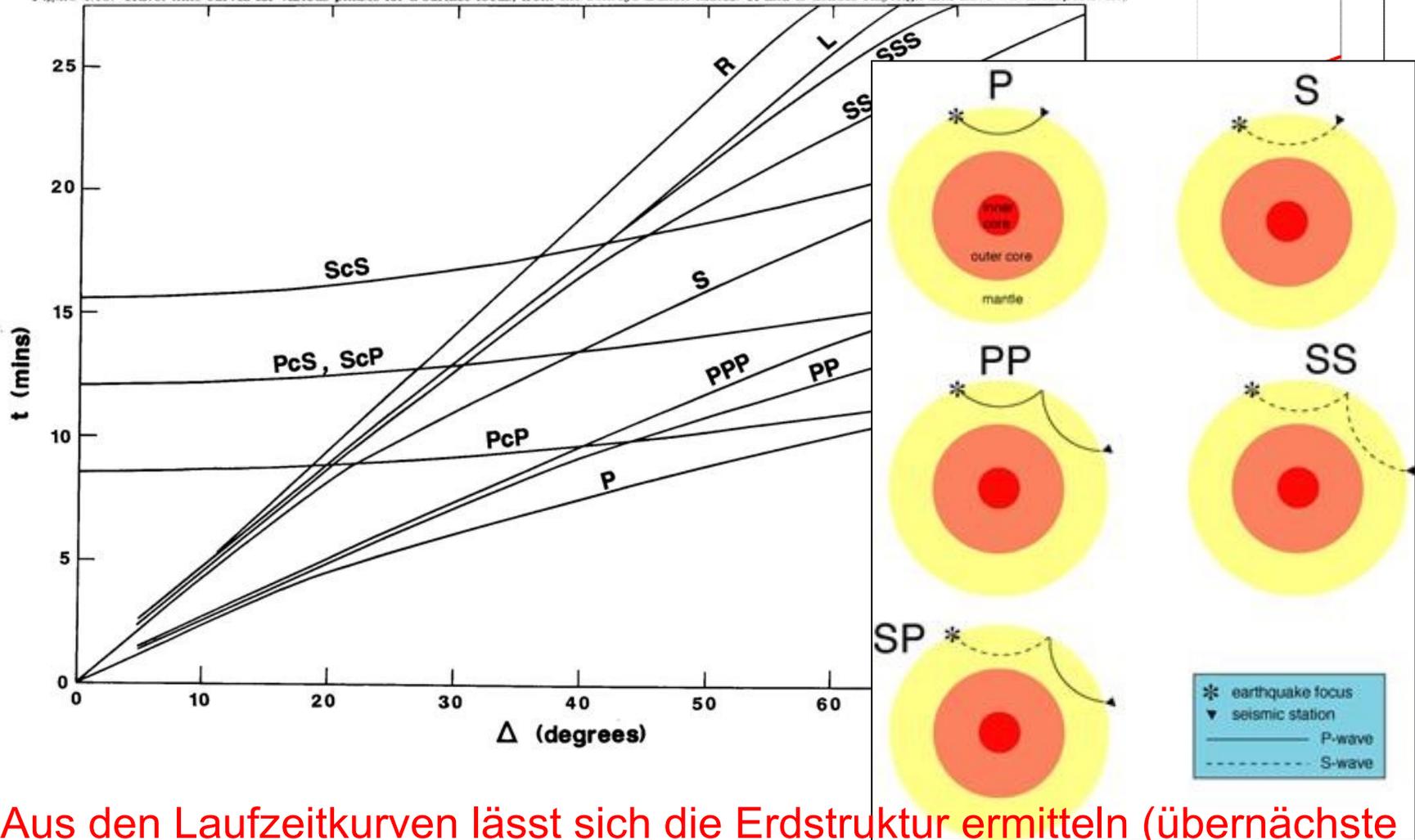


Aus den Laufzeitkurven lässt sich die Erdstruktur ermitteln (übernächste Woche).

# Wellenausbreitung

## P & S Wave Travel Times

Figure 4.19: Travel time curves for various phases for a surface focus, from the Jeffreys-Bullen tables. *R* and *L* denote Rayleigh and Love waves respectively.

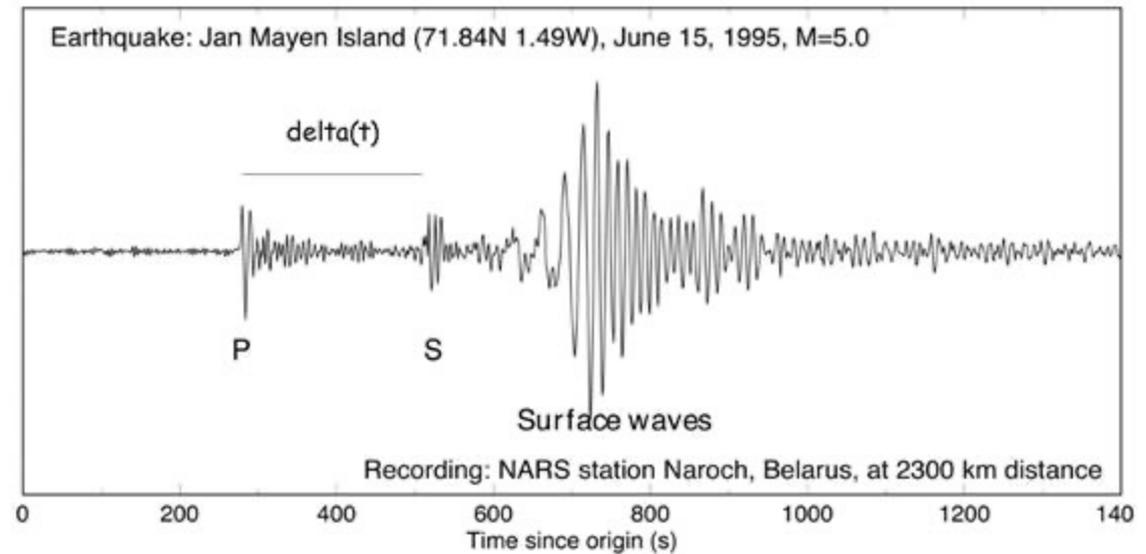


Aus den Laufzeitkurven lässt sich die Erdstruktur ermitteln (übernächste Woche).

# Wellenausbreitung

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$



Aus Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten lassen sich elastische Parameter in der Erde bestimmen und die Materialien eingrenzen.

Material	$\alpha$ in [km/s]	$\beta$ in [km/s]	
Luft	0,3	0	Vergleichswerte
Wasser	1,5	0	
Sand	0,6 - 1,9		
Sandstein	2,0-4,5	1,6-2,9	Sedimentgestein
Kalkstein	2,0-6,5	2,5-3,7	
Granit	4,8 - 6,0	2,8 - 3,2	Ergussgestein
Gabbro	6,4 - 6,7	3,4 - 3,5	
Basalt	5,1 - 6,4	2,7 - 3,2	
Eklogit	8,0	4,3	
Dunit	7,4 - 8,6	3,8 - 4,4	
Dolomit	5,1 - 6,9	2,9 - 3,7	Metamorphe Gesteine
Gneis	3,5 - 7,5	1,6 - 2,9	

Tabelle 3: Typische P- und S-Wellengeschwindigkeiten der häufigsten Gesteine (unter Normalbedingungen).

Material	$\alpha$ in [km/s]	$\beta$ in [km/s]	
Luft	0,3	0	Vergleichswerte
Wasser	1,5	0	
Sand	0,6 - 1,9		
Sandstein	2,0-4,5	1,6-2,9	Sedimentgestein
Kalkstein	2,0-6,5	2,5-3,7	
Granit	4,8 - 6,0	2,8 - 3,2	Ergussgestein
Gabbro	6,4 - 6,7	3,4 - 3,5	
Basalt	5,1 - 6,4	2,7 - 3,2	
Eklogit	8,0	4,3	
Dunit	7,4 - 8,6	3,8 - 4,4	
Dolomit	5,1 - 6,9	2,9 - 3,7	Metamorphe Gesteine
Gneis	3,5 - 7,5	1,6 - 2,9	

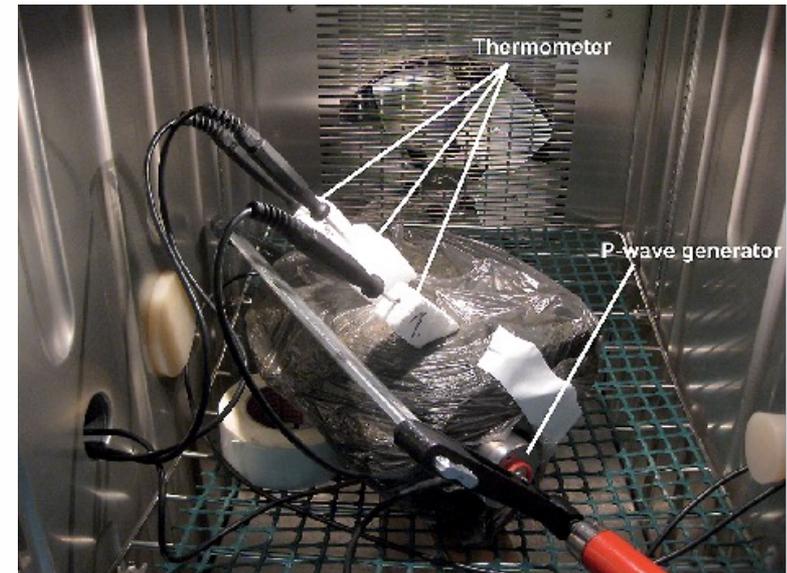


Fig. 1. Laboratory measurement set up of a p-wave velocity measurement of a schistose quartz slate sample (S1) in parallel direction to cleavage. Drilled into the rock sample are three thermometers to monitor rock temperature. Draebing and Krautblatter, 2012.

Tabelle 3: Typische P- und S-Wellengeschwindigkeiten der häufigsten Gesteine (unter Normalbedingungen).

# Wellenausbreitung

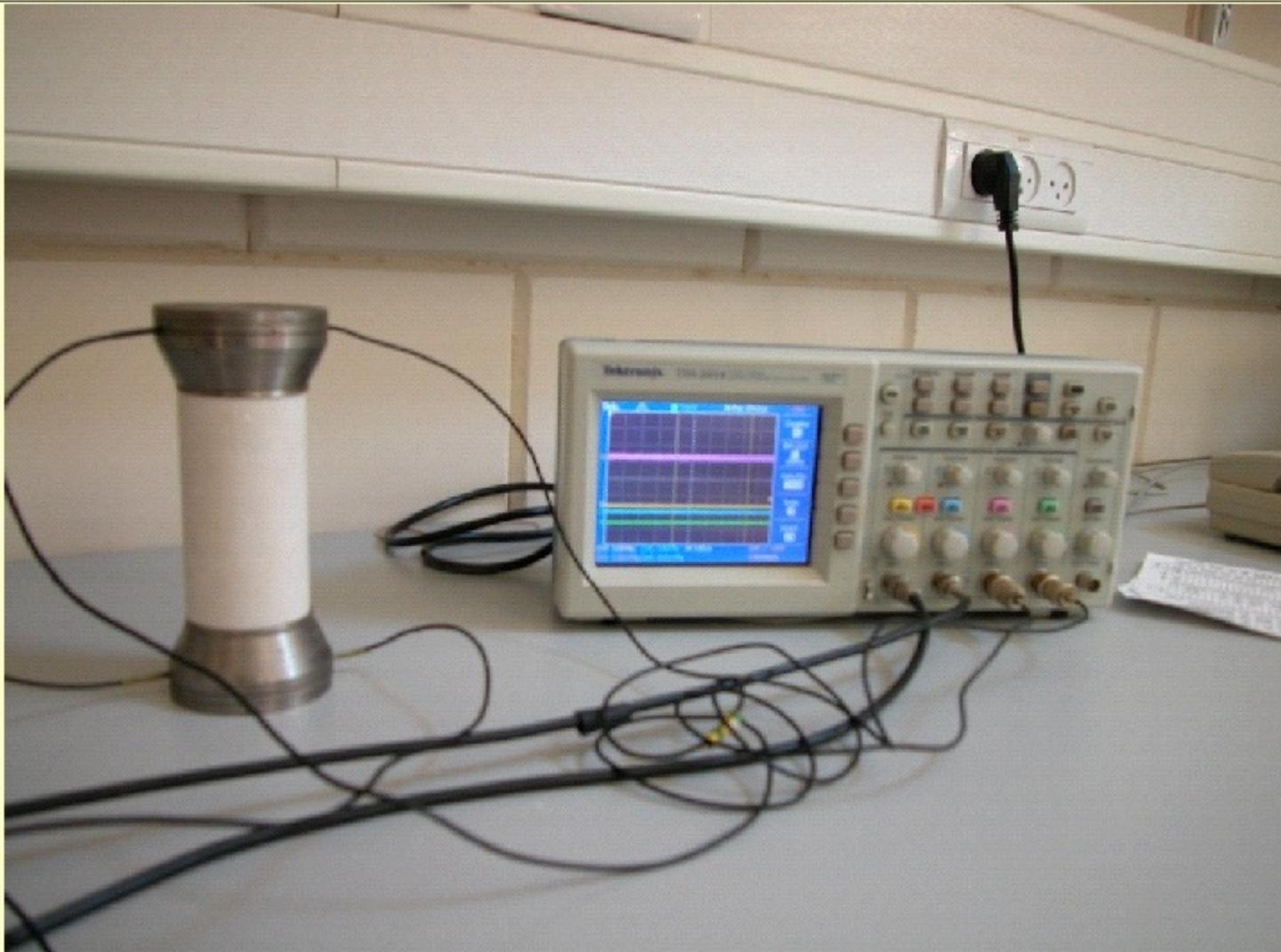


Tabelle  
malbe

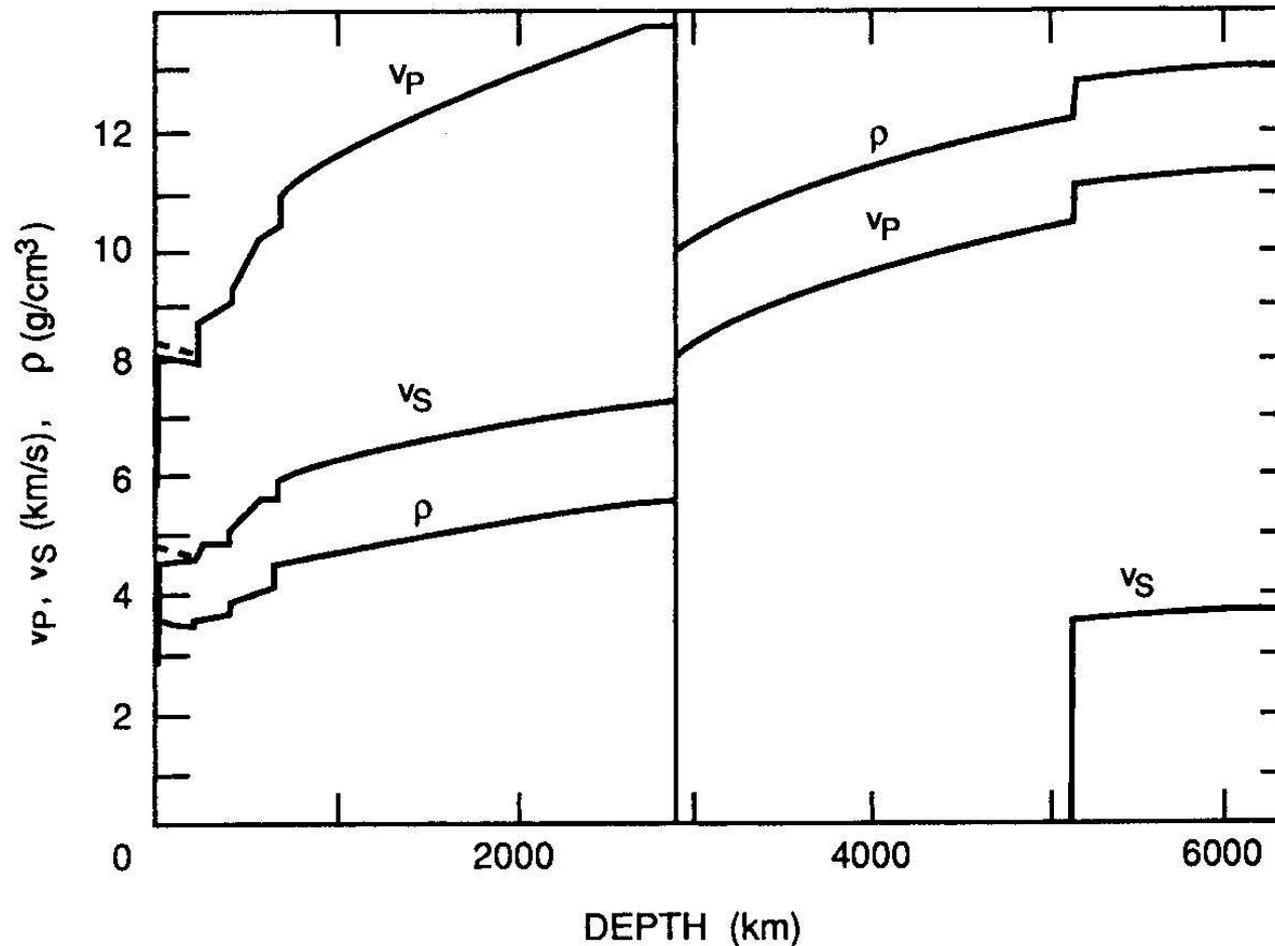


generator

ent of  
ed into

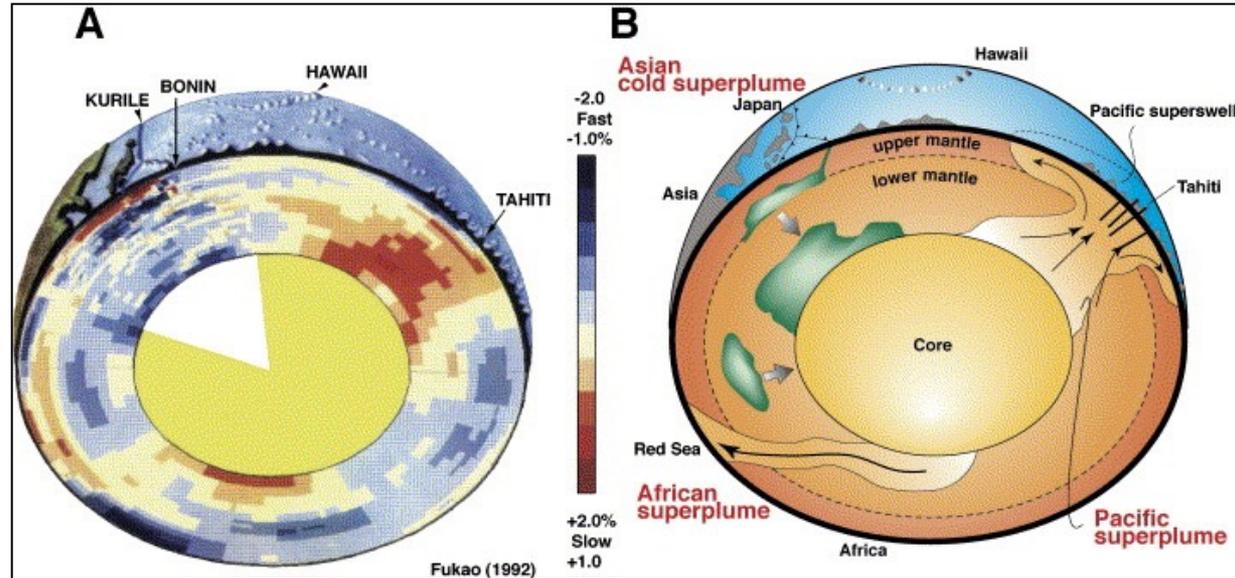
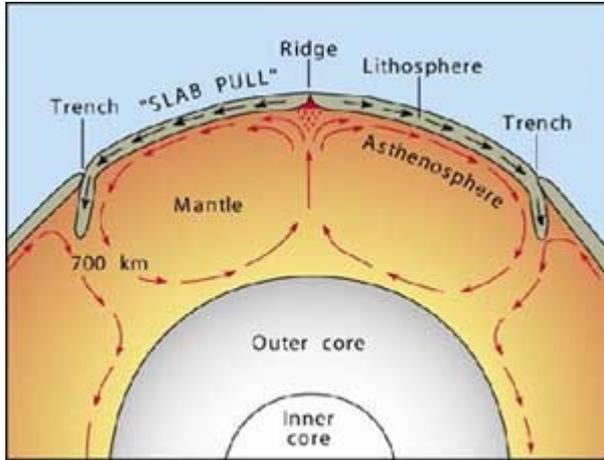
**Ultrasonic velocity measurement device for determination of Longitudinal (P) and Transverse (S) waves in solid cylinders of rocks**

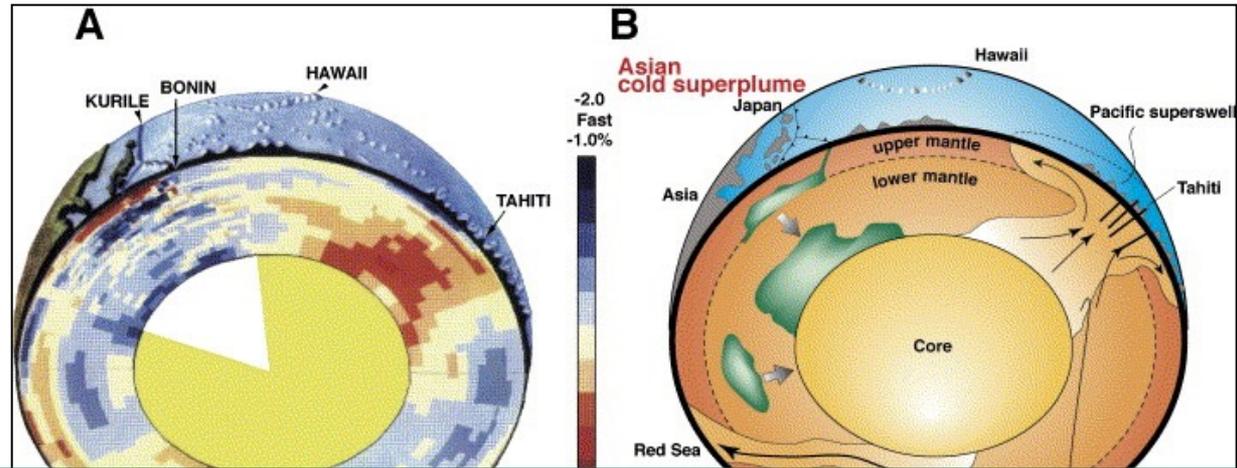
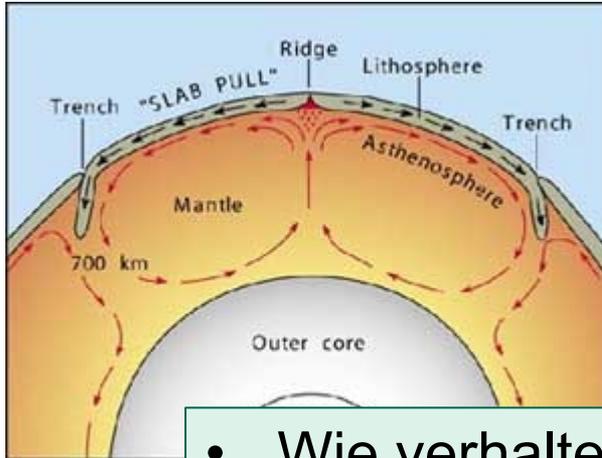
# Wellenausbreitung → Aufbau der Erde



P- und S-Wellengeschwindigkeiten und Dichte des PREM (*Preliminary Reference Earth Model*) von Dziewonski, A. M. & Anderson, D. L., 1981: Preliminary reference Earth model, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Vol. 25, pp. 297-356.

# Aufbau der Erde





- Wie verhalten sich Materialien und Gesteine bei Beanspruchung?
- Wie entstehen bei Bruchprozessen elastische Wellen?
- Wie lassen sich Materialparameter und Wellenausbreitung mathematisch verknüpfen?
- Welche Wellen entstehen bei Bruchprozessen?
- Was können wir durch sie über die Erde lernen?



## Zusammenfassung – Take-home-message

- Wie verhalten sich Materialien und Gesteine bei Beanspruchung?  
 Linear elastischer Bereich (Hookesches Gesetz) elastischer Bereich, plastischer Bereich
- Wie entstehen bei Bruchprozessen elastische Wellen?  
 Raumwellen (RW) breiten sich von Bruch aus, 2 Lösungen der Wellengleichung
- Wie lassen sich Materialparameter und Wellenausbreitung mathematisch verknüpfen?  
 Linear elastischer Bereich: Elastizitätstensor  $C_{ijkl}$  im Hookeschen Gesetz, im isotr. Fall: 2 Parameter
- Welche Wellen entstehen bei Bruchprozessen?  
 Raumwellen (RW) durch Bruchprozess selbst, Oberflächenwellen durch Überlagerung von RW
- Was können wir durch sie über die Erde lernen?  
 Aufbau und Struktur der Erde, in Kombination mit Labormessungen