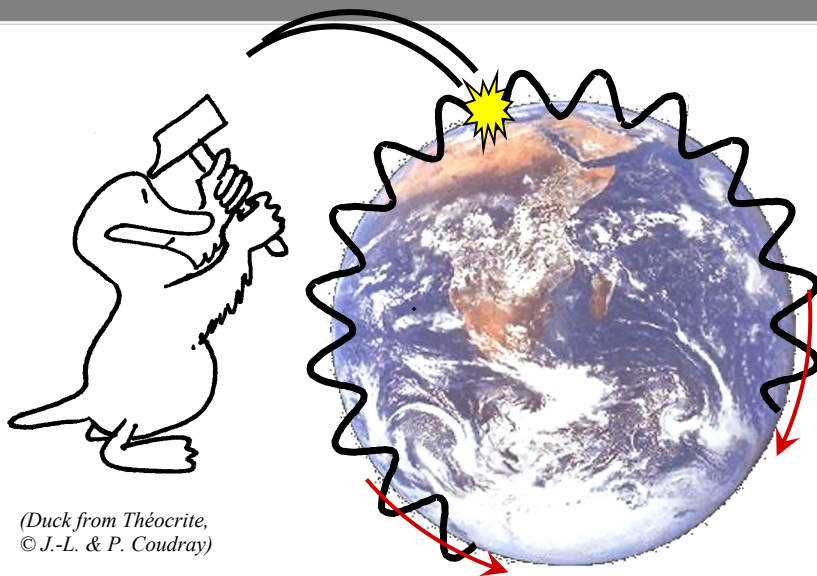


Einführung in die Geophysik II

Eigenschwingungen und komplexe seismische Phasen

Geophysikalisches Institut, Fakultät für Physik



(Duck from Théocrite,
© J.-L. & P. Coudray)



	Vorlesung: Mi., 11:30-13:00, HS B		Übungsblatt online	Übung: Mo., 11:30-13:00, HS B Besprechung der Übungsblätter	
	19.04	keine Vorlesung		17.04	
VL1	26.04	Aufbau der Erde & Plattentektonik		24.04	
VL2	03.05	Radiometrische Altersbestimmung	Ü1	01.05	
VL3	10.05	Seismische Wellen und ihre Wechselwirkungen, elastische Eigenschaften von Gesteinen		08.05	Ü1: Radiometrische Altersbestimmung
VL4	17.05	Erdbeben: Bruchprozesse, Messung & Lokalisierung von Erdbeben	Ü2	15.05	
VL5	24.05	Ausbreitung von Erdbebenwellen, Strukturerkundung		22.05	Ü2: Seismische Wellen, elast. Eigen.
	31.05	keine Vorlesung, Pfingstwoche		29.05	
VL6	07.06	Eigenschwingungen	Ü3	05.06	
VL7	14.06	Seismizität, Gefährdung, Magnituden		12.06	
VL8	21.06	Schwere und Gravimetrie	Ü4	19.06	Ü3: Eigenschwingungen, Seismizität
VL9	28.06	Magnetismus	Ü5	26.06	Ü4: Schwere und Gravimetrie
VL10	05.07	Temperatur	Ü6	03.07	
VL11	12.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Mantel		10.07	Ü5: Magnetismus
VL12	19.07	Aufbau und Dynamik des Erdinneren: Erdkern		17.07	Ü6: Temperatur

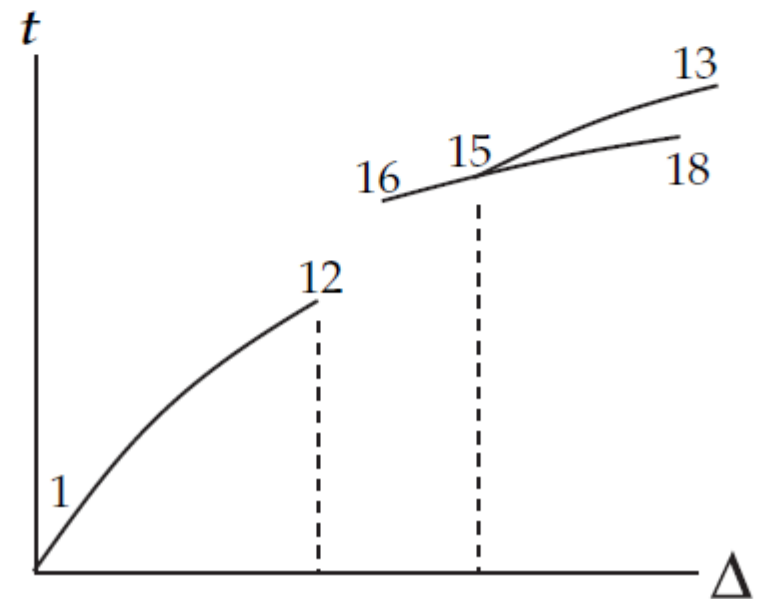
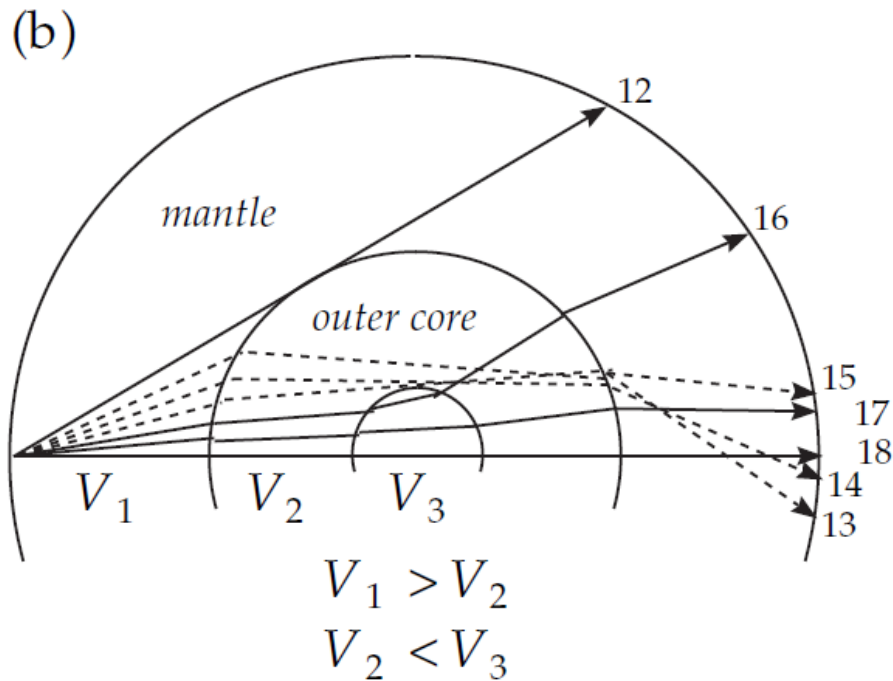
Vorlesung: Die Vorlesung findet mittwochs um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt und beginnt am 26.4.2023.

Übungen: Die Übungen finden nach obigen Zeitplan montags um 11:30 - 13:00h im Hörsaal B (Geb. 30.22) statt. Die Termine finden sich in der oben stehenden Tabelle. Übungsblätter werden nach den jeweiligen Vorlesungen online gestellt. Durch Vorrechnen von Übungsaufgaben können Punkte (max. 3) erworben werden, die auf die Klausur als Bonuspunkte* angerechnet werden. Die Punktzahl, die für das Vorrechnen der einzelnen Aufgaben vergeben wird, wird in der jeweiligen Übung bekannt gegeben.

*d.h. das Bestehen der Prüfung durch diese Punkte ist nicht möglich; bei bestandener Klausur lässt sich dadurch jedoch die Note verbessern.

Klausur: Erster Termin am 26.07.2022, 14:00 - 15:30h, zweiter Termin am 20.09.2022, 09:00 - 10:30h. Die der Ort der Klausuren ist der Otto-Lehmann-Hörsaal.

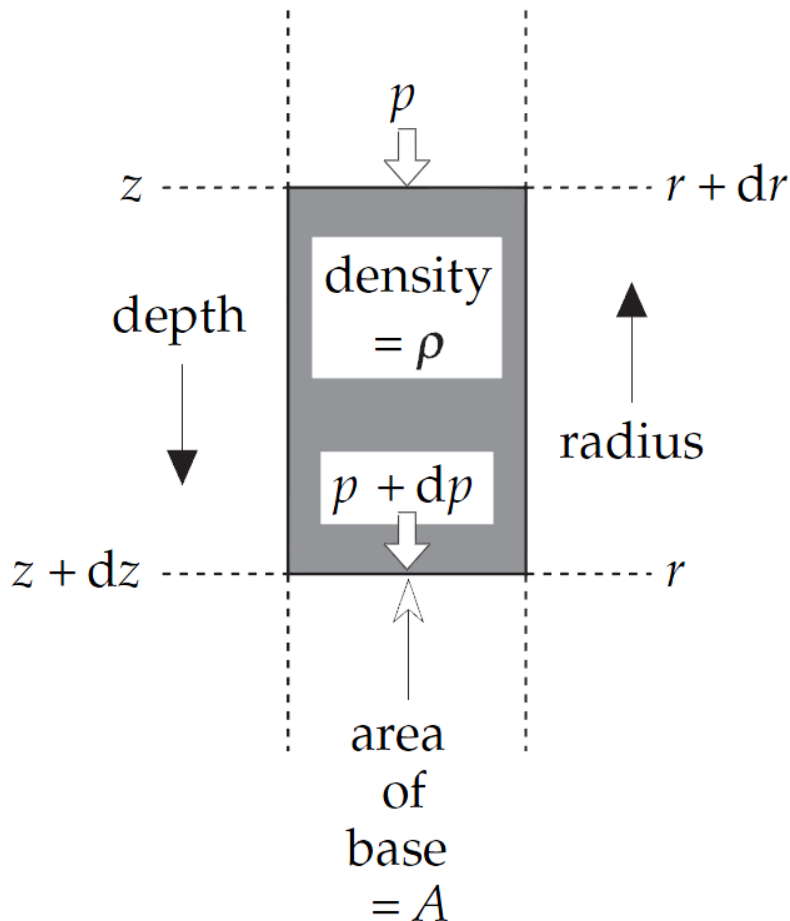
Der Kern als seismische “Linse”



Quelle: Lowrie, 2007

Strukturerkundung: Dichte

Bisher noch keine Dichteinformationen innerhalb der Erde



p : hydrostatischer Druck an Oberkante
 $p + dp$: hydrostatischer Druck an Unterkante

$$dp = \frac{w}{A} = \frac{(\text{volume} \times \rho)g}{A} = \frac{(A dz \rho)g}{A}$$
$$= \rho g dz = -\rho g dr$$

w : ‚weight‘ = Gewicht

Außerdem: $K = -V \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho}$

Daraus folgt: $\frac{-d\rho}{\rho g dr} = \frac{\rho}{K}$

Quelle: Lowrie, 2007

Strukturerkundung: Dichte

Mit seismischem Parameter $\Phi = \alpha^2 - \frac{4}{3}\beta^2$

wird daraus:

$$\frac{-d\rho}{\rho g dr} = \frac{\rho}{K} = \frac{1}{\Phi}$$

Umformen ergibt die Adams-Williamson-Gleichung:

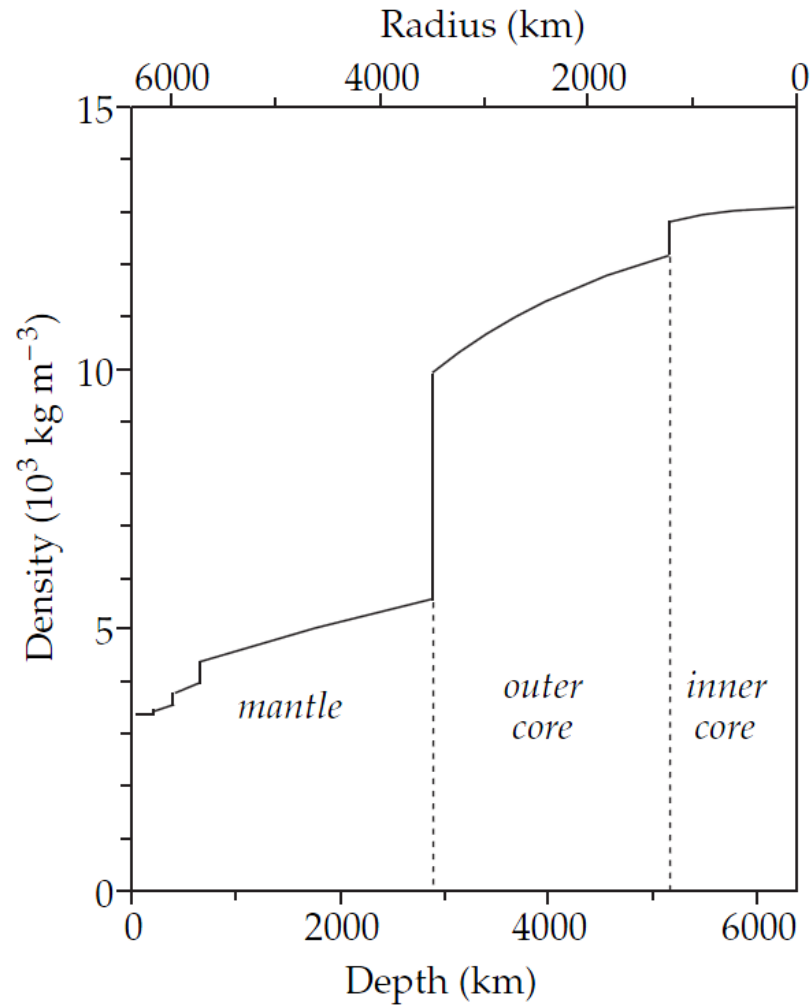
$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\rho(r)g(r)}{\Phi(r)}$$

Wenn Parameter auf der rechten Seite der Gleichung bekannt sind, kann der Dichtegradient berechnet werden.

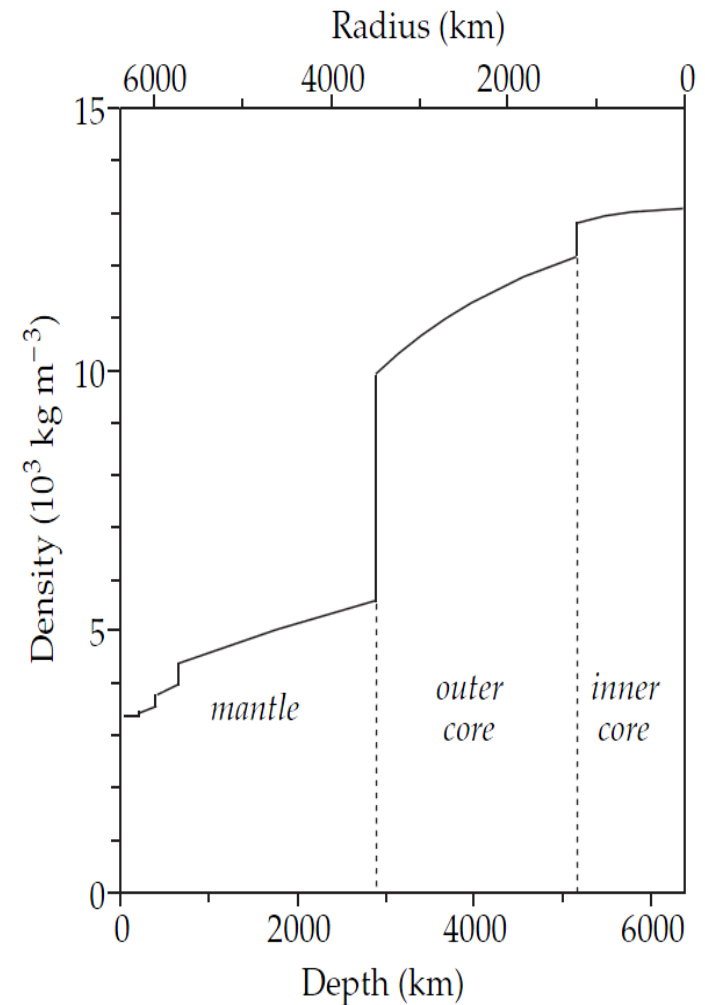
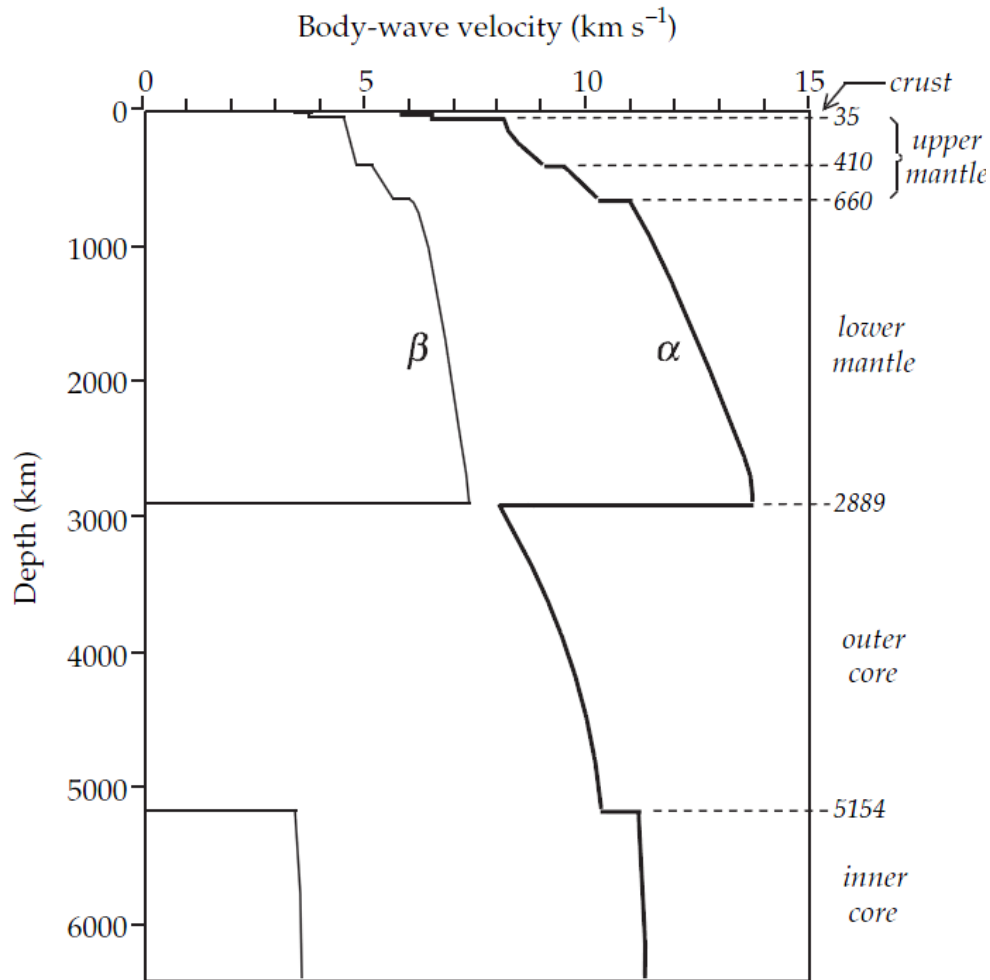
Dichte ist aber gerade unbekannt.
Annahme eines Startwerts in (flacher) Tiefe r , iterative Berechnung.

Quelle: Lowrie, 2007

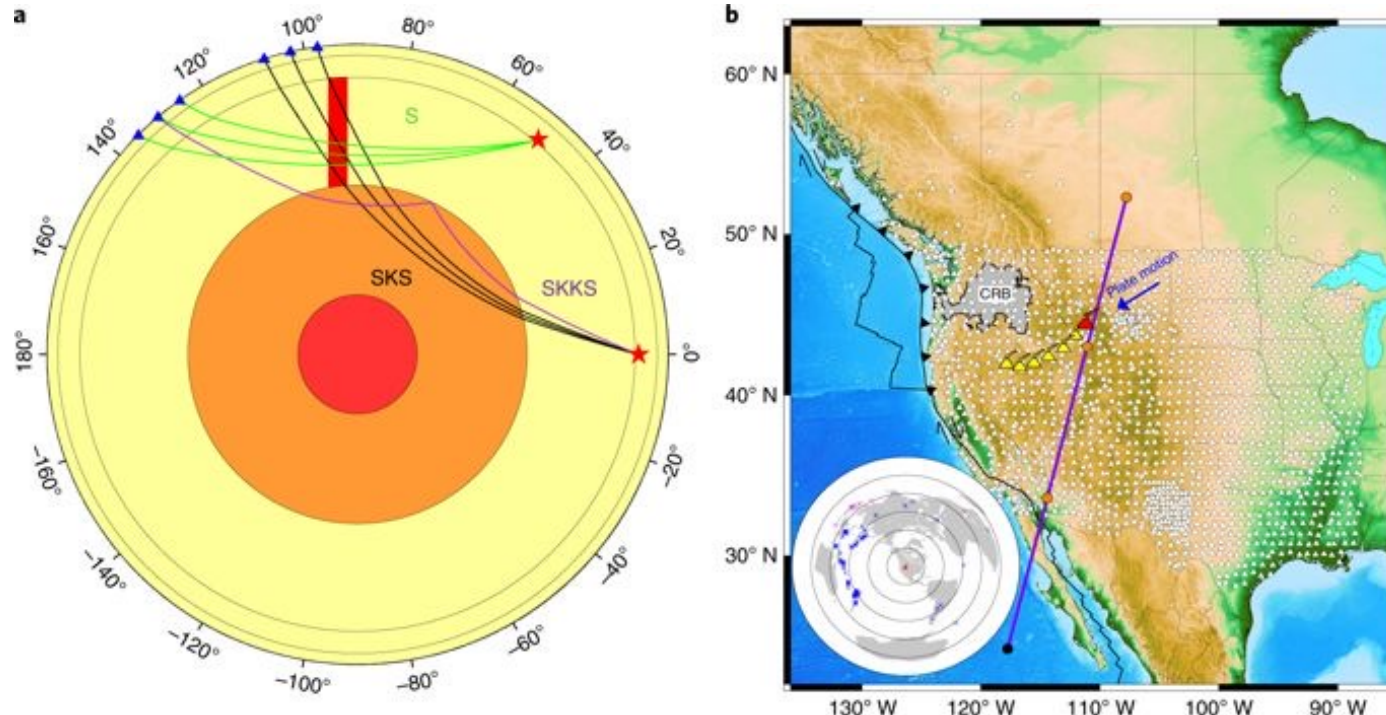
Strukturerkundung: Dichte



Quelle: Lowrie, 2007



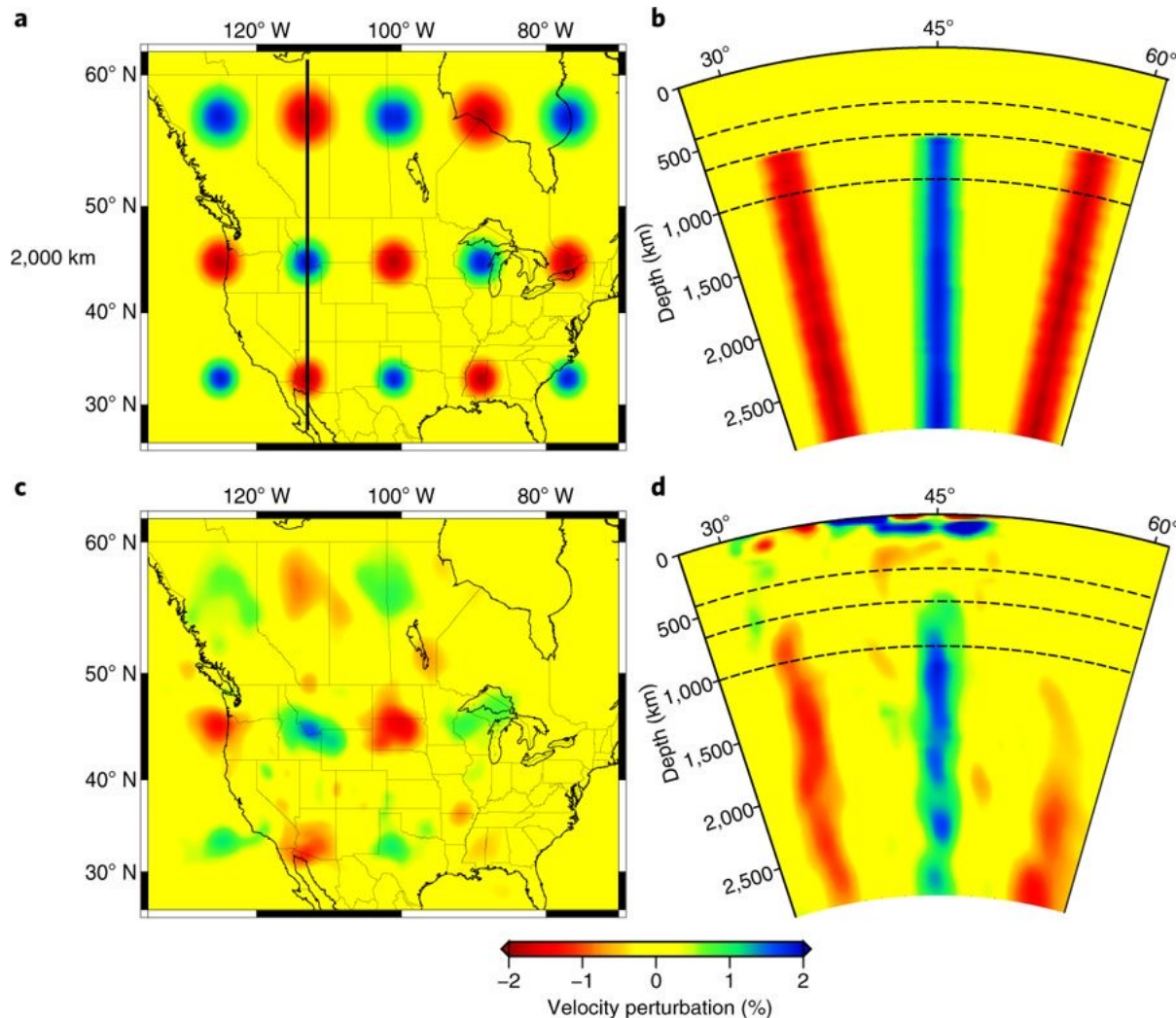
Lower-mantle plume beneath the Yellowstone hotspot revealed by core waves (Nat. Geosc, 2018)



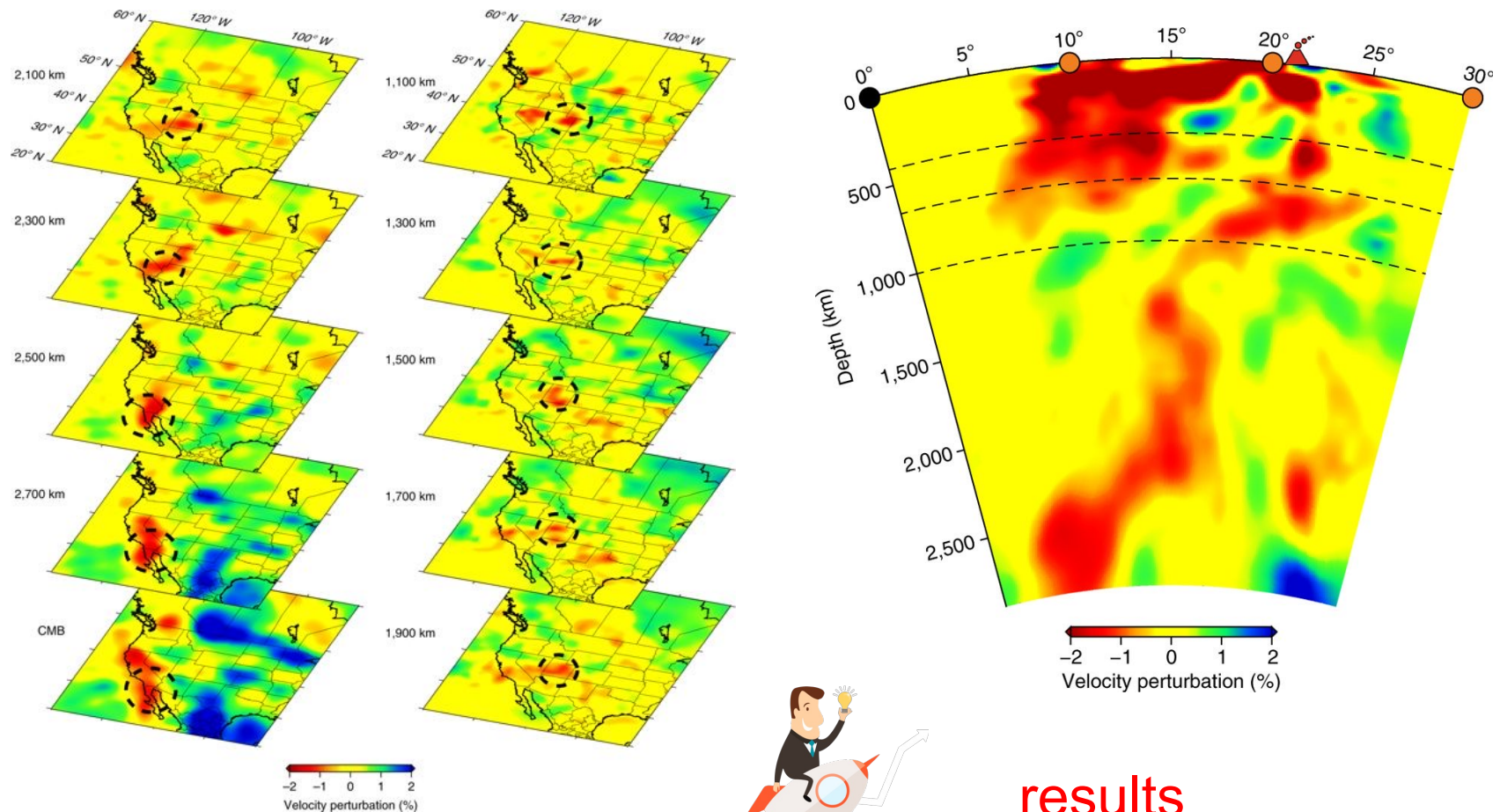
data



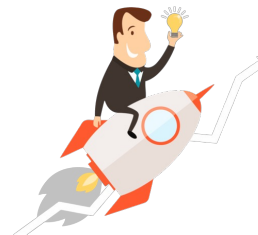
Lower-mantle plume beneath the Yellowstone hotspot revealed by core waves (Nat. Geosc, 2018)



Lower-mantle plume beneath the Yellowstone hotspot revealed by core waves (Nat. Geosc, 2018)

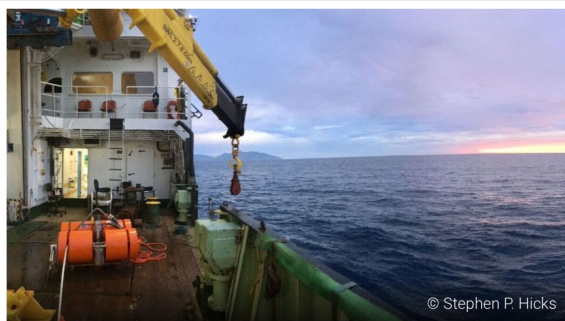


results



Plattentektonik: Entstehungsgeschichte der Karibik

Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler des KIT decken einen der letzten „weißen Flecken“ im globalen Puzzle der Plattentektonik auf



© Stephen P. Hicks

Tief in der Karibik: vor dem Hintergrund der Vulkaninsel Montserrat werden die Seismometer wieder zurück an Bord geholt. (Foto: Stephen P. Hicks)

Ob starke Erdbeben oder Vulkanausbrüche – die Karibik ist immer wieder Schauplatz verheerender Naturkatastrophen, die durch Verschiebungen der Erdplatten ausgelöst werden. Wie sich die Karibik tektonisch entwickelt hat, hat ein Team internationaler Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler unter Beteiligung des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) untersucht. Ihre Ergebnisse haben sie nun in der Fachzeitschrift *Nature Communications* veröffentlicht.

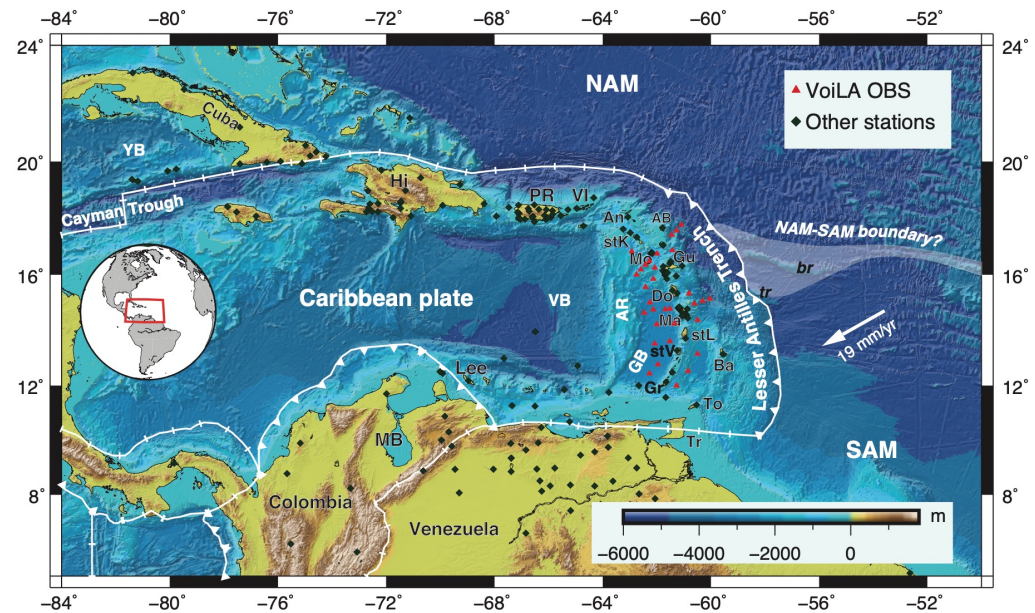
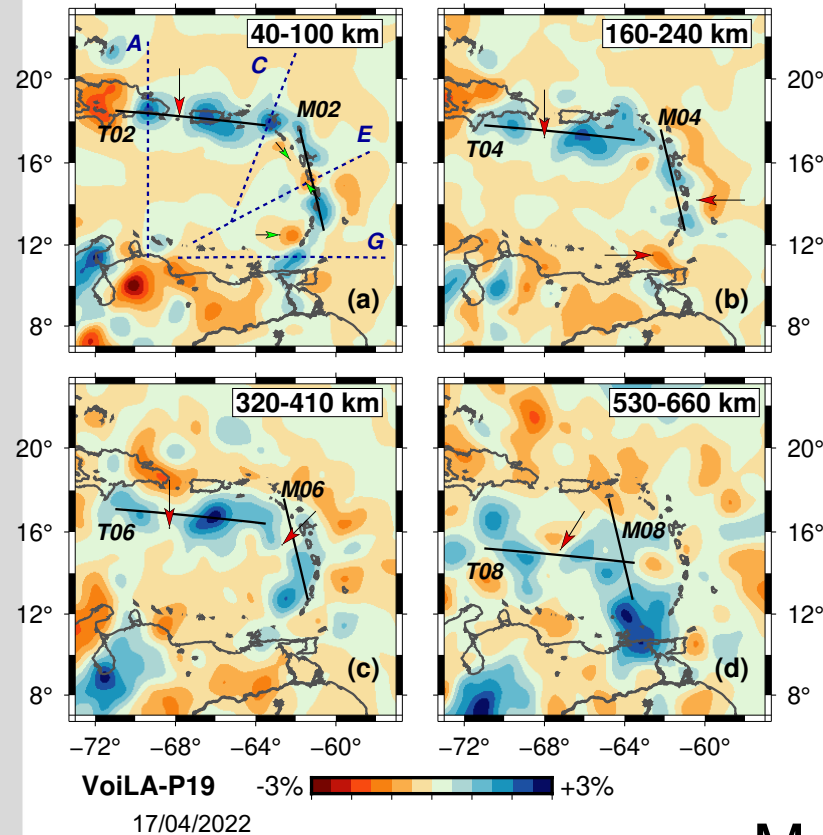
„Die karibische Platte wird von drei weiteren Erdplatten eingerahmt. So kommt es dort zu vermehrten seismischen Aktivitäten. Dennoch ist man sich bis heute nicht einig, wie und wann die Karibik entstanden ist“, sagt Andreas Rietbrock, Leiter des Geophysikalischen Instituts (GPI) des KIT. In dem Projekt VoiLA – Volatiles in the Lesser Antilles analysierten die Geophysiker des GPI Daten modernster Meeresboden-Seismometer und erstellten so ein tomographisches Abbild des oberen Erdmantels bis in etwa 700 Kilometern Tiefe.

In Kombination mit einer Rekonstruktion der globalen tektonischen Plattenbewegungen der letzten 120 Millionen Jahre, ausgewertet zusammen mit den Partnern am Imperial College London, konnten sie dieses Abbild interpretieren: „Die Tomographie zeigt unter dem heutigen karibischen Ozean abgesunkene tektonische Platten“, so Benedikt Braszus, Masterstudent der Geophysik am KIT und Erstautor der Studie. „Durch die Plattenrekonstruktion können wir den Ort und Zeitpunkt bestimmen, an dem die Platten in das Erdinnere abgesunken sind und somit die Bewegungen der an die Karibik angrenzenden Plattenränder in den vergangenen 100 Millionen Jahren nachvollziehen.“ Dies ermögliche im nächsten Schritt die bisher detaillierteste und umfassendste Beschreibung der Entstehungsgeschichte der Karibik.

swi, 13.07.2021

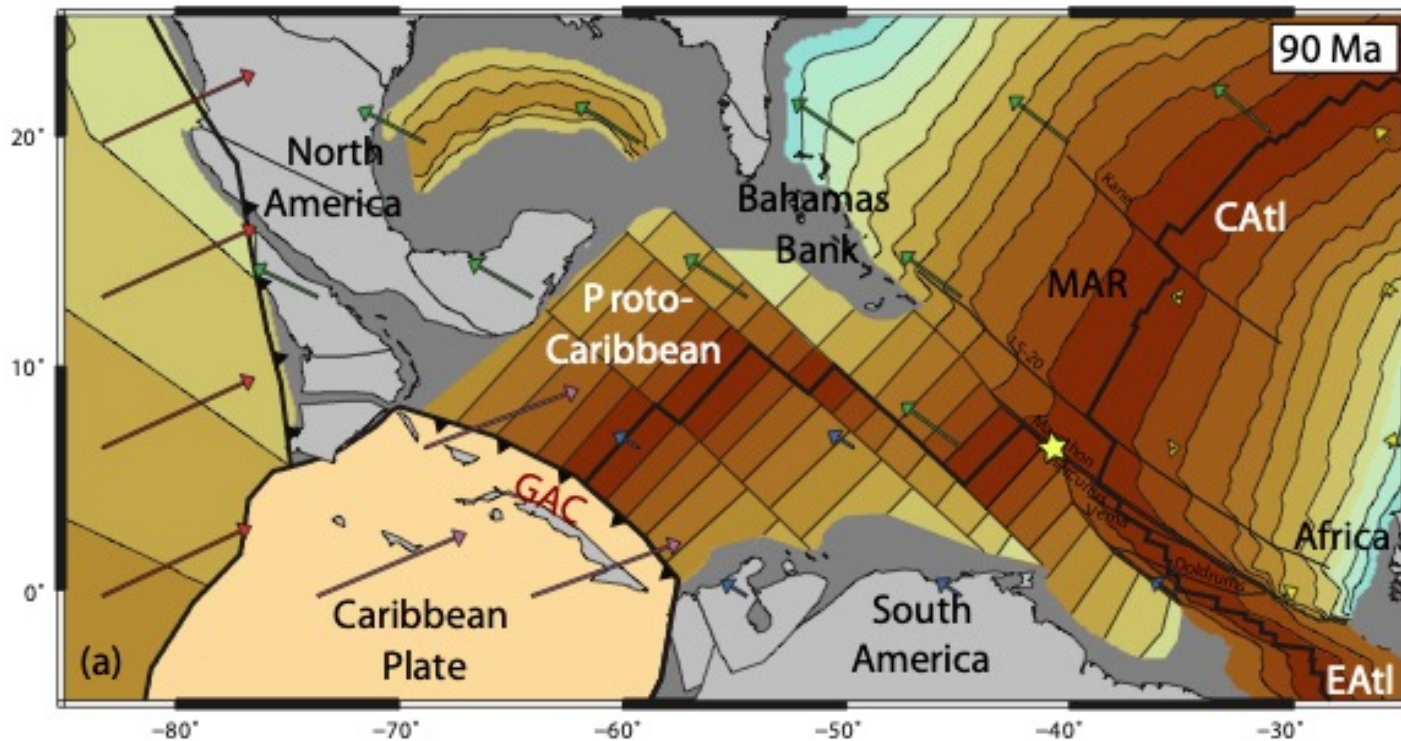


Teleseismic P-Wave Tomography



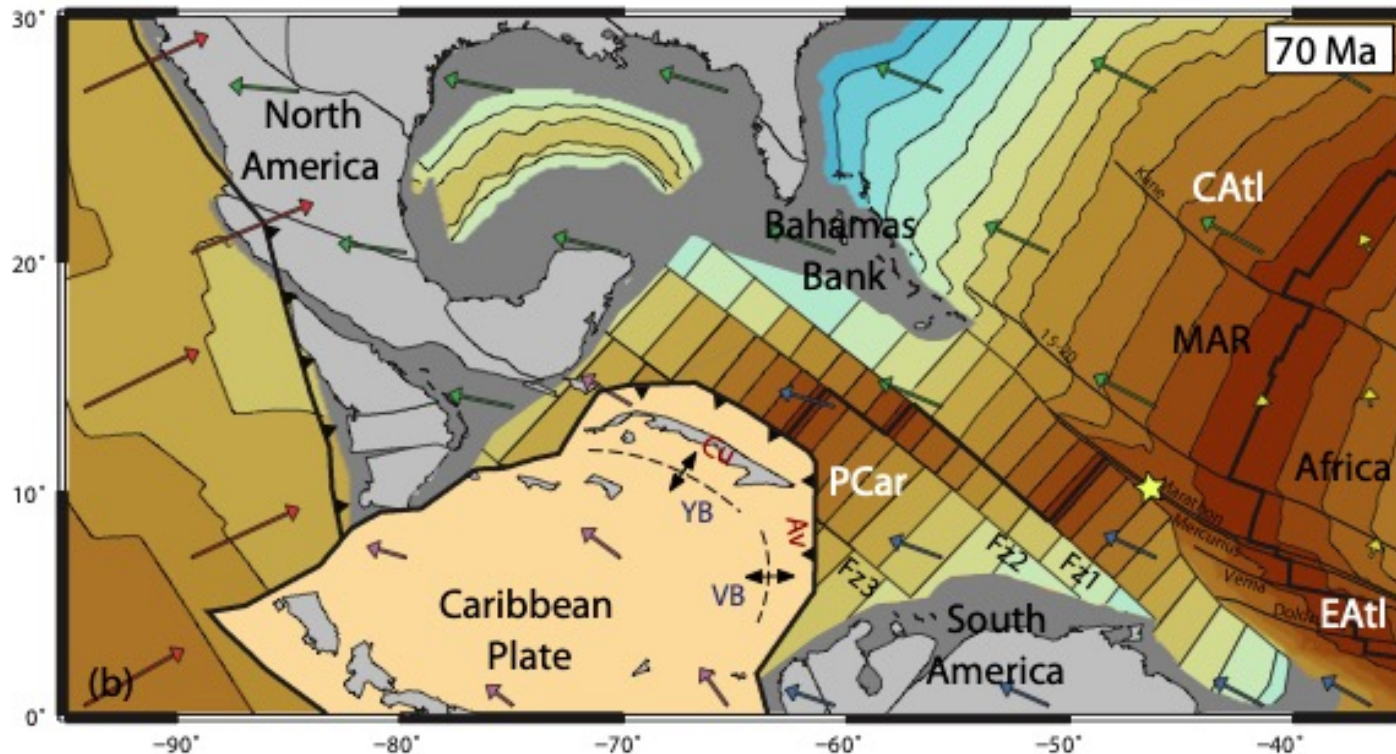
Masterarbeit GPI:
Braszus et al., Nat. Comm., 2021

Evolution Great Arc of the Caribbean (GAC)



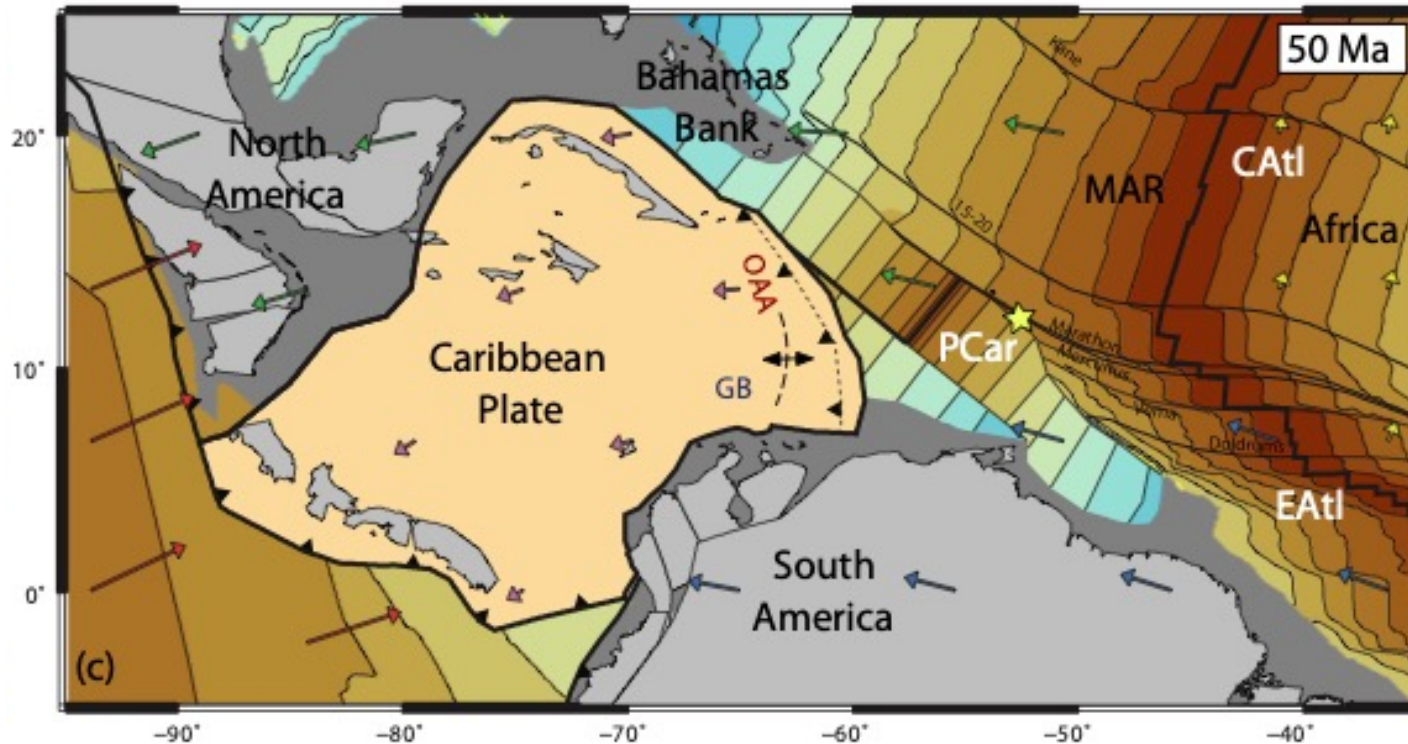
17/04/2022

Evolution Great Arc of the Caribbean (GAC)



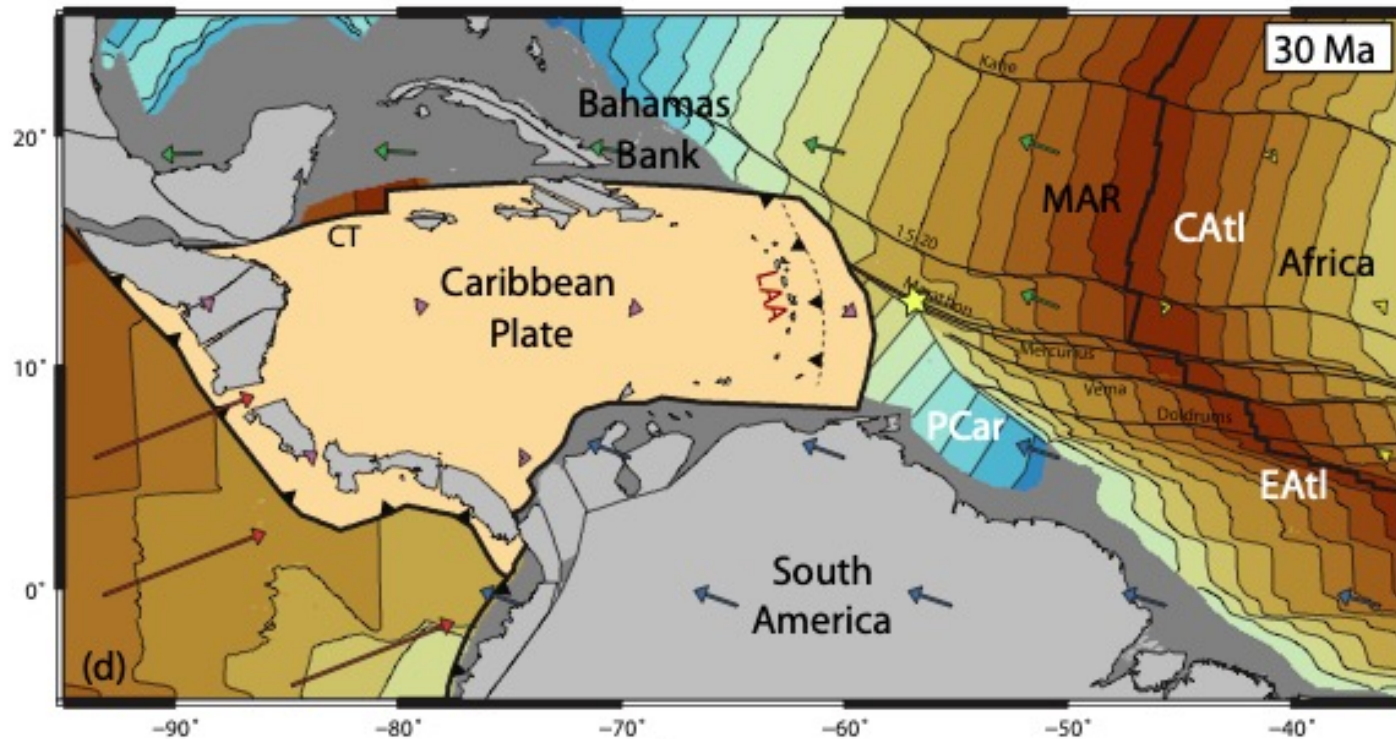
17/04/2022

Evolution Great Arc of the Caribbean (GAC)



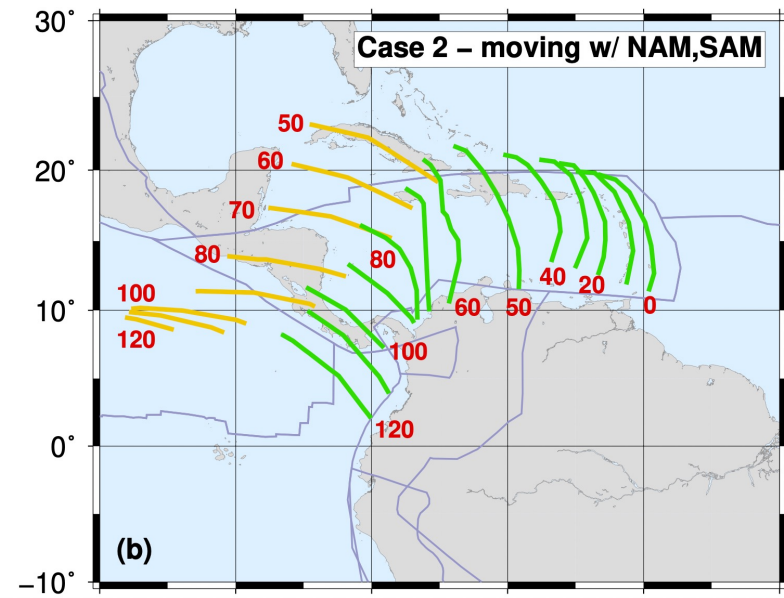
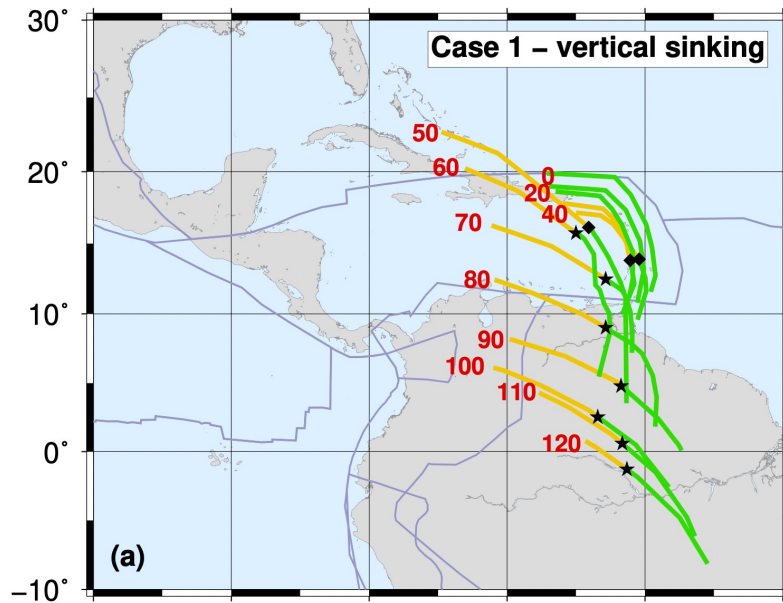
17/04/2022

Evolution Great Arc of the Caribbean (GAC)



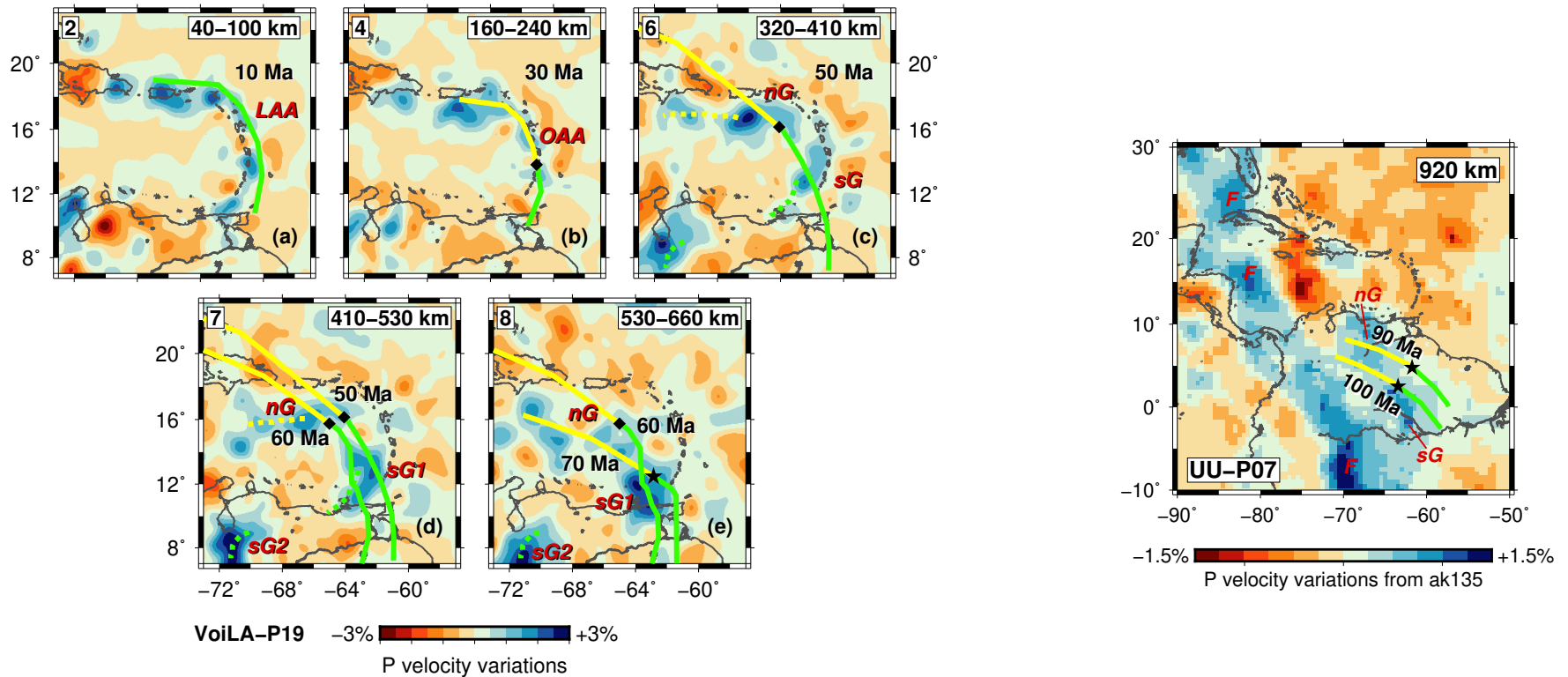
17/04/2022

Reconstructed trench positions



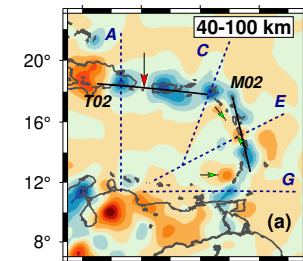
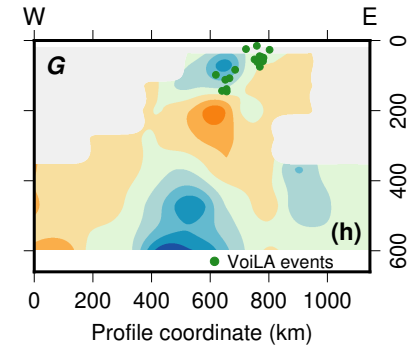
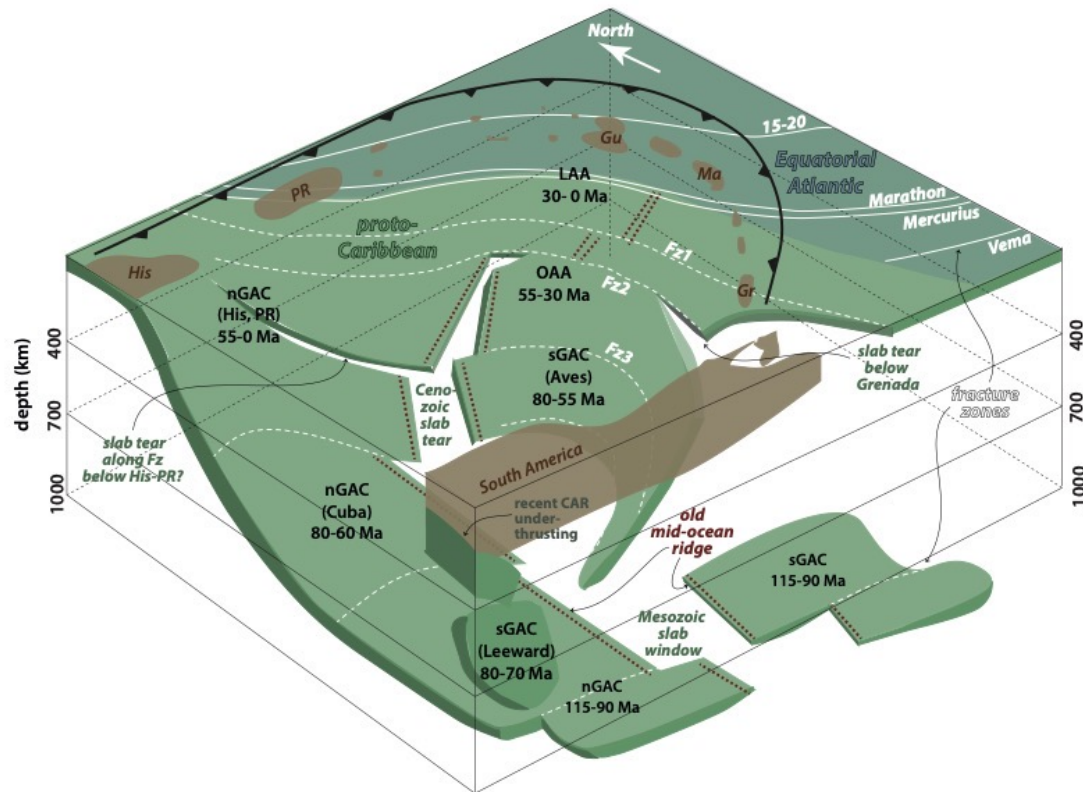
17/04/2022

Vertically sinking slabs



18/04/2022

A tattered slab



Slab
gaps and
tears

17/04/2022

Einführung in die Geophysik II

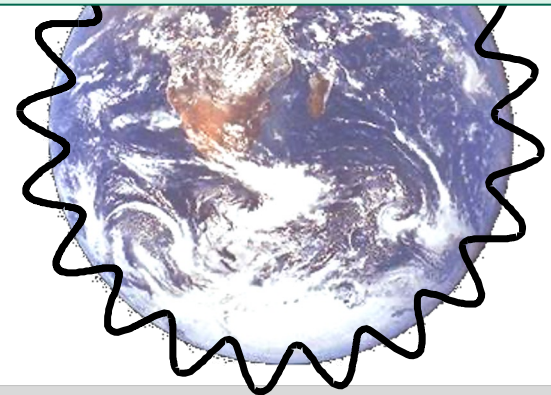
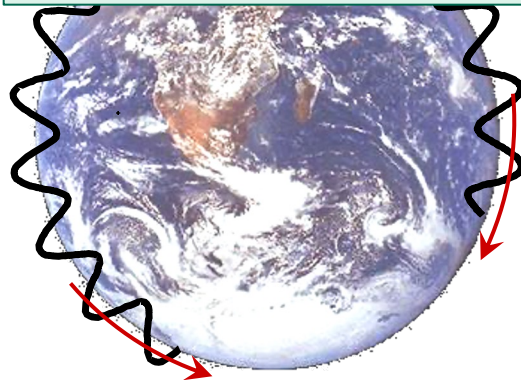
Eigenschwingungen und komplexe seismische Phasen

Geophysikalisches Institut, Fakultät für Geowissenschaften

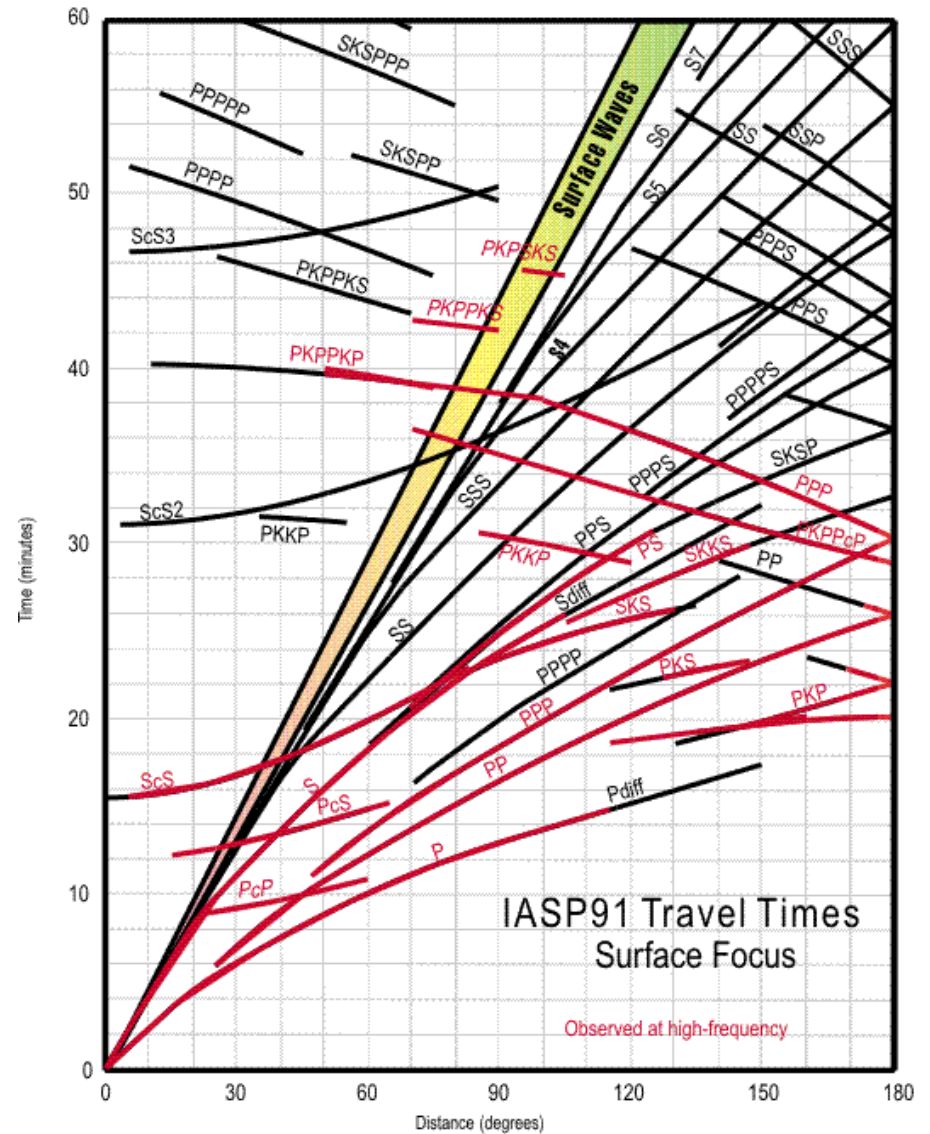
- Was sind Eigenschwingungen der Erde?
- Wodurch werden sie angeregt?
- Wie lassen sie sich mathematisch beschreiben?
- Was können wir aus ihnen über die Struktur der Erde erfahren?



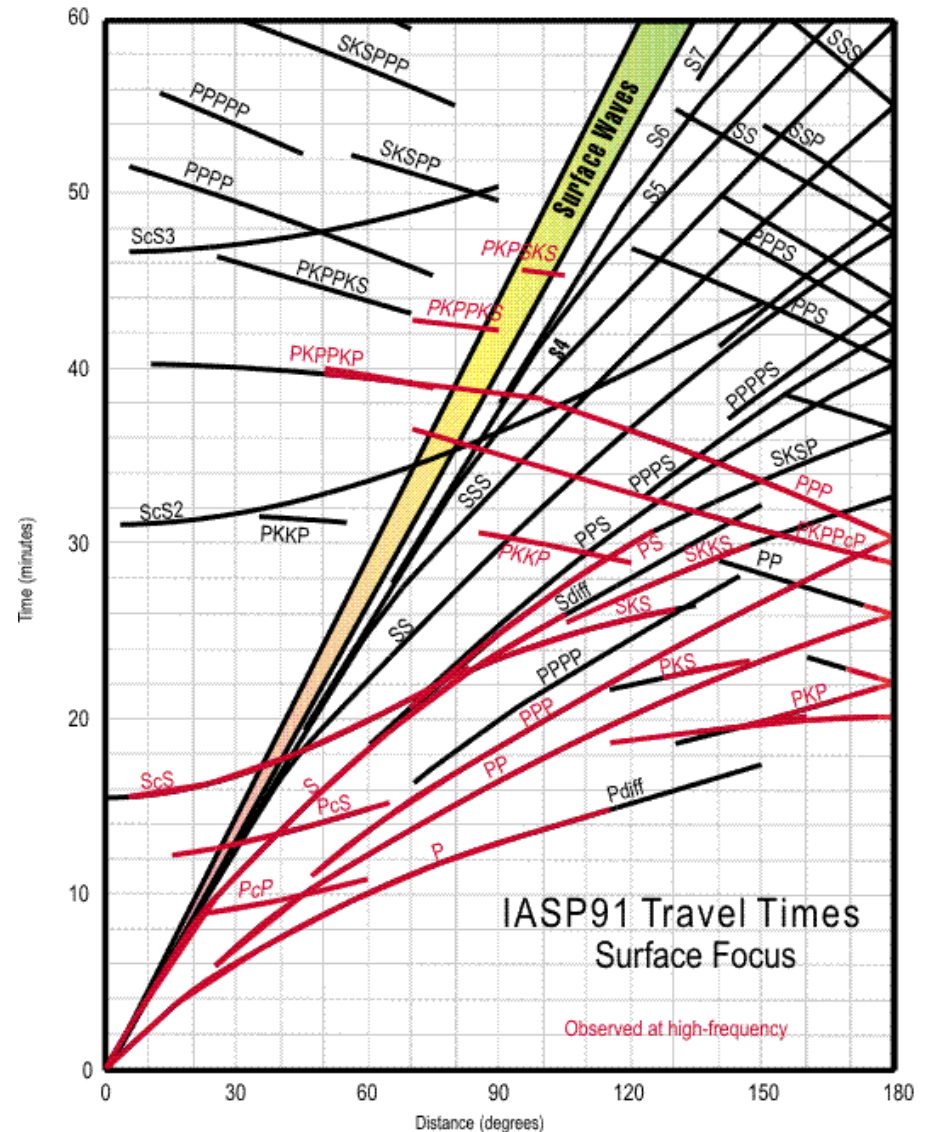
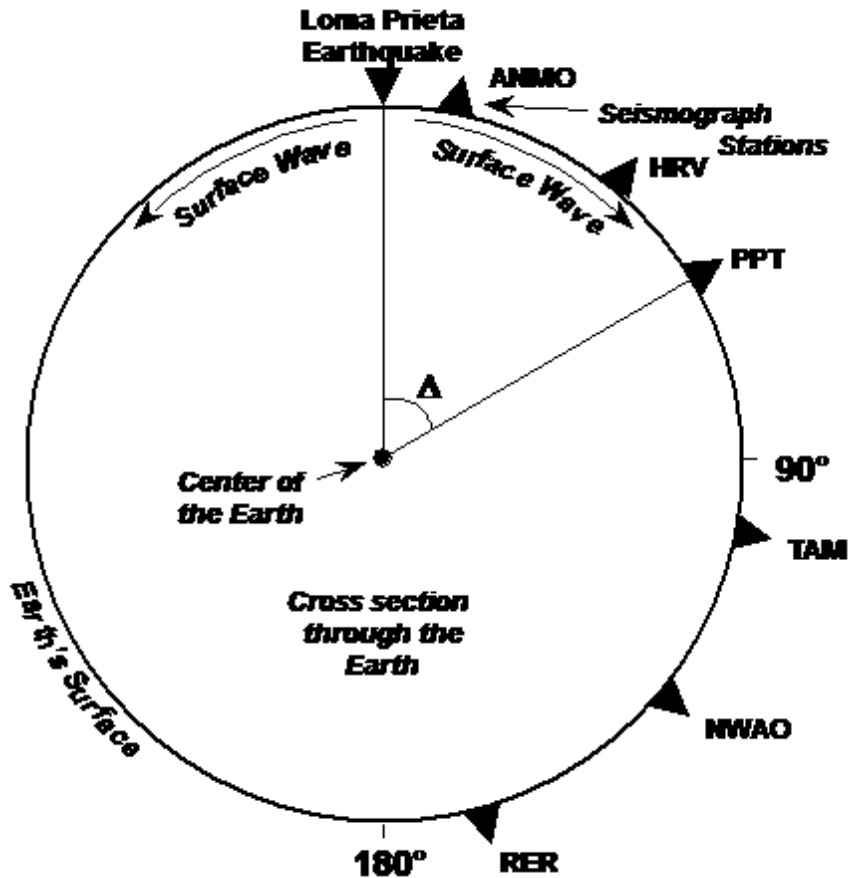
(Duck from Théocrite,
© J.-L. & P. Coudray)



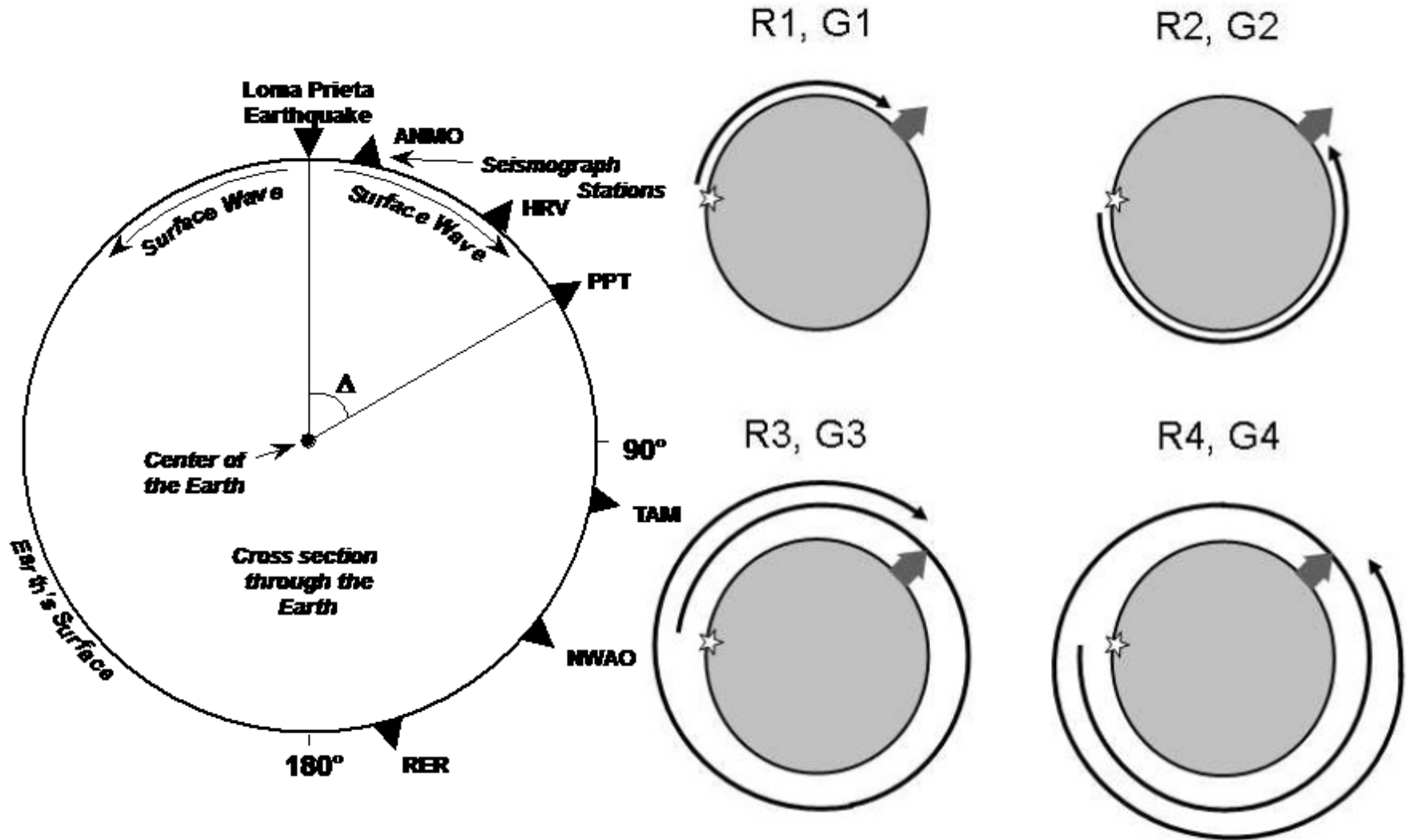
Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen

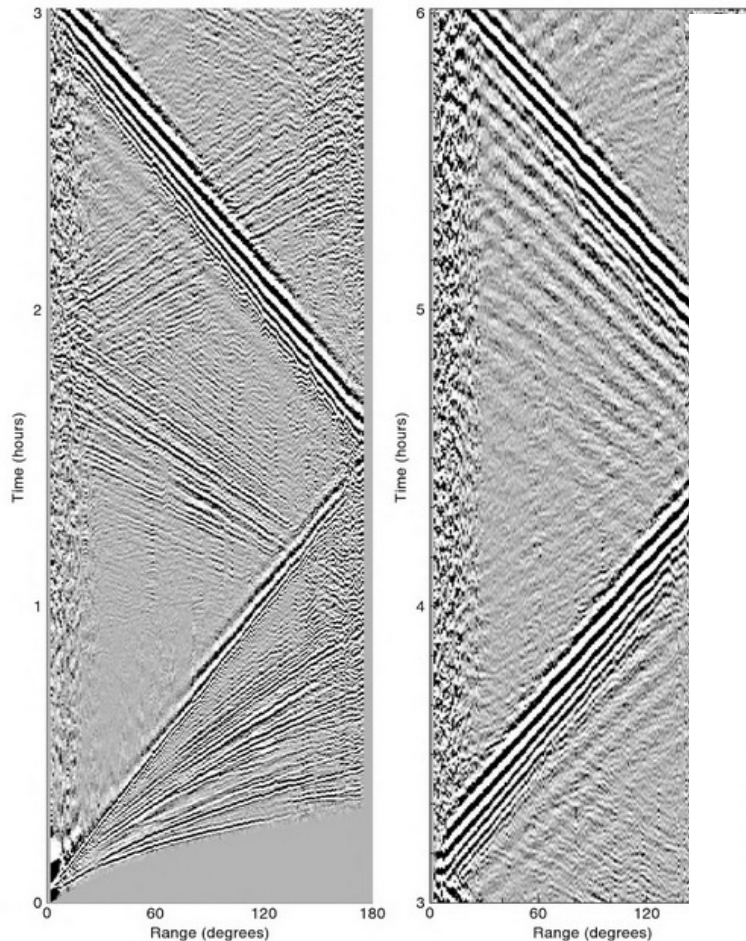
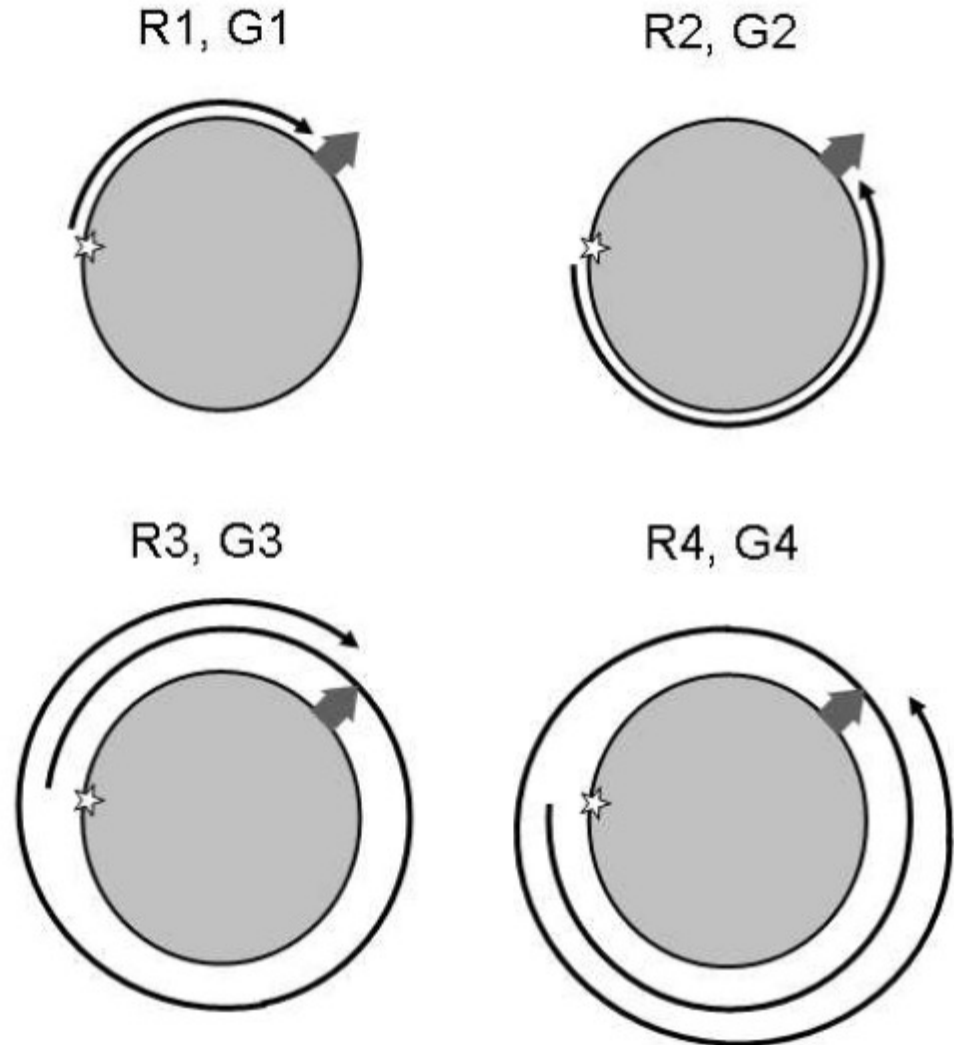
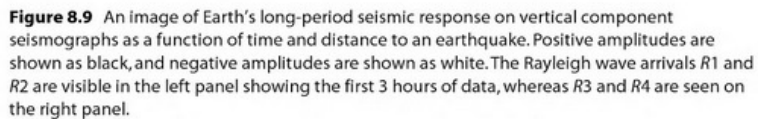
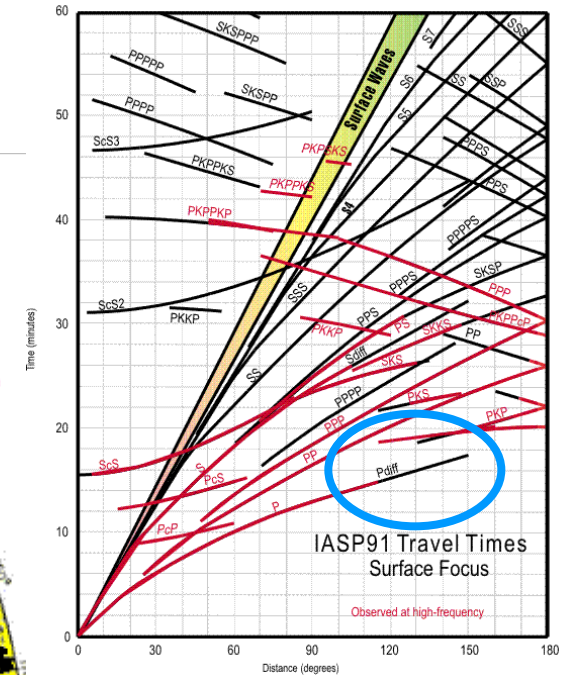
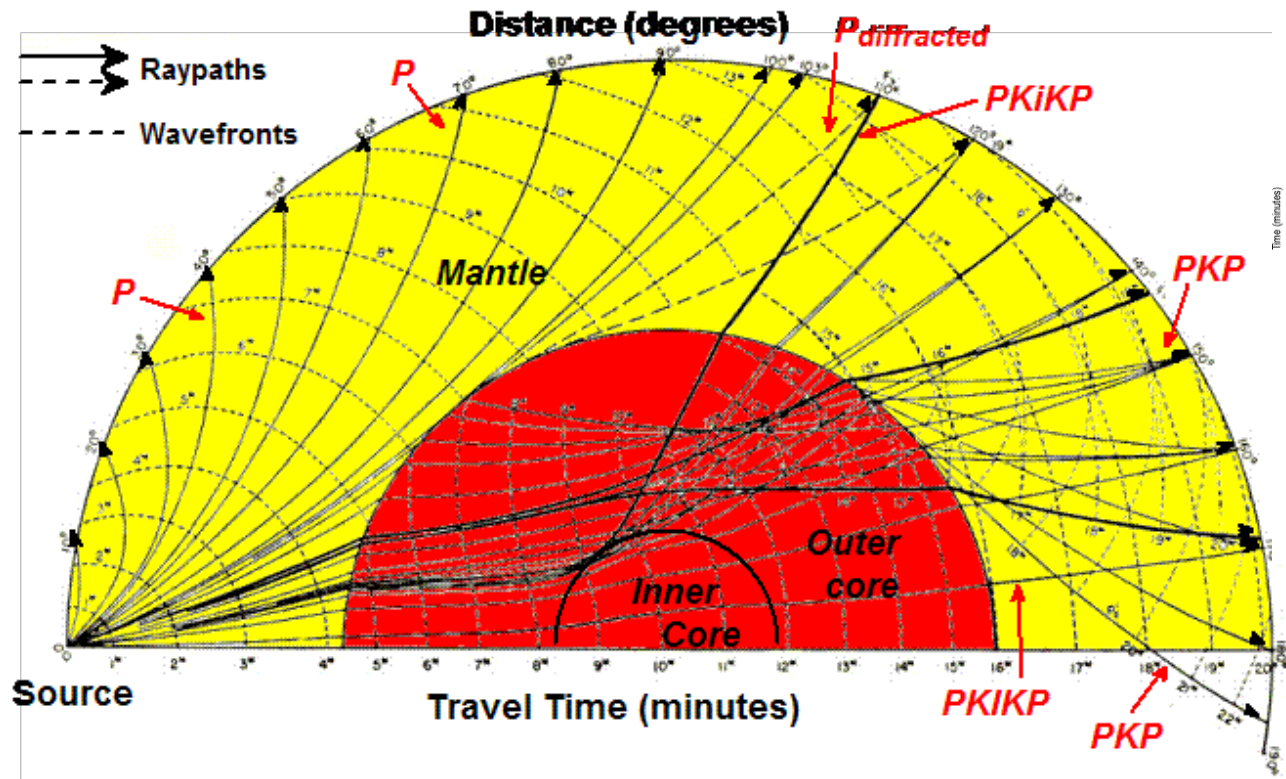


Figure 8.9 An image of Earth's long-period seismic response on vertical component seismographs as a function of time and distance to an earthquake. Positive amplitudes shown as black, and negative amplitudes are shown as white. The Rayleigh wave arrival *R2* are visible in the left panel showing the first 3 hours of data, whereas *R3* and *R4* are in the right panel.

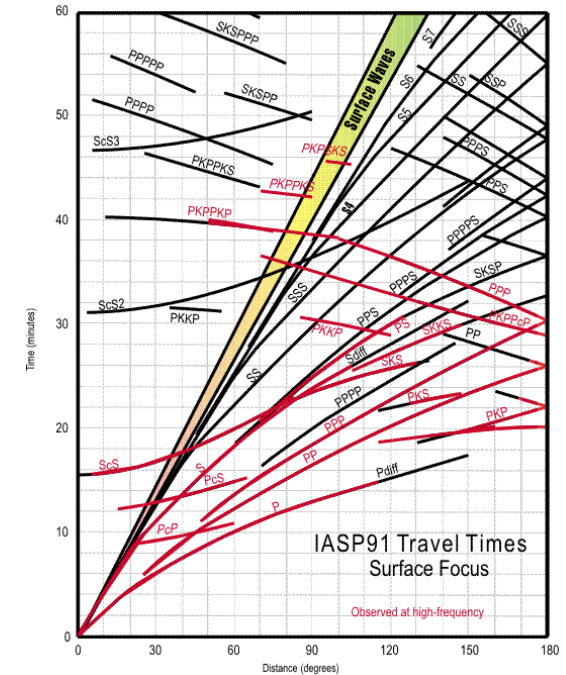
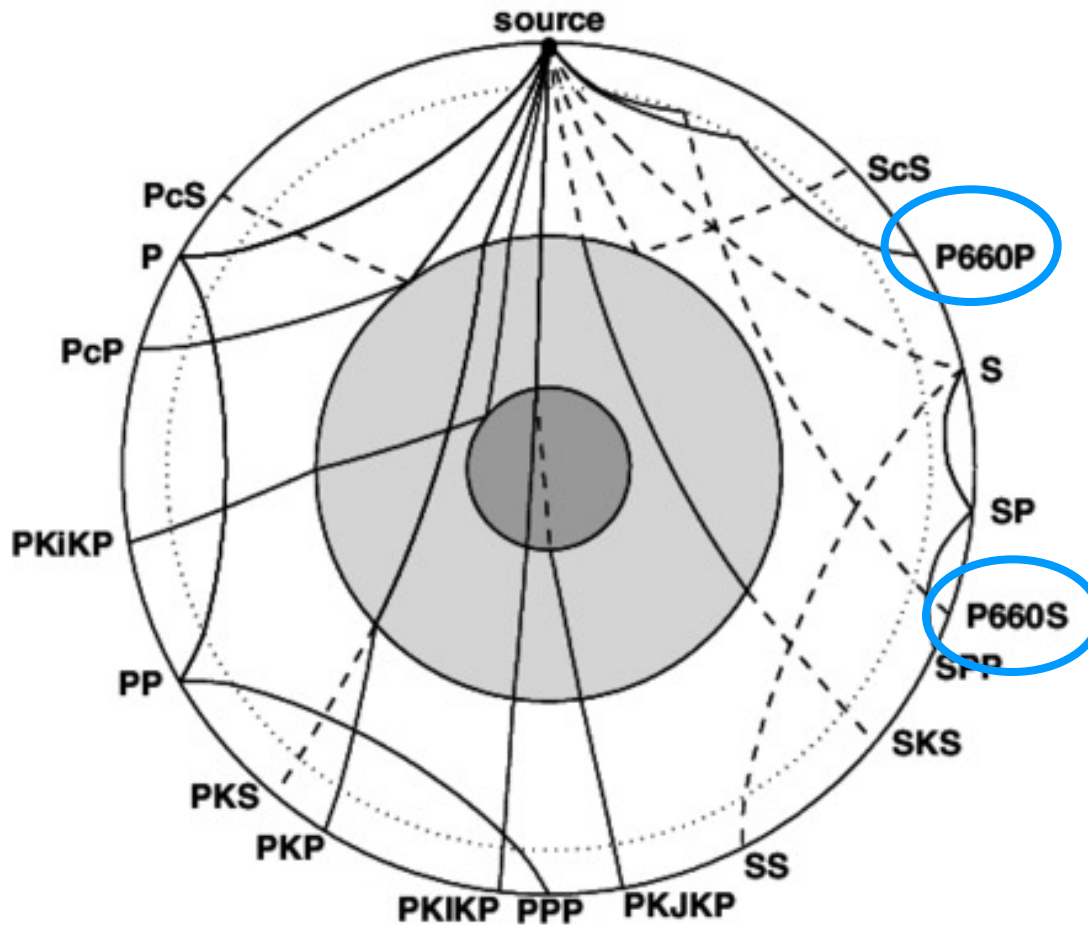




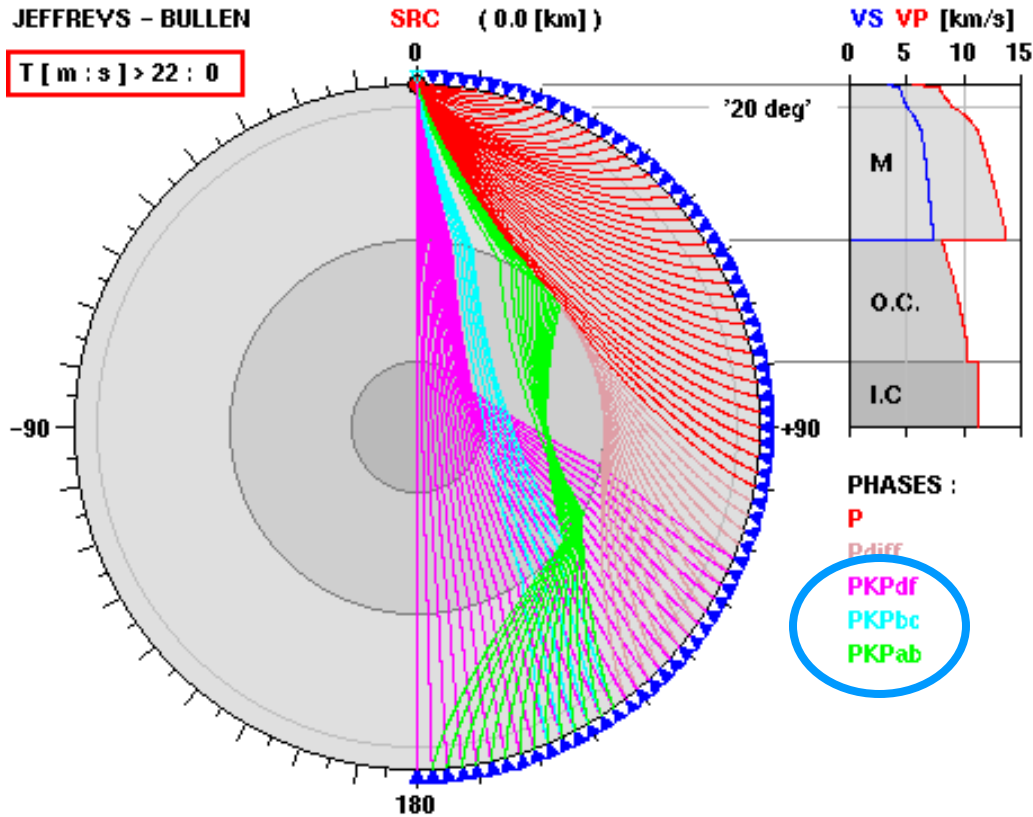
Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen



Komplexe seismische Phasen

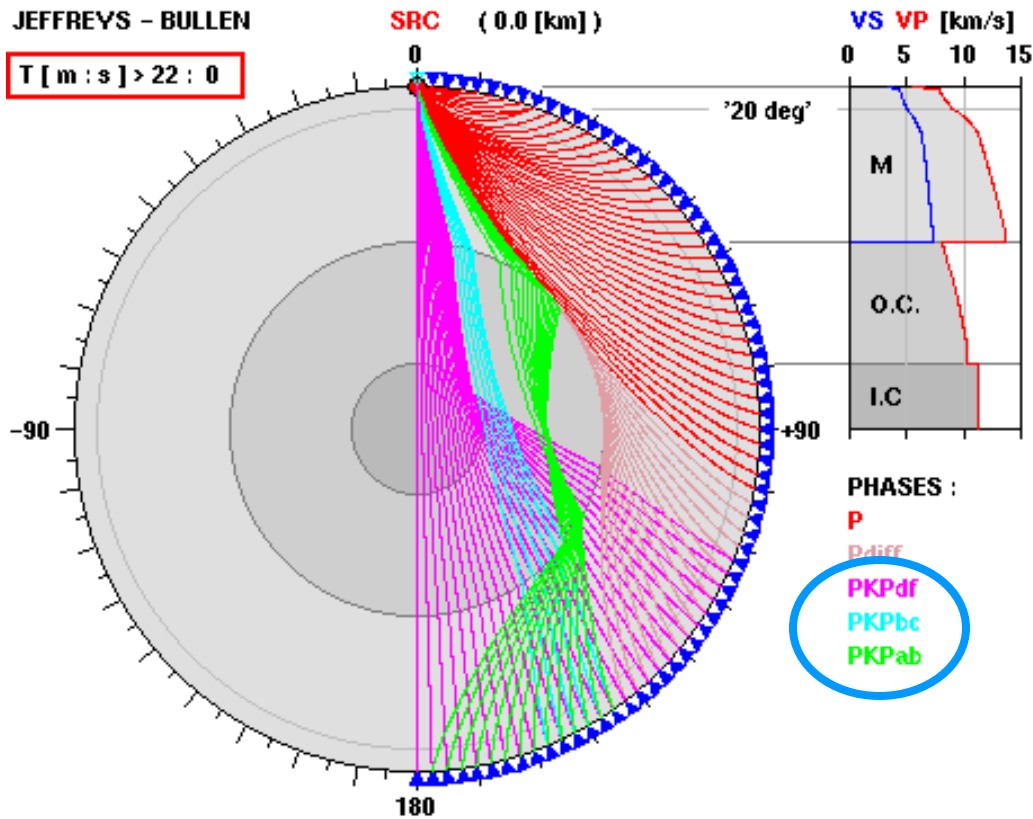
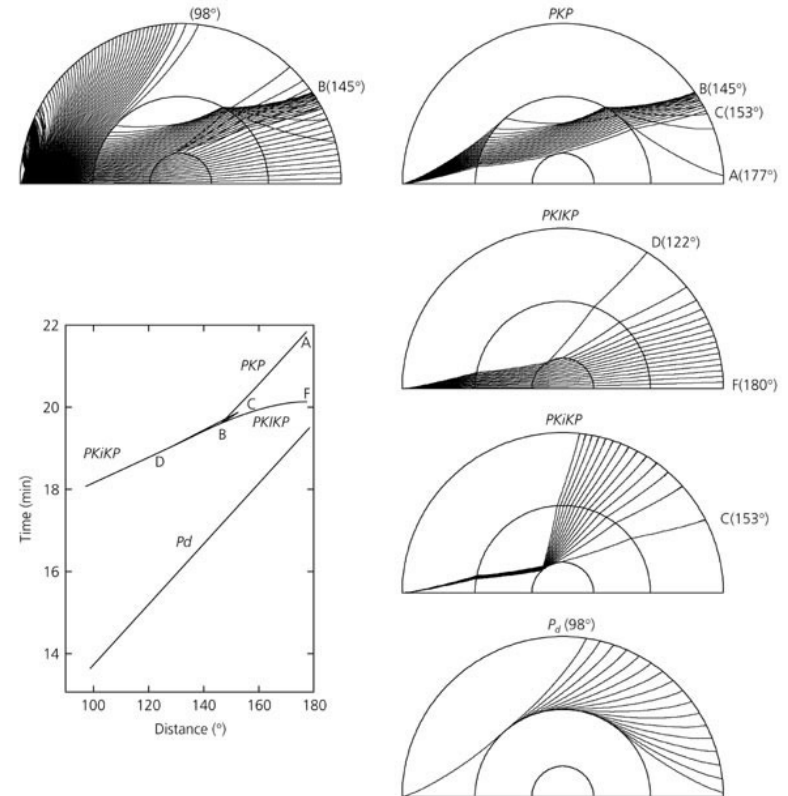


Figure 3.5-7: Ray paths and travel times for major core phases.



Komplexe seismische Phasen

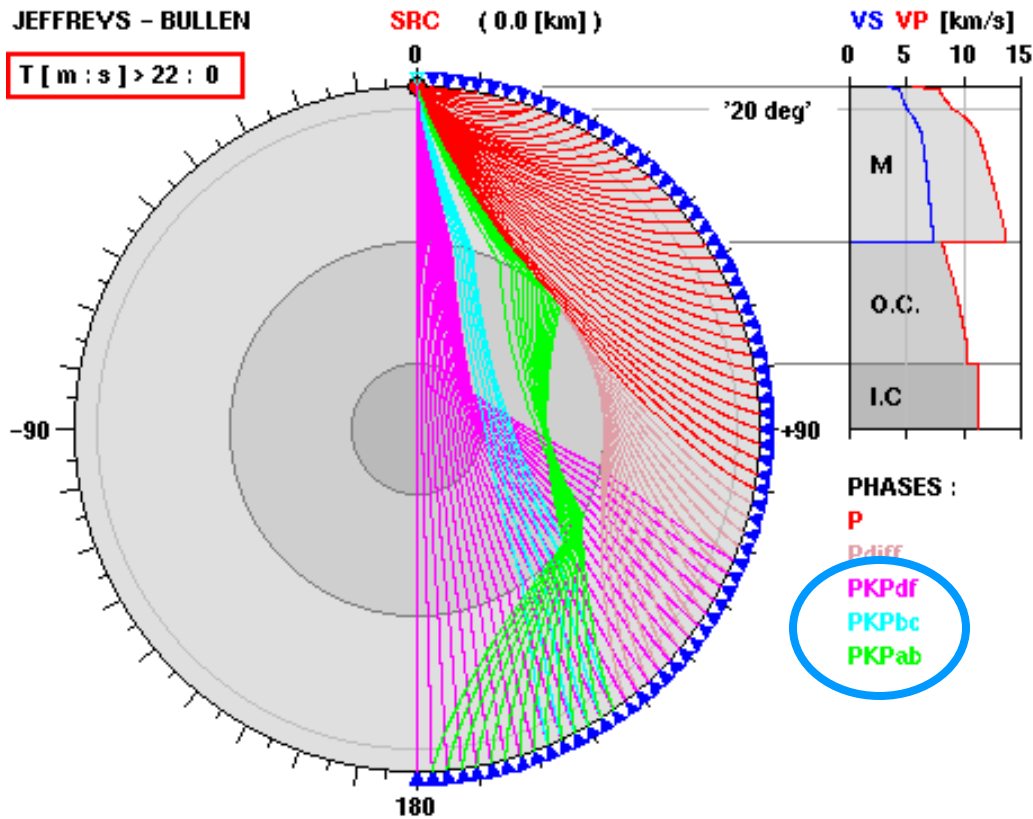
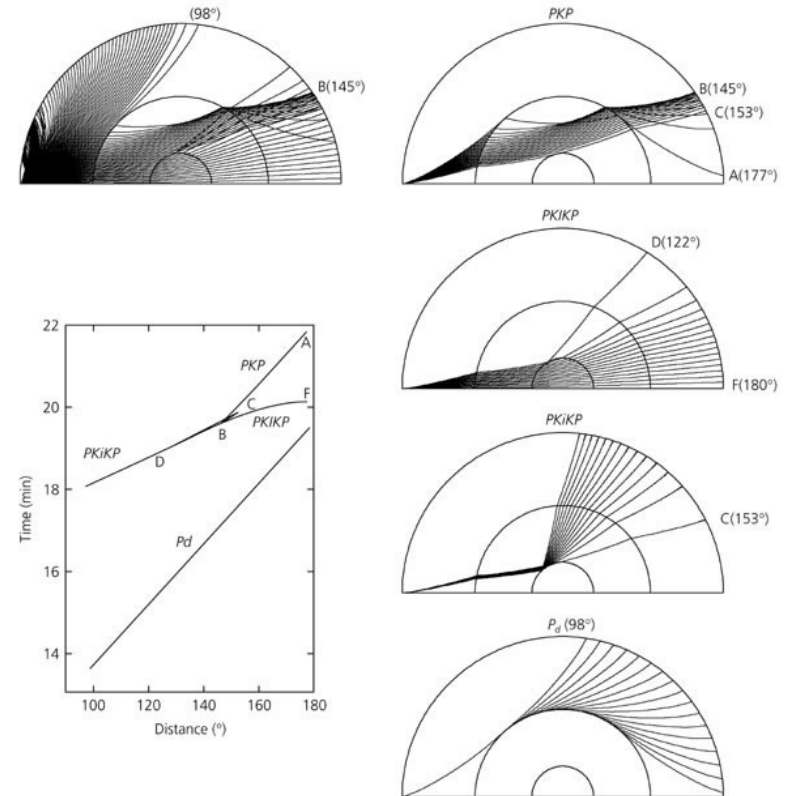


Figure 3.5-7: Ray paths and travel times for major core phases.

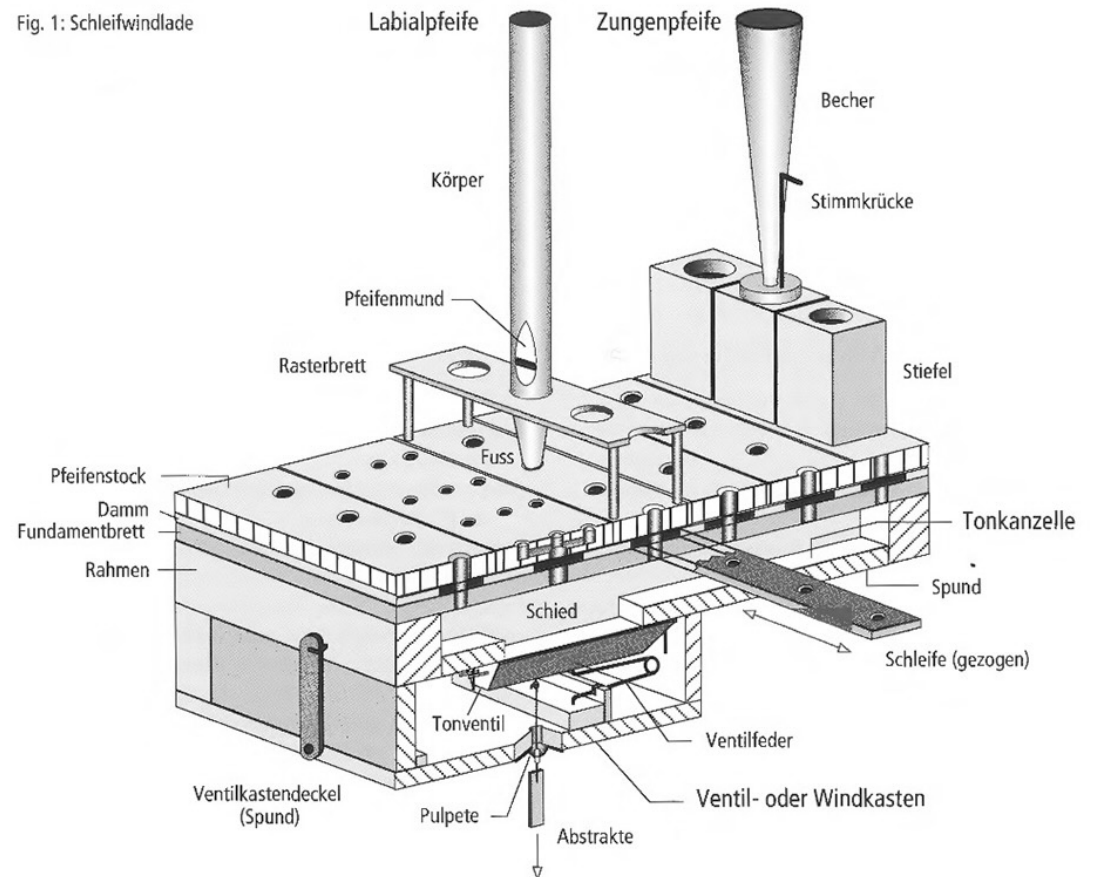


Weitere Phasen?

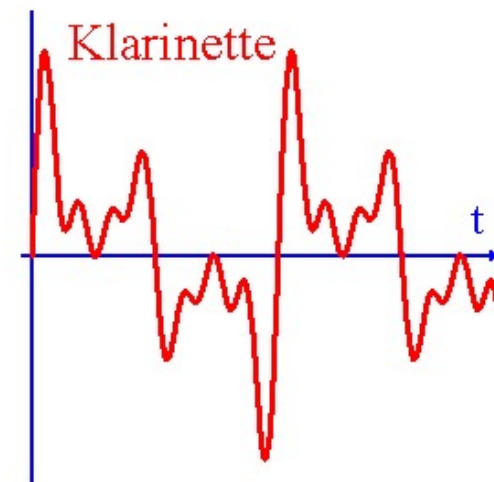
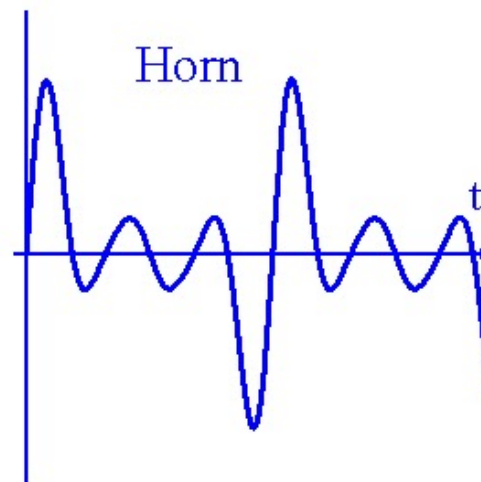
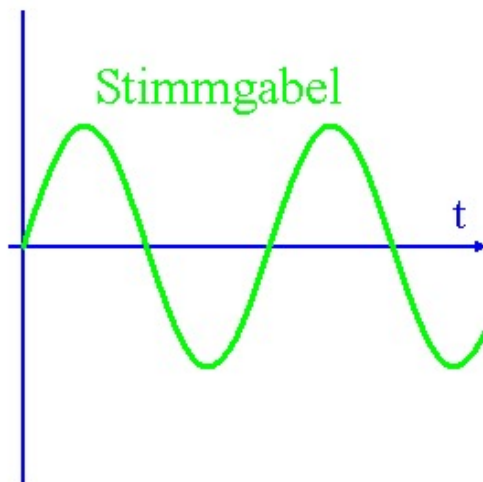
Eigenschwingungen



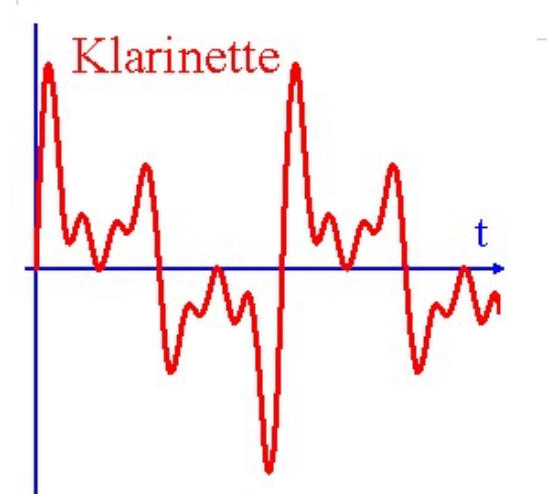
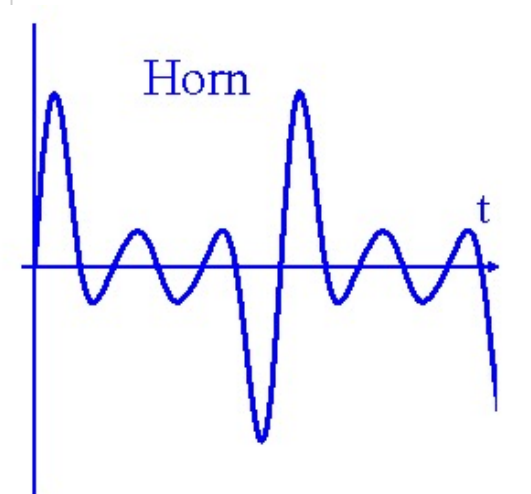
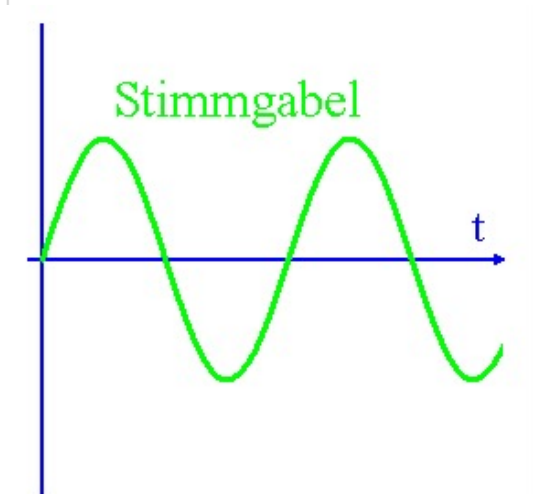
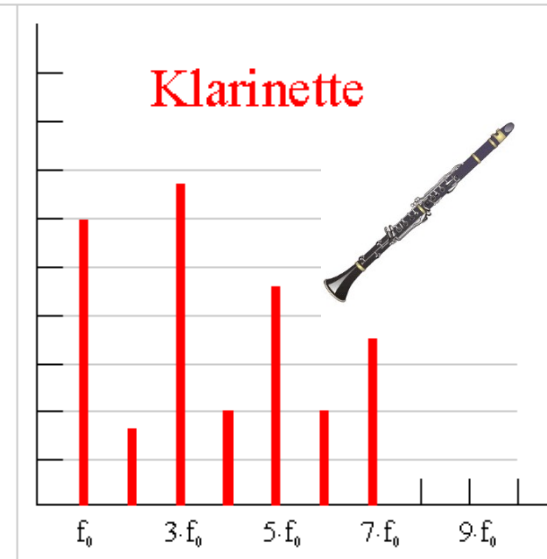
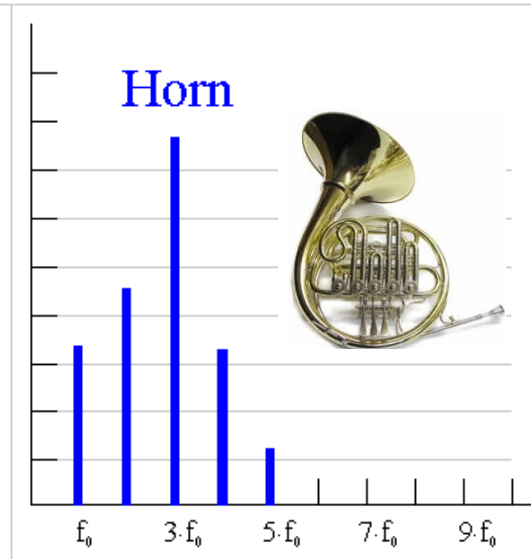
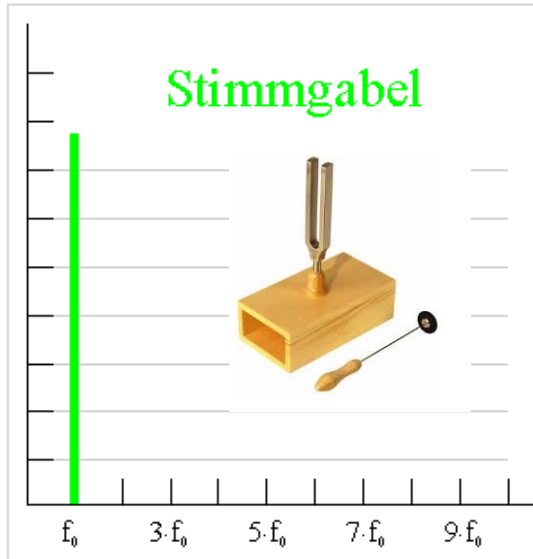
Fig. 1: Schleifwindlade



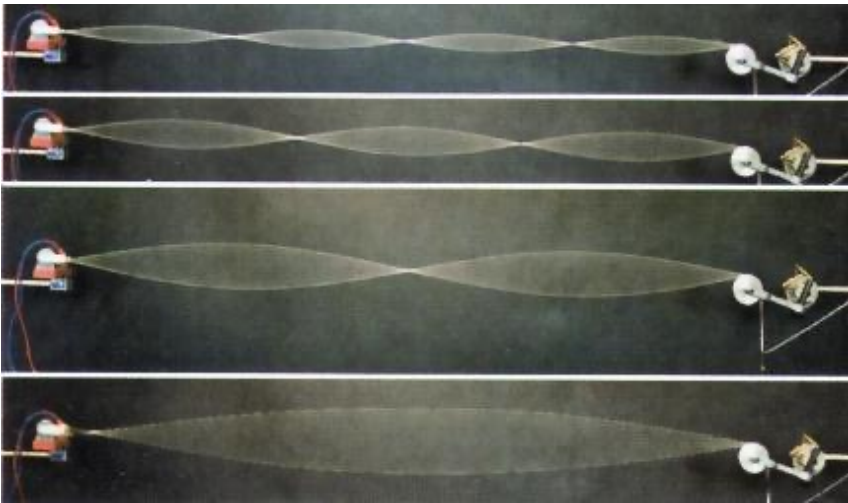
Eigenschwingungen



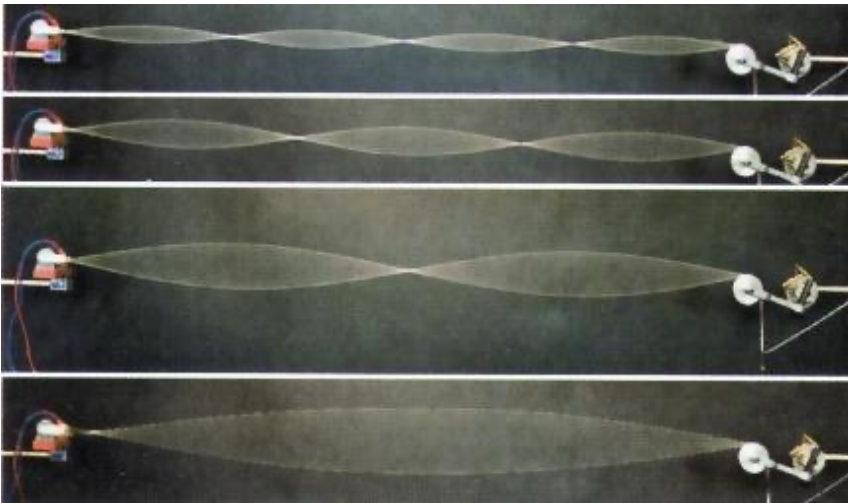
Eigenschwingungen



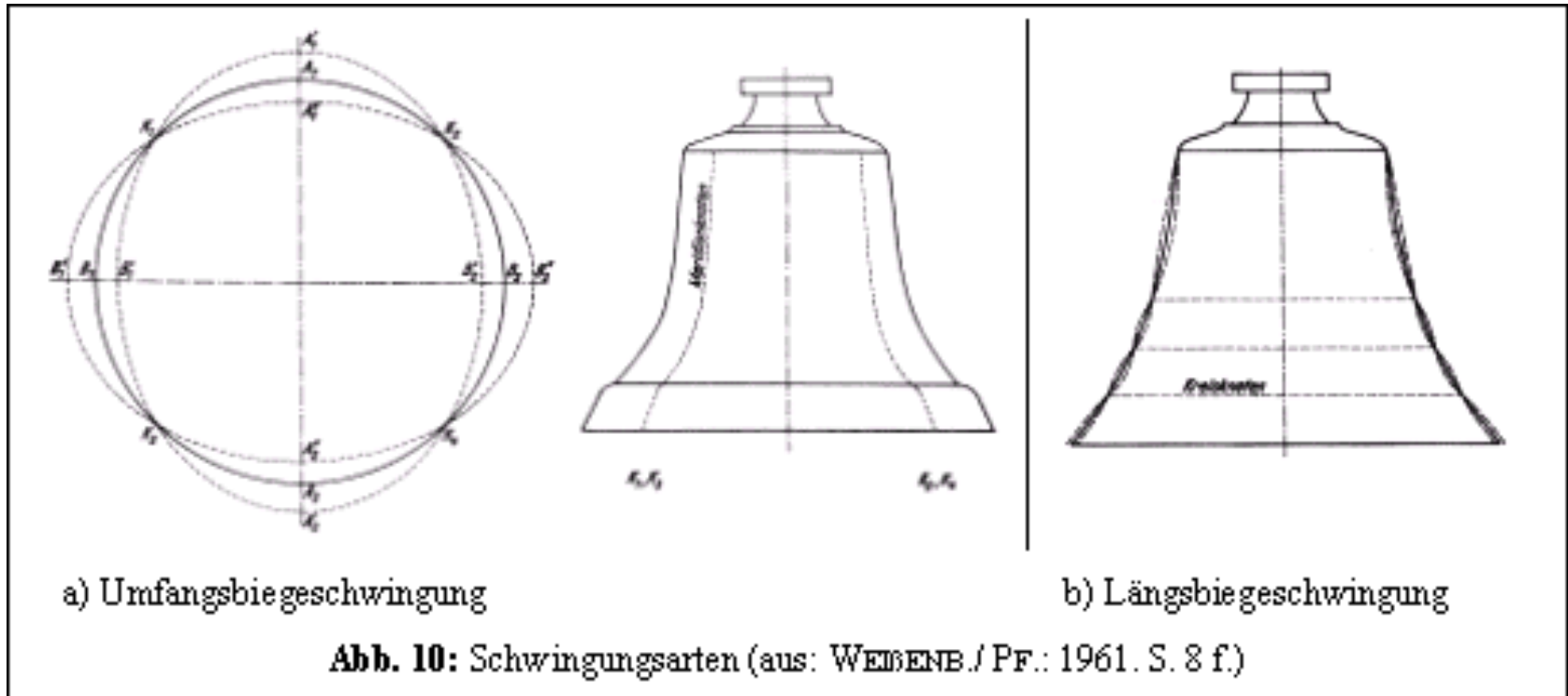
Eigenschwingungen



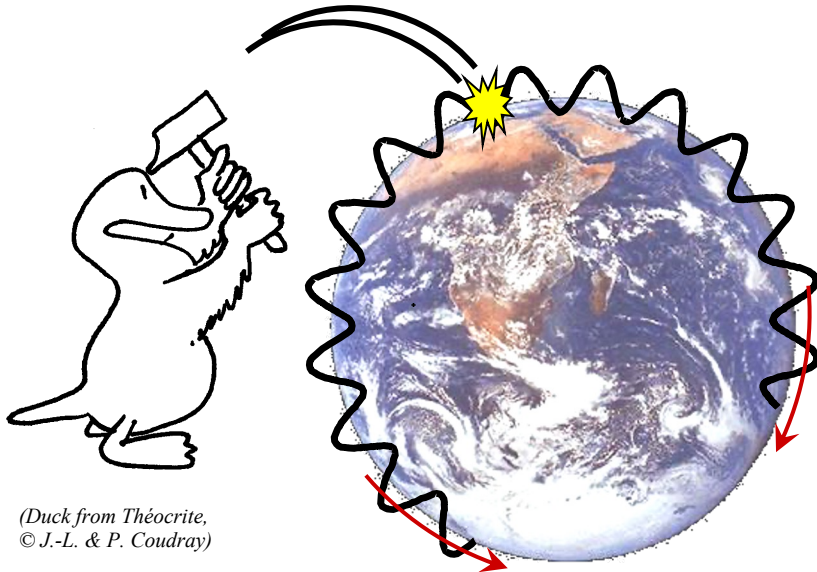
Eigenschwingungen



Eigenschwingungen



Eigenschwingungen



Few minutes after the earthquake
Constructive interferences → free oscillations
(or stationary waves)

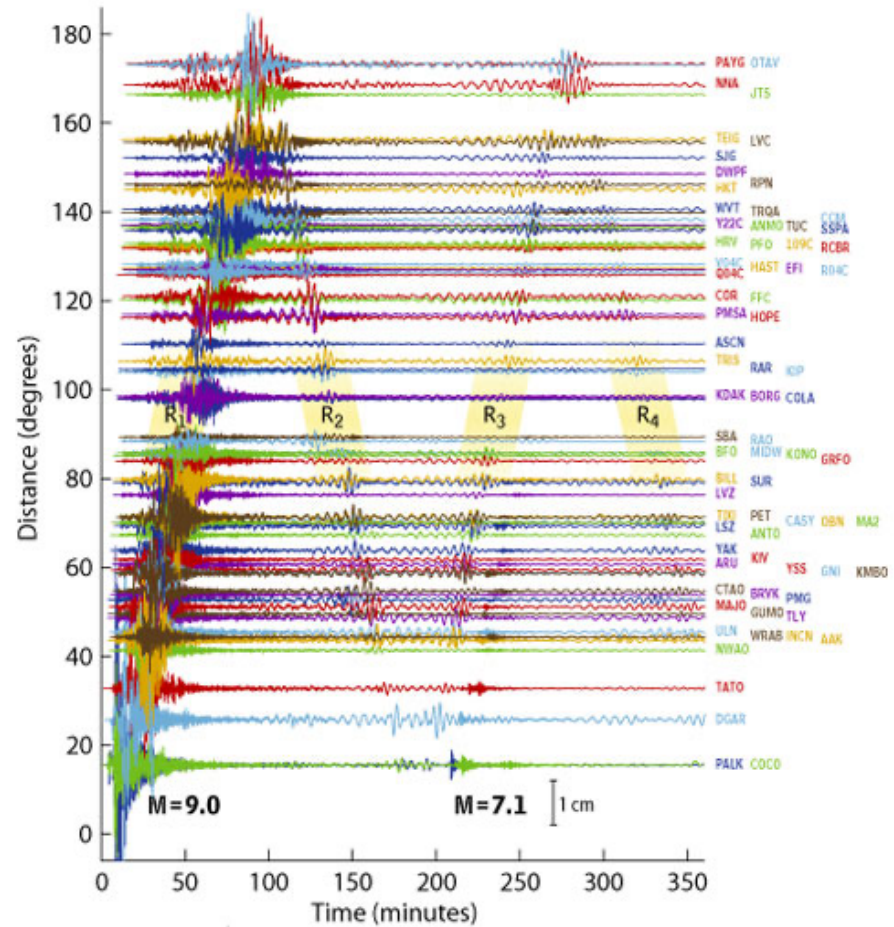


Few hours after the earthquake (${}_0S_{20}$)

Quelle: Michel van Camp

Eigenschwingungen

Sumatra - Andaman Islands Earthquake ($M_w=9.0$)
Global Displacement Wavefield from the Global Seismographic Network



Quelle: IRIS

Eigenschwingungen

Anregung durch:

- Starke Erdbeben
- Vulkaneruptionen

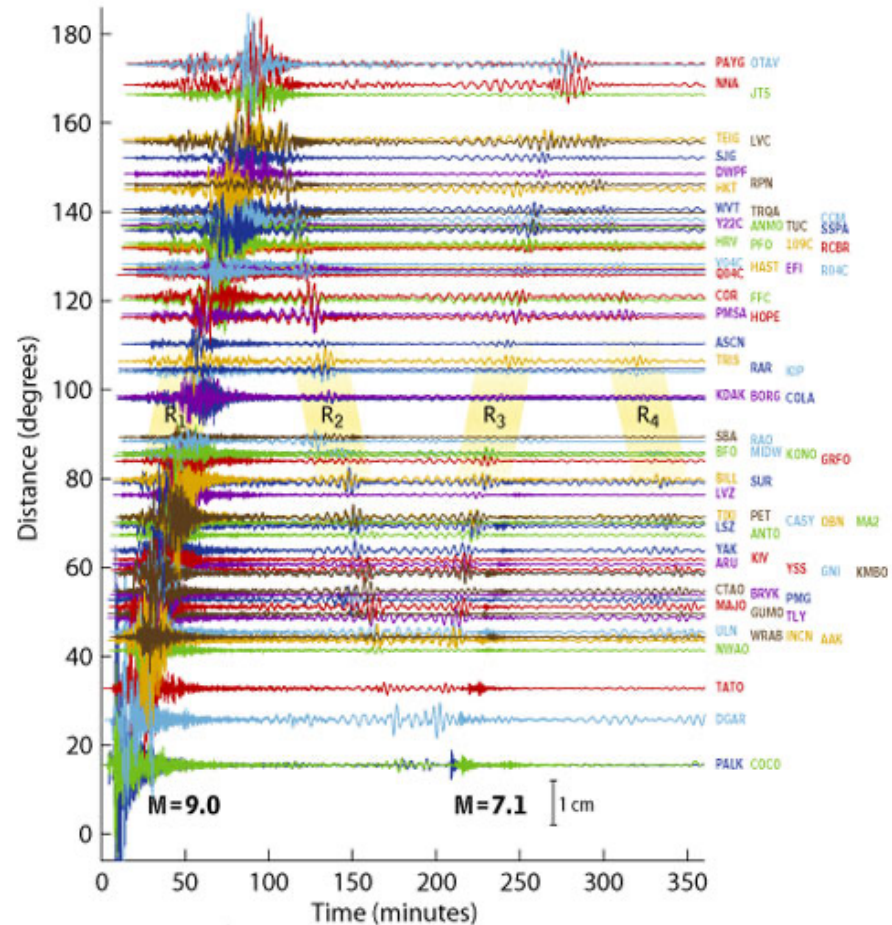
Amplituden 10^{-8} m/s

Außerdem ständig angeregte
Eigenschwingungen der Erde:
Amplituden 10^{-11} m/s² (Dazu
später mehr...)

Zum Vergleich:

Atomdurchmesser $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$

Sumatra - Andaman Islands Earthquake ($M_w=9.0$)
Global Displacement Wavefield from the Global Seismographic Network



Quelle: IRIS



Eigenschwingungen: Chile 1960

JOURNAL OF PHYSICS OF THE EARTH, Vol. 12, No. 2, 1964

37

Short Period Free Oscillation of the Earth Caused by the Chilean Earthquake of May 22, 1960 and Related Problems

By

Tomeo NAGAMUNE

Sapporo District Meteorological Observatory,

Yasuo SATÔ

Earthquake Research Institute, The University of Tokyo

and Masanori SAITO

*Geophysical Institute, Faculty of Science,
The University of Tokyo*

Abstract

The free spheroidal oscillations of the earth corresponding to the period range 10.5 to 2.5 minutes have been observed in the spectrum of the seismogram recorded at Matsushiro following the Chilean earthquake of May 22, 1960. The observed periods and the phase velocities of the Rayleigh waves computed thereof have been compared with those obtained from many previous observations and the theoretical values. The attenuation of the oscillation was estimated in order to compute the Q values for a number of spectral peaks, and the possibility of observing short period vibrations was discussed in connection with the commencement time of the analysis.



- $M = 9.6$; stärkstes Erdbeben, das aufgezeichnet wurde
- fand kurz nach Entwicklung moderner elektromagnetischer Seismometer statt

Eigenschwingungen: Chile 1960

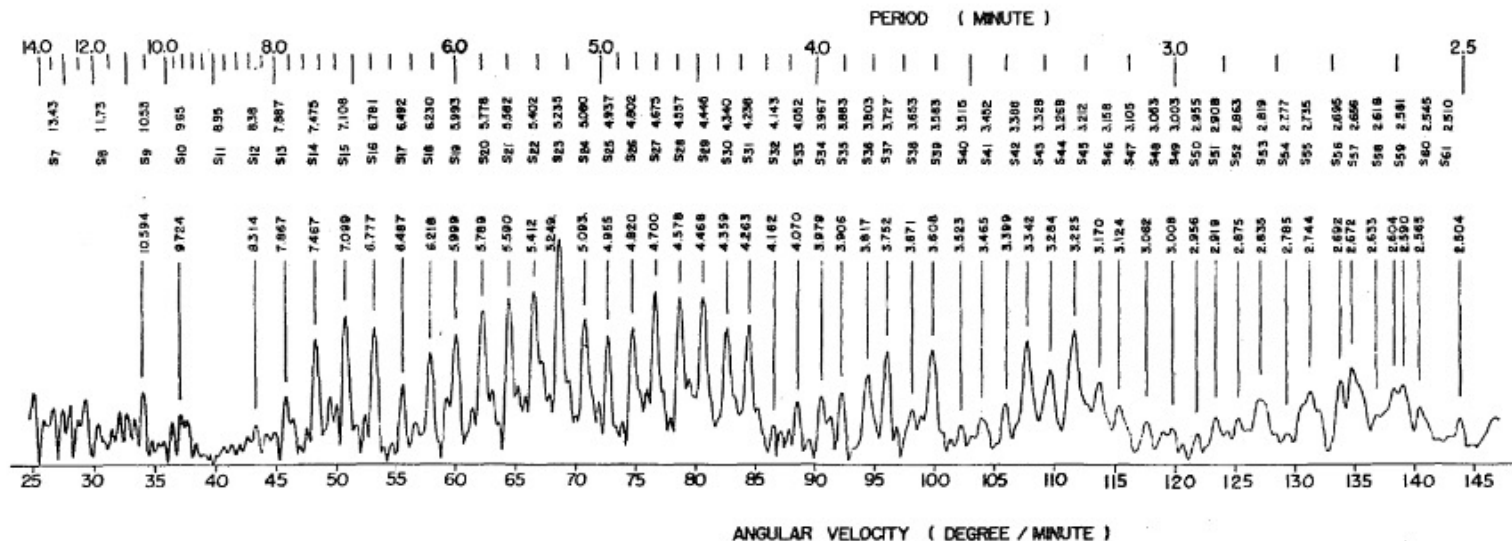


Fig. 1. Spectrum of Matsushiro Galitzin type record for the Chilean earthquake. Numerals right of the symbol S_n indicate the theoretical periods of spheroidal free oscillations for the Gutenberg-Bullen A model.

Eigenschwingungen: Sumatra, 2004

RESEARCH ARTICLE

Earth's Free Oscillations Excited by the 26 December 2004 Sumatra-Andaman Earthquake

Jeffrey Park,¹ Teh-Ru Alex Song,² Jeroen Tromp,² Emile Okal,³ Seth Stein,³ Genevieve Rault,⁴ Eric Clevede,⁴ Gabi Laske,⁵ Hiroo Kanamori,² Peter Davis,⁵ Jon Berger,⁵ Carla Braitenberg,⁶ Michel Van Camp,⁷ Xiang'e Lei,⁸ Heping Sun,⁸ Houze Xu,⁸ Severine Rosat⁹

At periods greater than 1000 seconds, Earth's seismic free oscillations have anomalously large amplitude when referenced to the Harvard Centroid Moment Tensor fault mechanism, which is estimated from 300- to 500-second surface waves. By using more realistic rupture models on a steeper fault derived from seismic body and surface waves, we approximated free oscillation amplitudes with a seismic moment (6.5×10^{22} Newton-meters) that corresponds to a moment magnitude of 9.15. With a rupture duration of 600 seconds, the fault-rupture models represent seismic observations adequately but underpredict geodetic displacements that argue for slow fault motion beneath the Nicobar and Andaman islands.

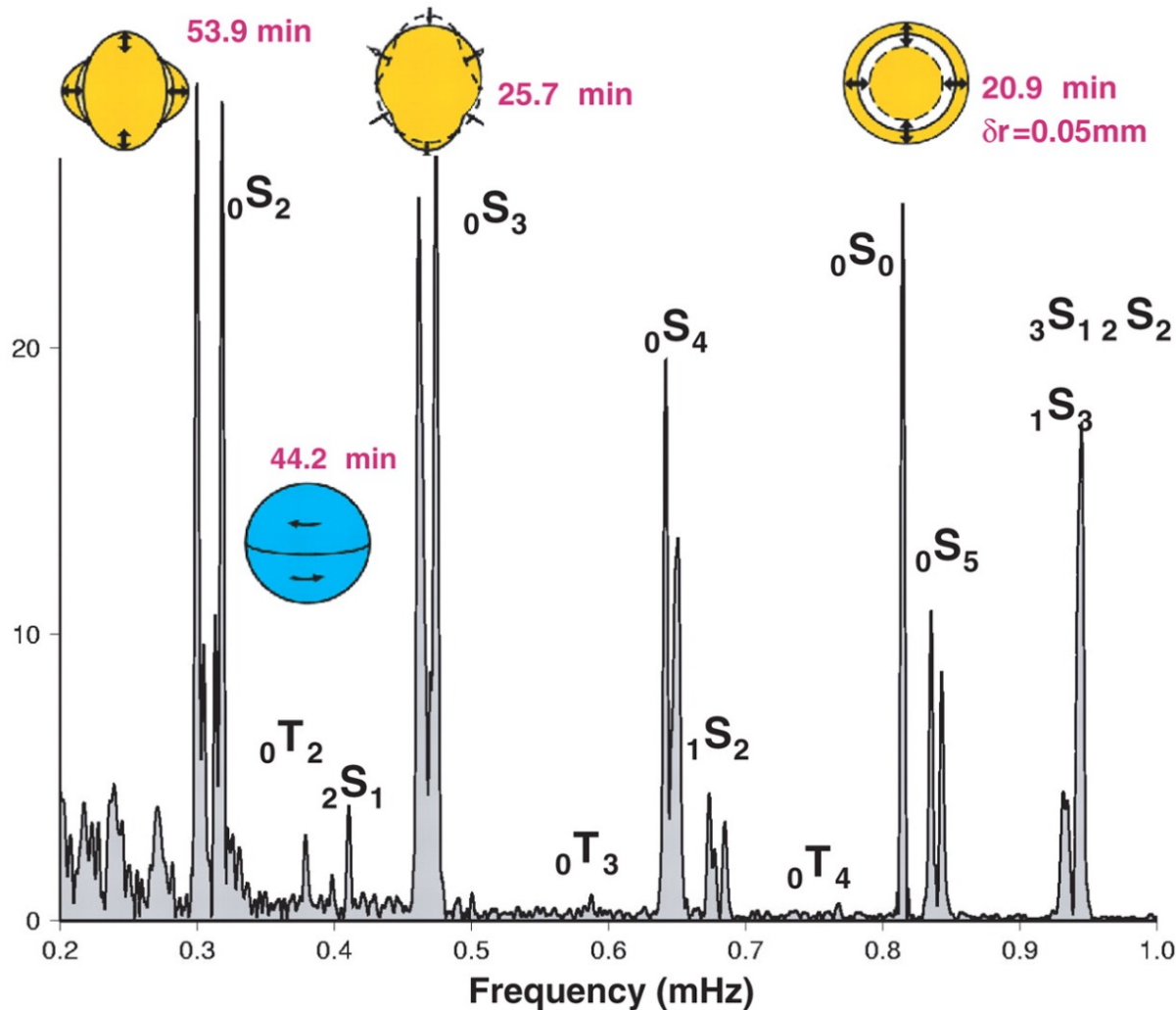
The 26 December 2004 Sumatra-Andaman earthquake delivered a blow to our planet (1, 2), exciting a plethora of vibrational free oscillations that, at periods $T > 1000$ s, remained ob-

Because Earth is roughly spherical, the geographical patterns of its free vibrational modes can be expressed in terms of the spherical harmonics, $Y_{lm}(\theta, \phi)$, and their vector gra-

deeper earthquakes, more amenable to hand-digitization and Fourier analysis, led to accurate spherical-reference models for our planet's interior (6). Detailed study of free-oscillation attenuation, frequency splitting, and modal coupling was made feasible by digital recording (7, 8, 27, 28) and by the advent of the Federation of Digital Seismic Networks (FDSN) with high-dynamic range induction-feedback sensors capable of recording faithfully the seismic waves from great earthquakes (29, 30).

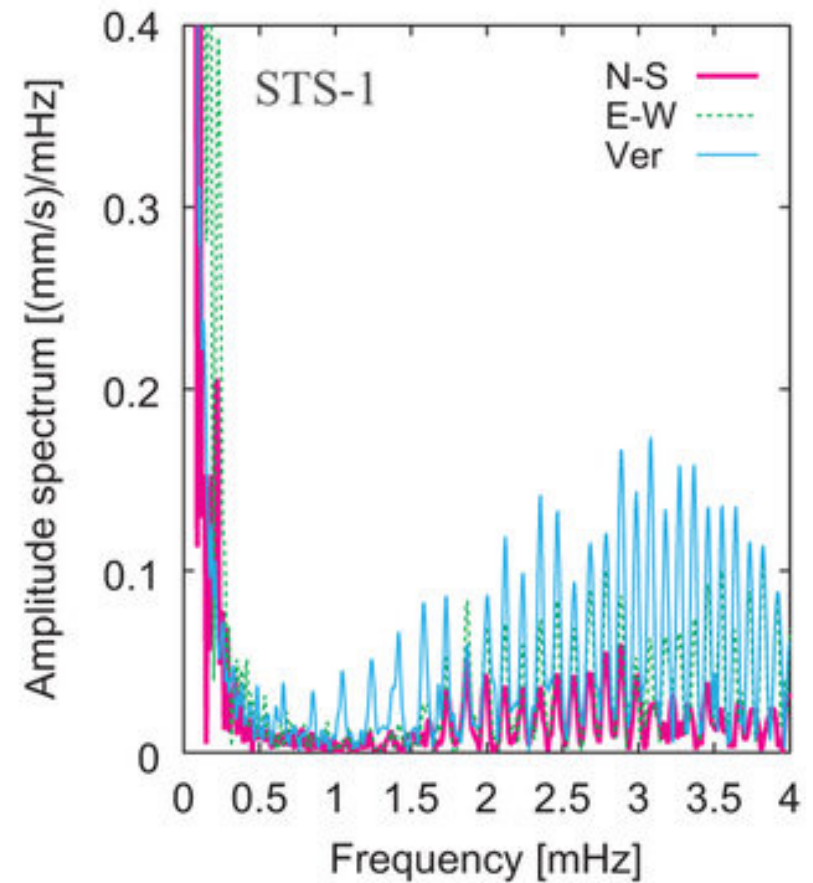
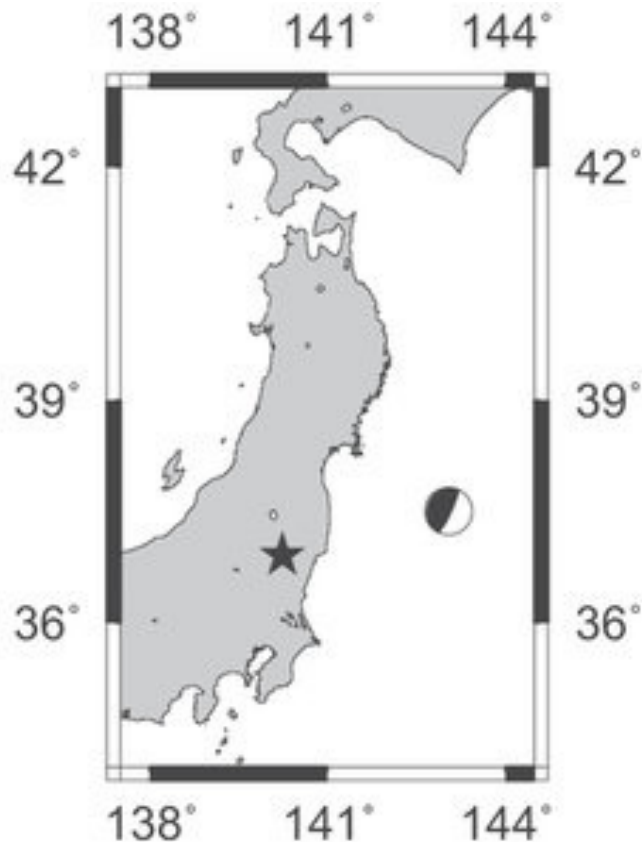
Broadband seismographic data. The 2004 Sumatra-Andaman earthquake tested broadband seismographic technology on a global scale.

Eigenschwingungen: Sumatra, 2004



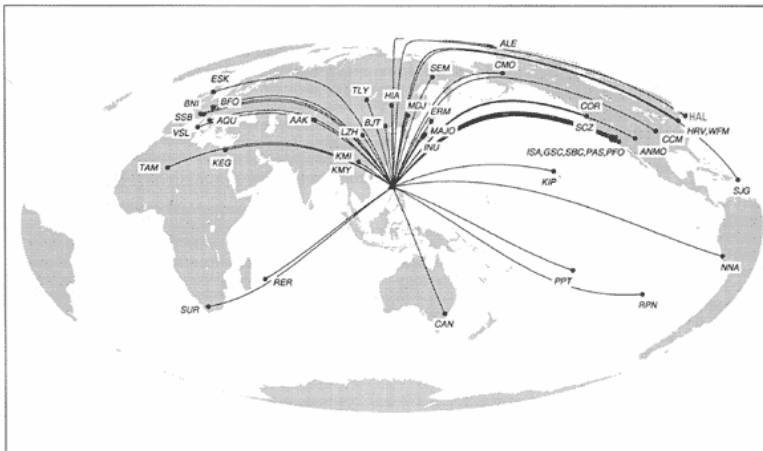
Quelle: Park et al.

Eigenschwingungen: Tohoku, 2011

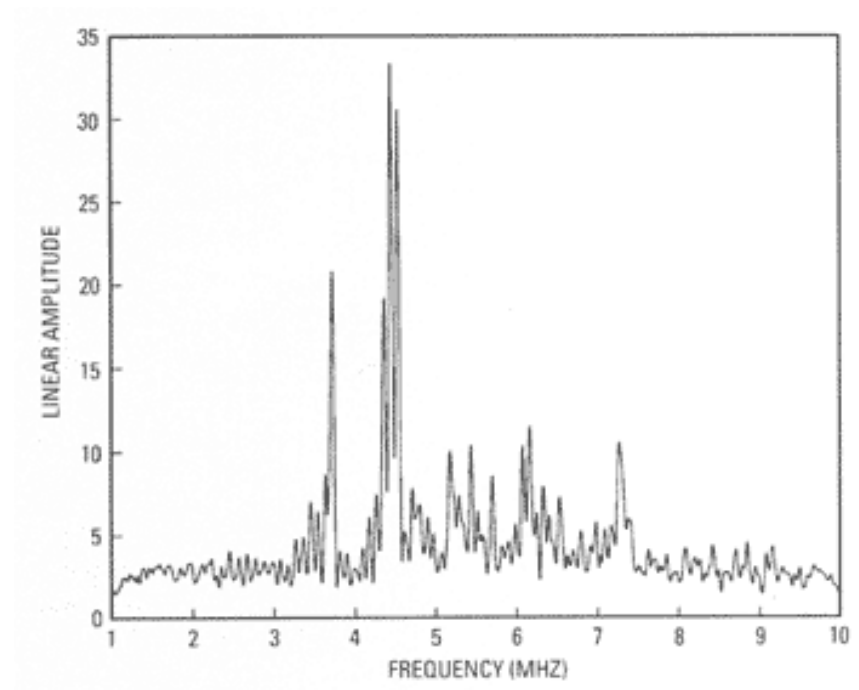


Quelle: Mistsui und Heki, Nature, 2012

Eigenschwingungen: Pinatubo, 1991



Quelle: Zürn



Eigenschwingungen

Gleichung zur Beschreibung der Eigenschwingung einer Saite:

$$d(x,t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \sin\left(\frac{\omega_j x}{c}\right) \cos(\omega_j t)$$

Quelle: van Camp

Eigenschwingungen

Gleichung zur Beschreibung der Eigenschwingung einer Saite:

$$d(x,t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \sin\left(\frac{\omega_j x}{c}\right) \cos(\omega_j t)$$

Gleichung zur Beschreibung der Eigenschwingung einer Kugel:

$$d^S(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_l^m \left[U_l(r) R_l^m(\theta, \phi) + V_l(r) S_l^m(\theta, \phi) \right] e^{i \omega_l^m t}$$

$$d^T(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_l^m W_l(r) T_l^m(\theta, \phi) e^{i \omega_l^m t}$$

Quelle: van Camp

Eigenschwingungen

Gleichung zur Beschreibung der Eigenschwingung einer Saite:

$$d(x,t) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \sin\left(\frac{\omega_j x}{c}\right) \cos(\omega_j t)$$

Gleichung zur Beschreibung der Eigenschwingung einer Kugel:

$$d^S(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_l^m \left[U_l(r) R_l^m(\theta, \phi) + V_l(r) S_l^m(\theta, \phi) \right] e^{i \omega_l^m t}$$

$$d^T(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_l^m W_l(r) T_l^m(\theta, \phi) e^{i \omega_l^m t}$$

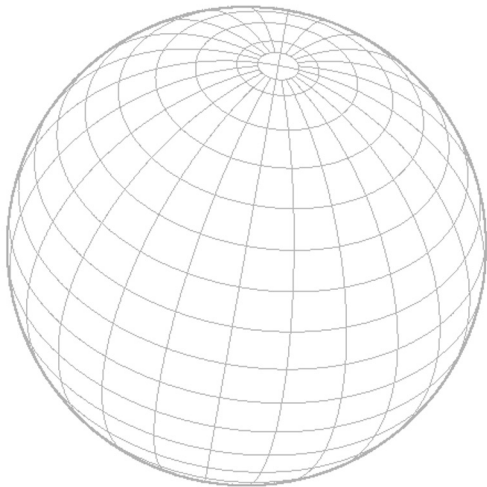
Sphäroidaler Term

Toroidaler Term

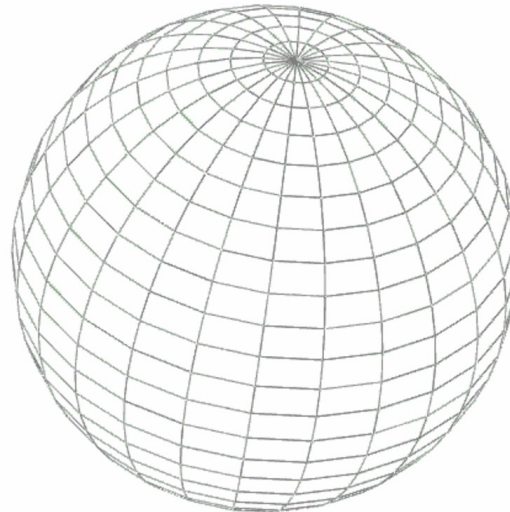
Quelle: van Camp

Eigenschwingungen

Sphäroidaler Term

$${}_nS_l$$


Toroidaler Term

$${}_nT_l$$


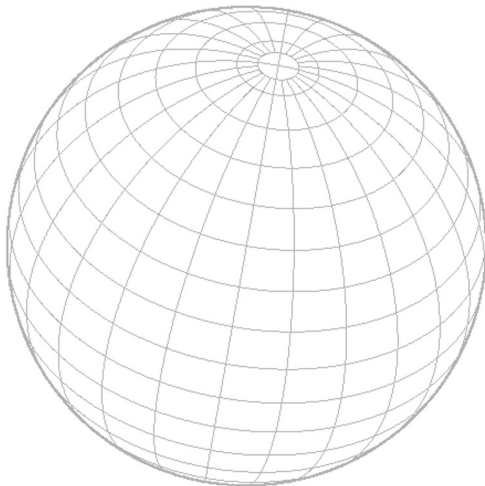
Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

Sphäroidaler Term

Index n gibt Grad des Obertons an

n S_l



Quelle: Lowrie, 2007

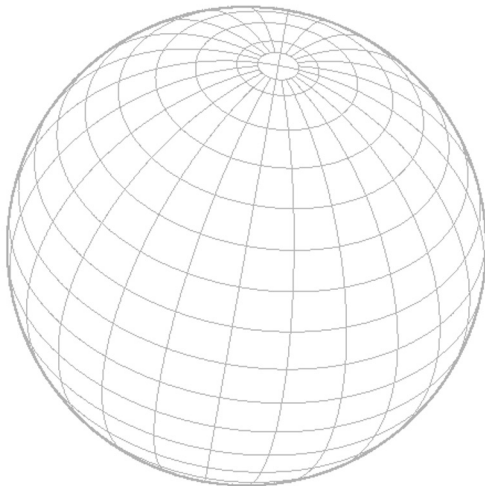
Eigenschwingungen

Sphäroidaler Term

Index n gibt Grad des Obertons an

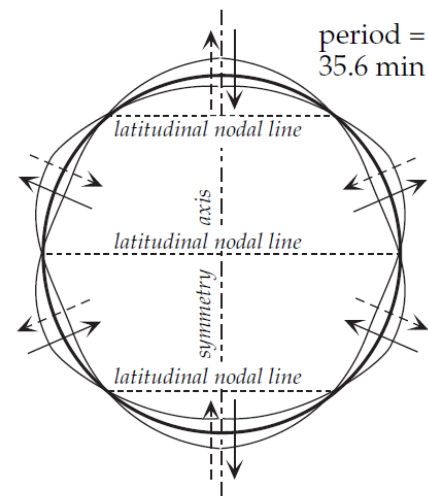
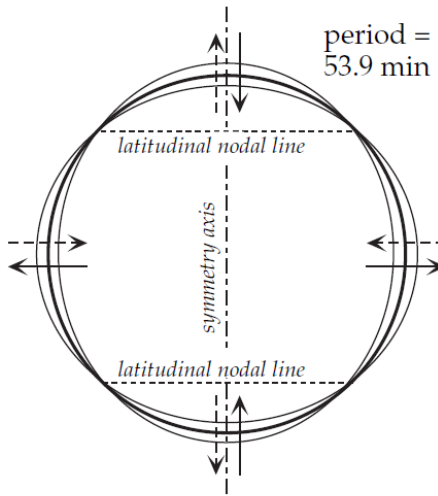
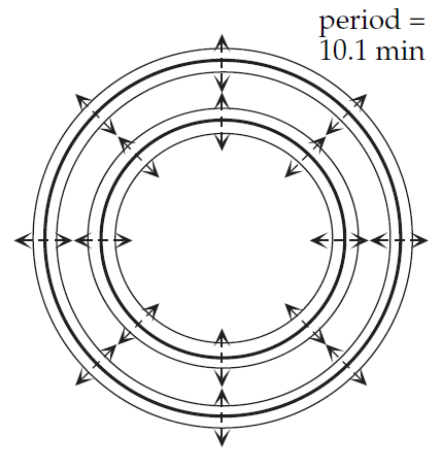
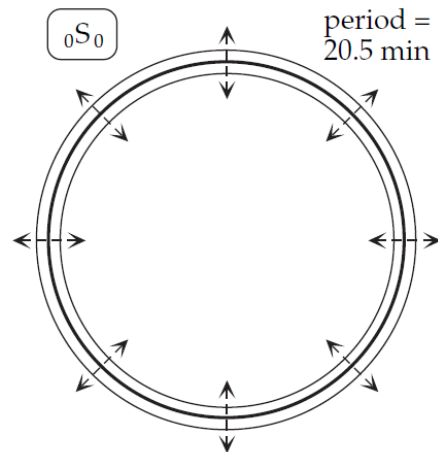


Index l gibt Zahl der äquatorialen Knotenebenen an



Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

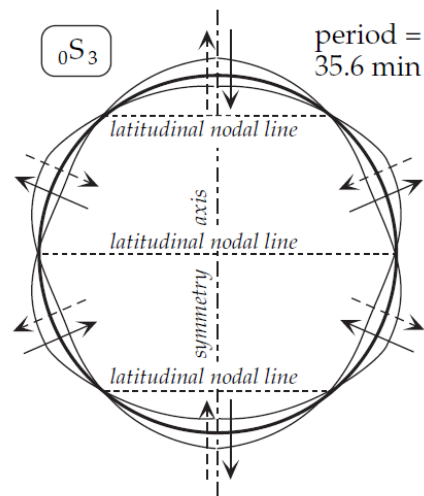
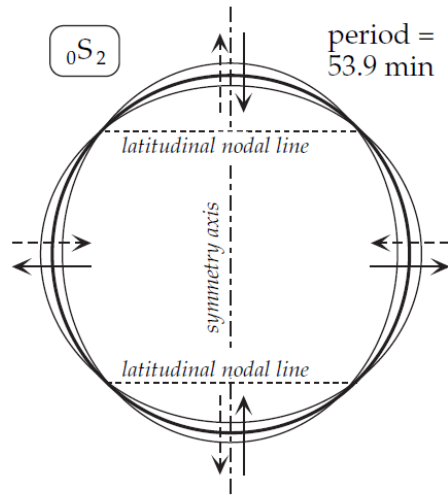
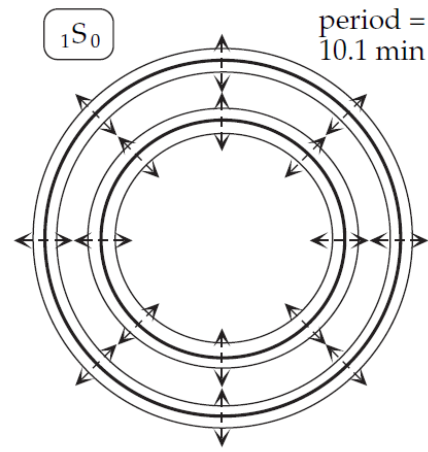
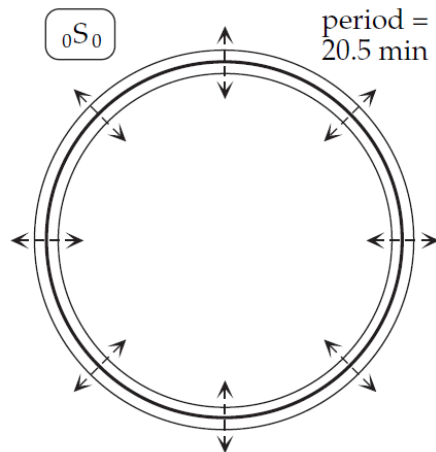
 nS_l


Index n gibt
Grad des
Obertons an

Index l gibt Zahl der
äquatorialen
Knotenebenen an

Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

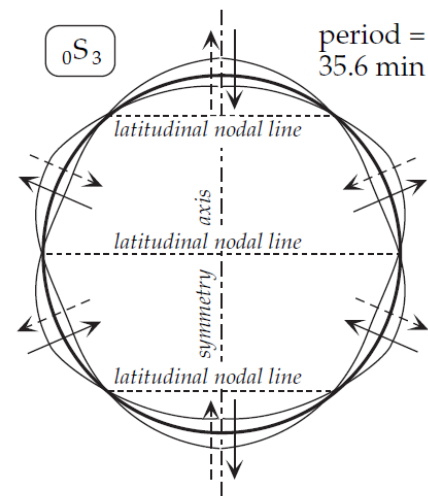
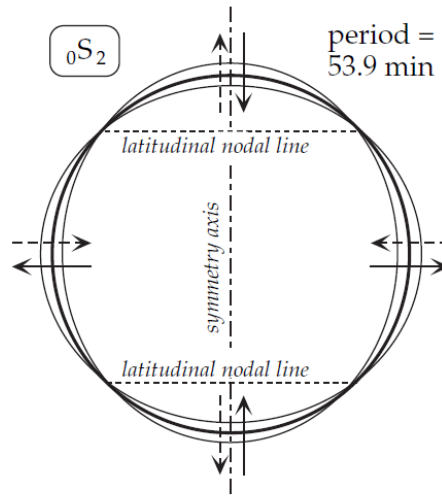
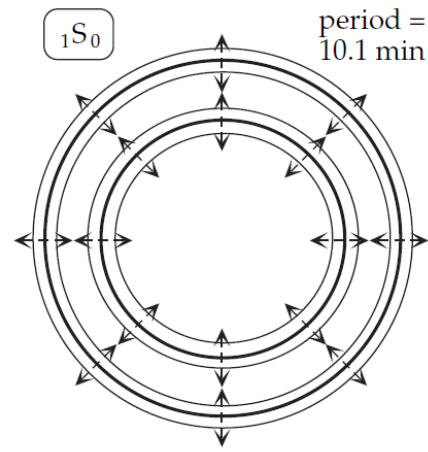
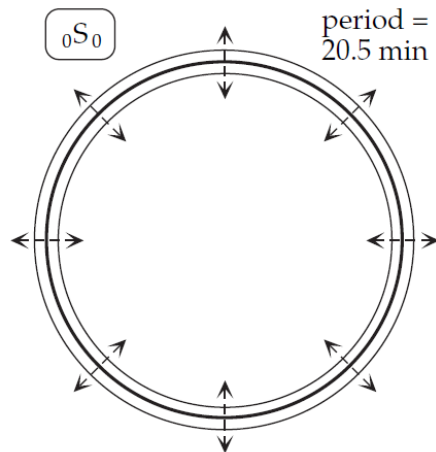
 nS_l


Index n gibt
Grad des
Obertons an

Index l gibt Zahl der
äquatorialen
Knotenebenen an

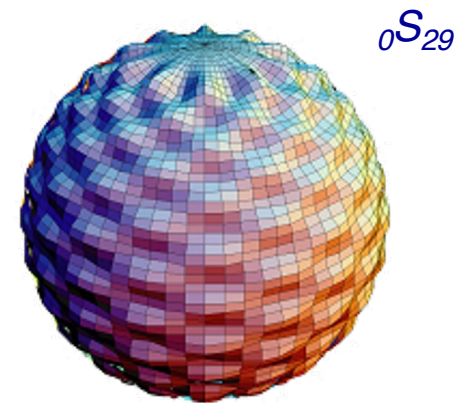
Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

 nS_l


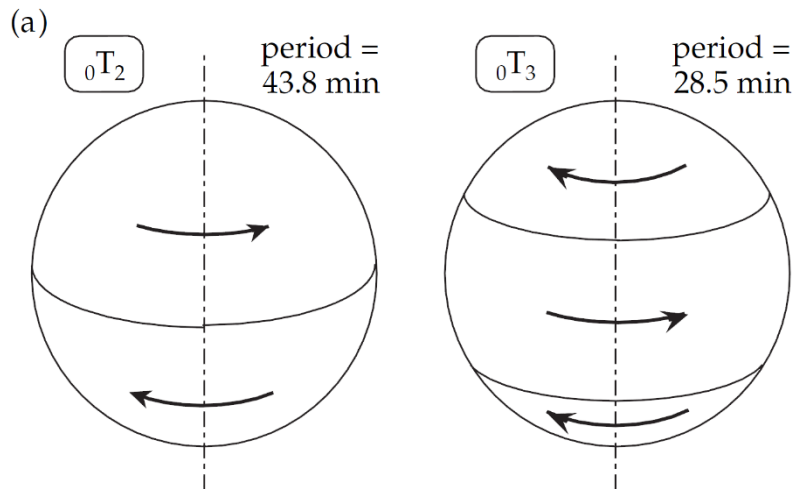
Index n gibt
Grad des
Obertons an

Index l gibt Zahl der
äquatorialen
Knotenebenen an



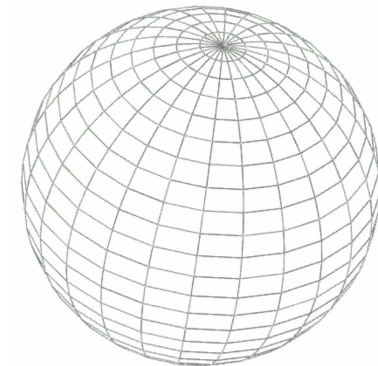
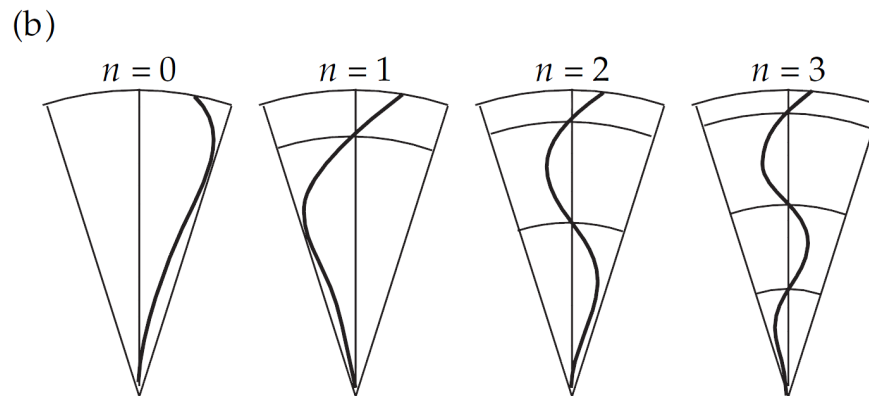
Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen nT_l

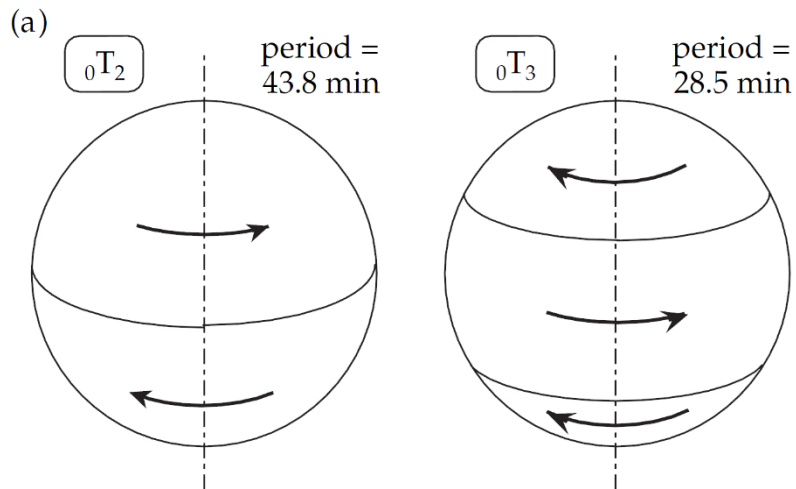


Index n gibt Grad des Obertons an:
Knotenpunkt in Richtung des Radius

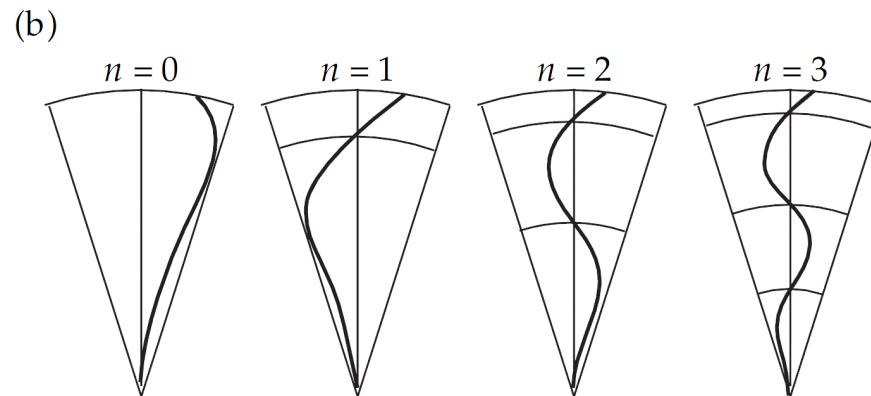
Index l gibt Zahl der verdrehten Abschnitte auf der Oberfläche an



Eigenschwingungen

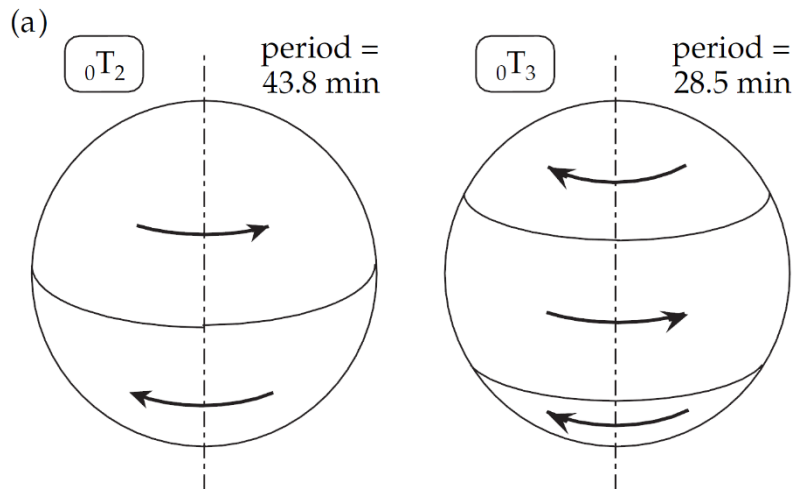

 ${}_0T_0$
 ${}_0T_1$

?

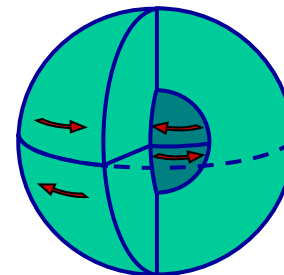
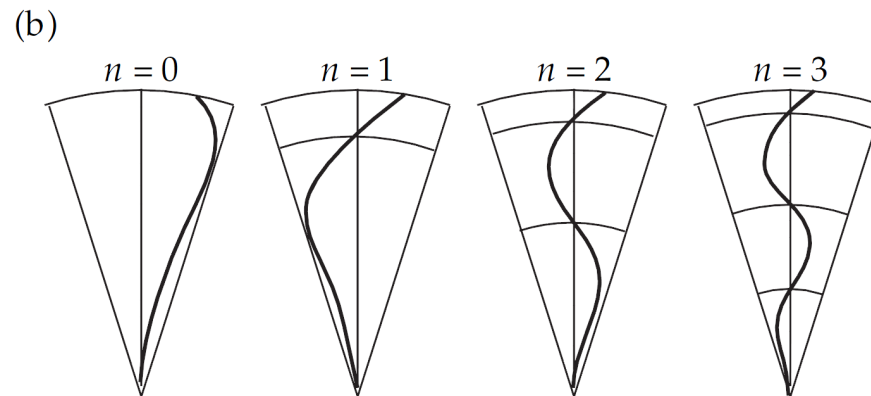


Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

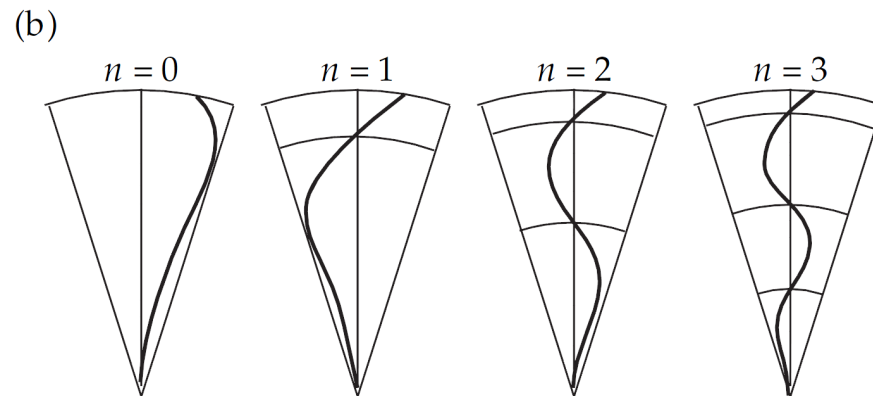
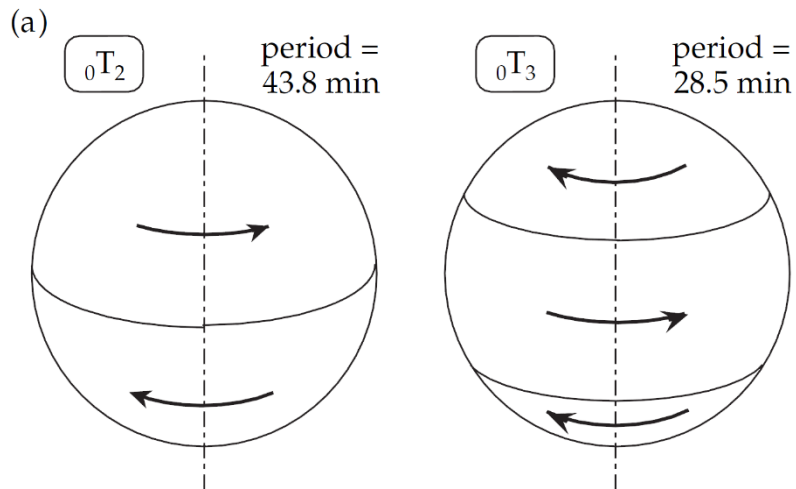

 ${}_0T_0$
 ${}_0T_1$

?

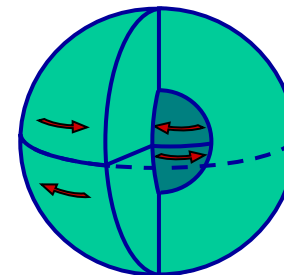


Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen


 ${}_0T_0$
 ${}_0T_1$

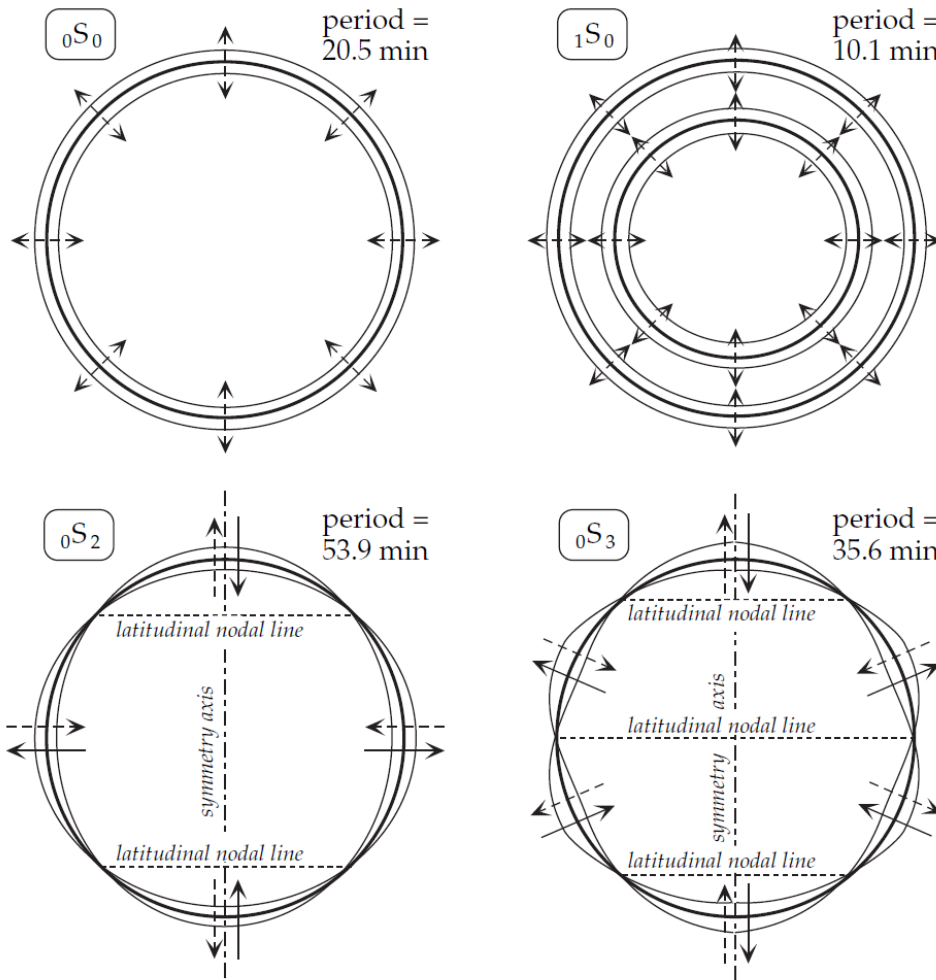
?



${}_1T_2$
(12.6 minutes)

Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen



Bei sphäroidalen Eigenschwingungen ändert sich die Dichte des Körpers.

→ Lassen sich mit langperiodischen Seismometern und Gravimetern registrieren.

Welche Komponente?

Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen: Supraleitendes Gravimeter am BFO

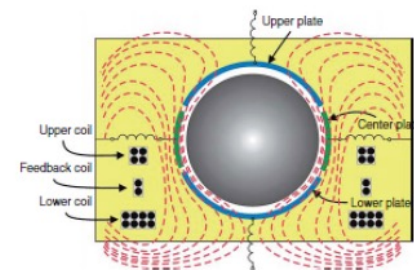
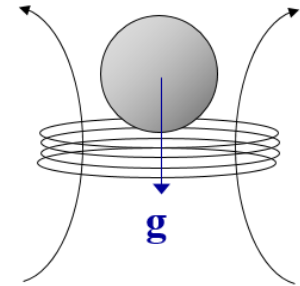
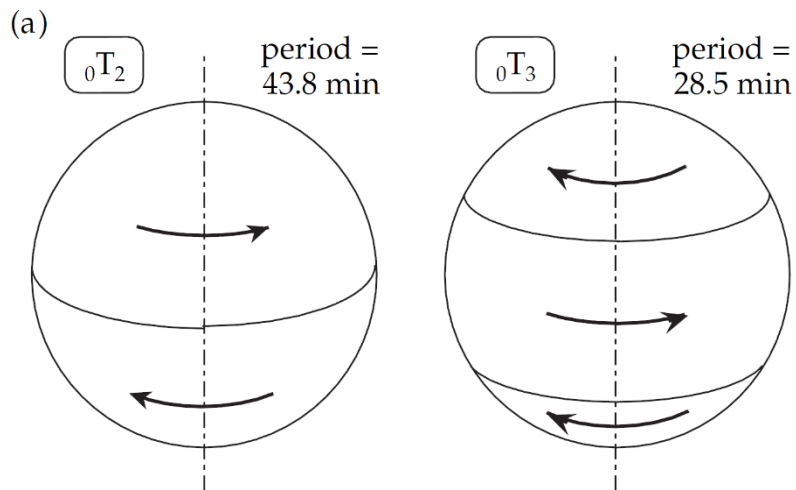


Abbildung 2.7: Schema des Aufbaus des Sensors eines SG. Das Schema zeigt die Testmasse, die Kondensatorplatten des Wegaufnehmers und die Spulen mit dem von ihnen erzeugten magnetischen Feld, angedeutet durch die magnetischen Feldlinien. Abb. nach [Hinderer et al. \(2007\)](#)

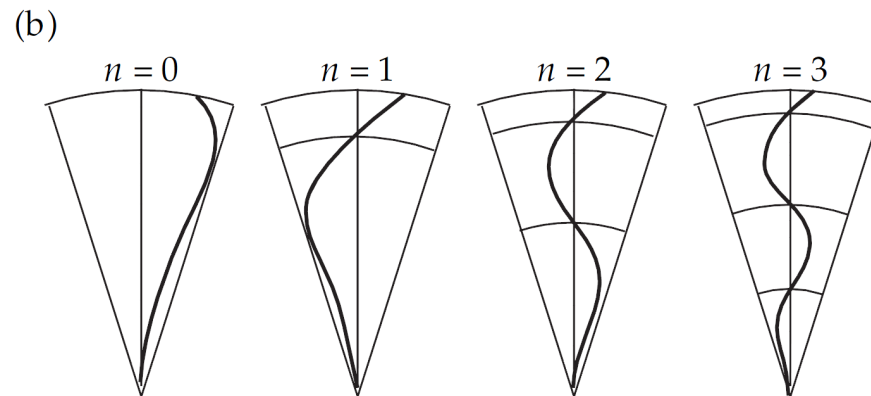
Quelle: Geib, Van Camp

Eigenschwingungen

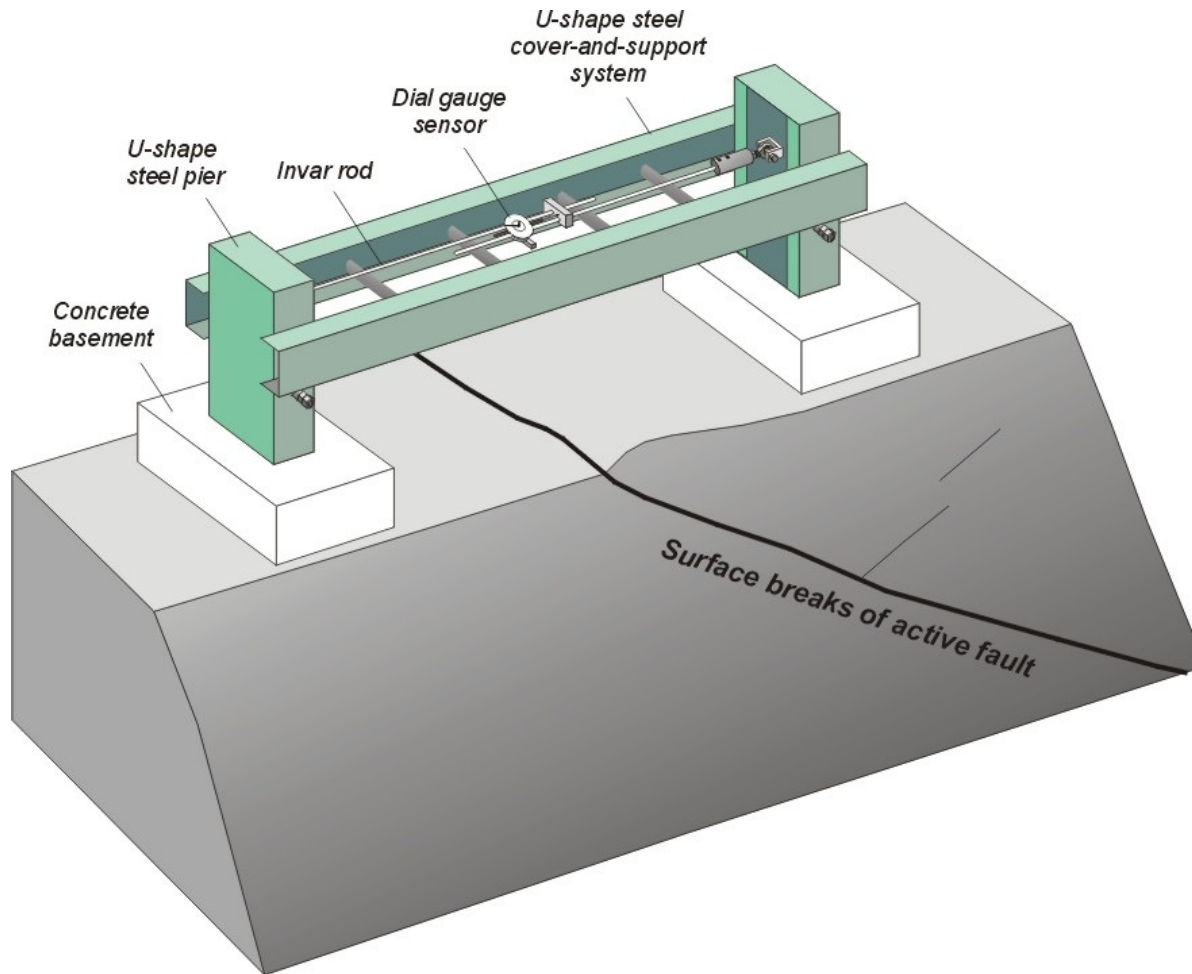


Bei toroidalen
Eigenschwingungen
gibt es keine
Dichteänderung!

→ Registrierung mit
Strainmetern

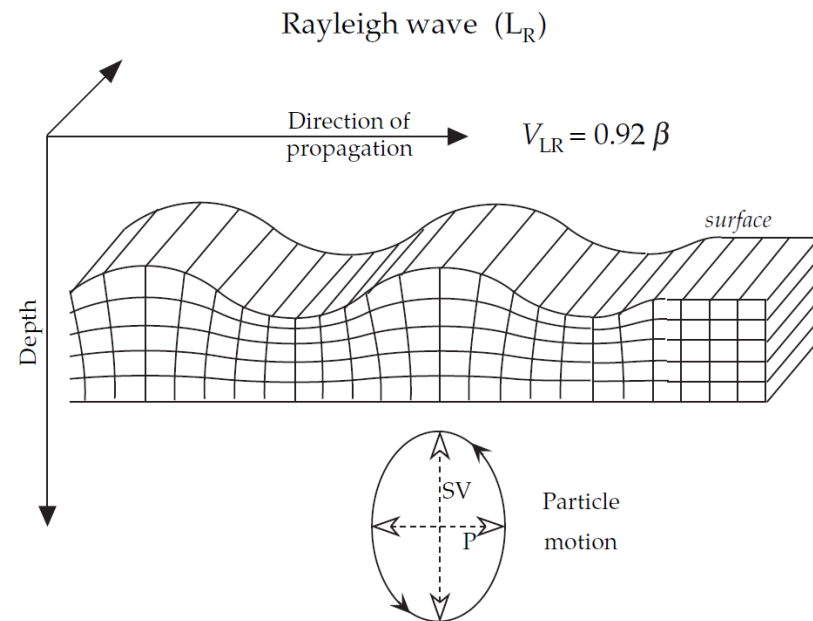
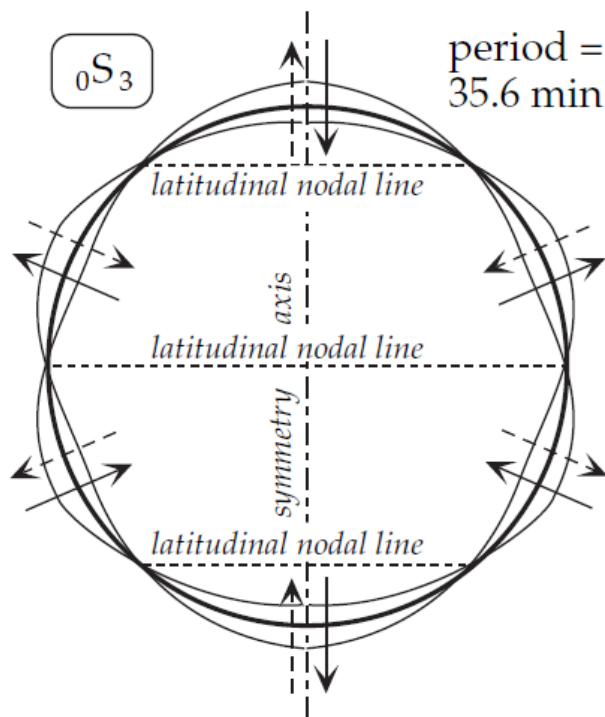


Eigenschwingungen: Strainmeter am BFO



Eigenschwingungen

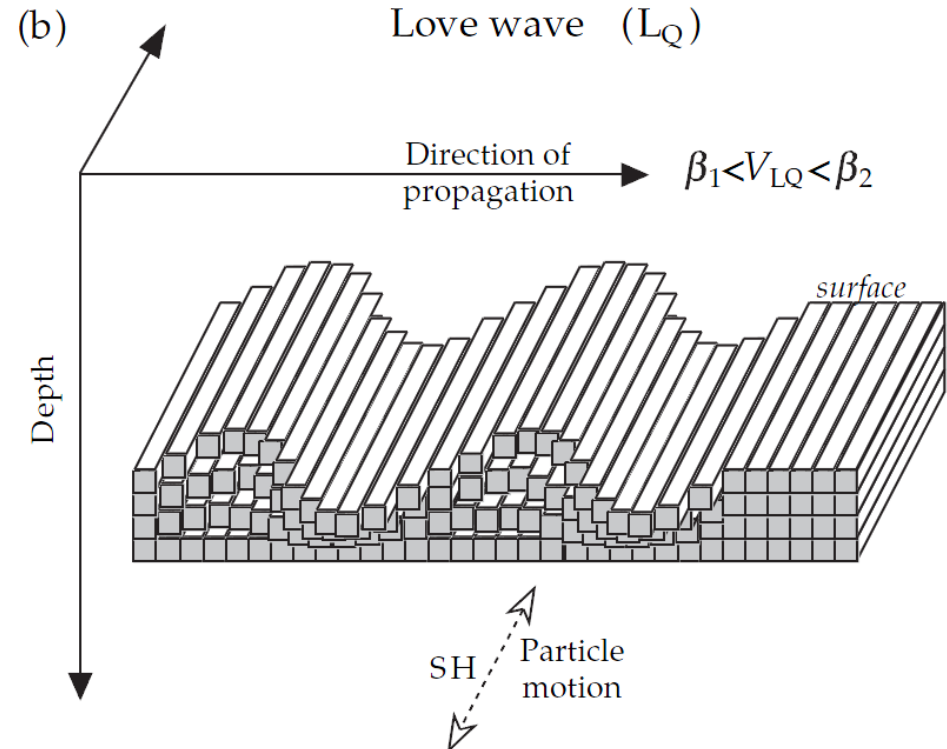
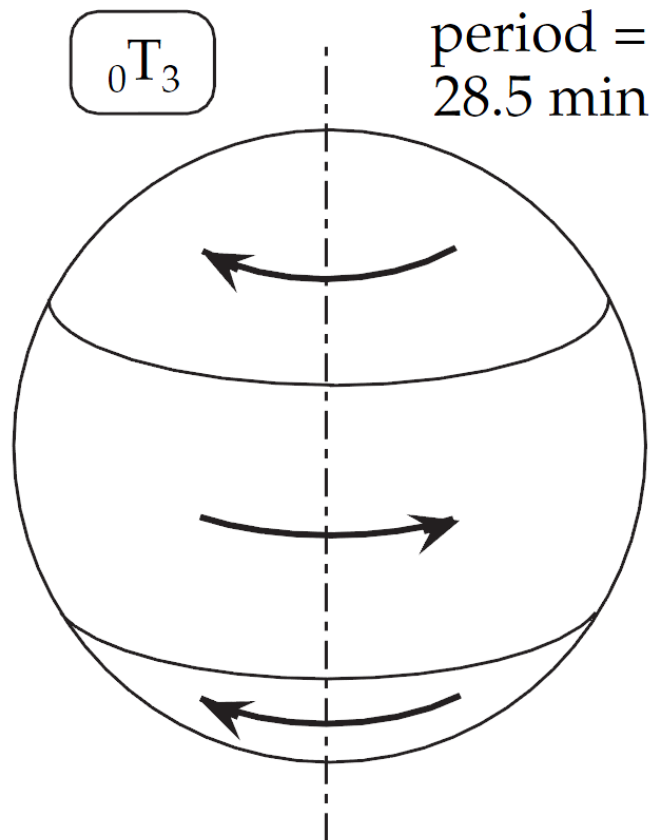
Entstehung aus Interferenz von Oberflächenwellen



Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

Entstehung aus Interferenz von Oberflächenwellen



Quelle: Lowrie, 2007

Eigenschwingungen

Jeanssche Formel

Die Fundamentalmoden ($n=0$) lassen sich für $\ell \gg 1$ als konstruktive Interferenz aus Oberflächenwellen beschreiben, die den Planeten in zwei entgegengesetzte Richtungen von der Quelle umlaufen. Dabei überlagern sich zwei Rayleigh-Wellen zu einer ${}_0S_\ell$ -Mode und zwei Love-Wellen zu einer ${}_0T_\ell$ -Mode (vgl. Abb. 3 für ${}_0S_{12}$). Es gilt dann die Jeanssche Formel:

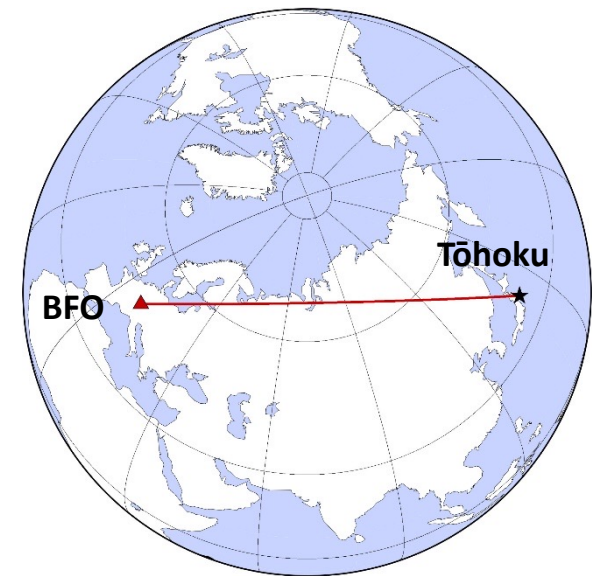
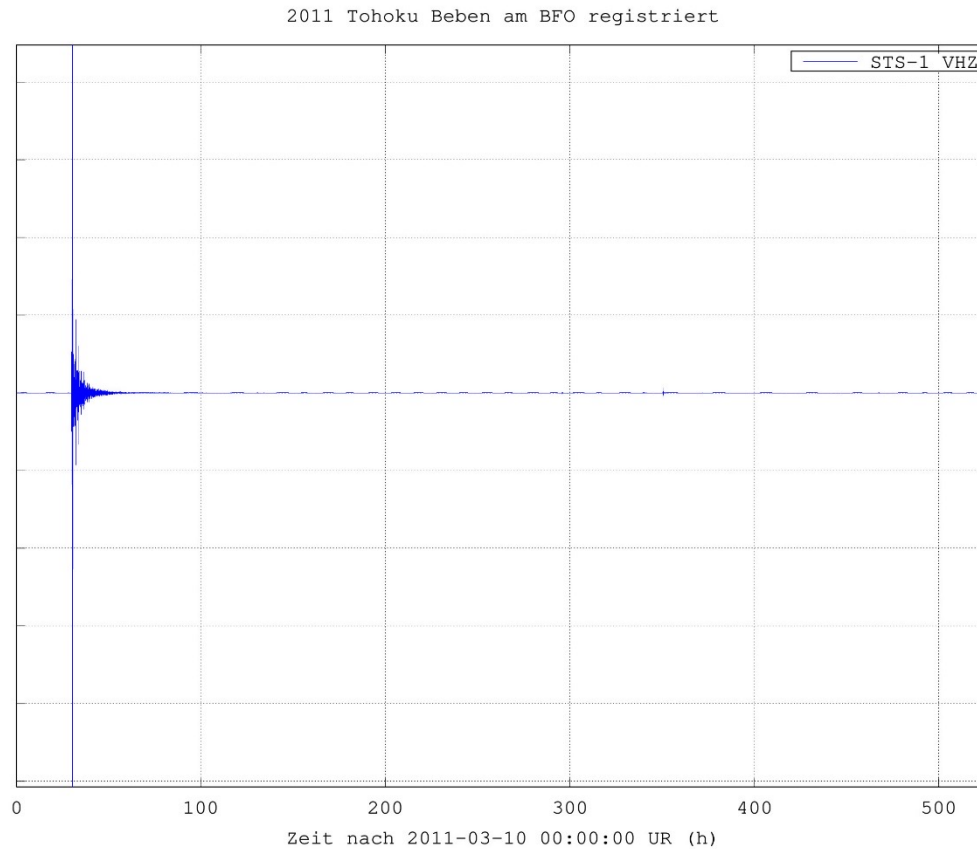
$${}_0\omega_\ell = \frac{c(\omega) \cdot (\ell + 1/2)}{a}$$

mit der Phasengeschwindigkeit c der Oberflächenwelle und dem Erdradius a .

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

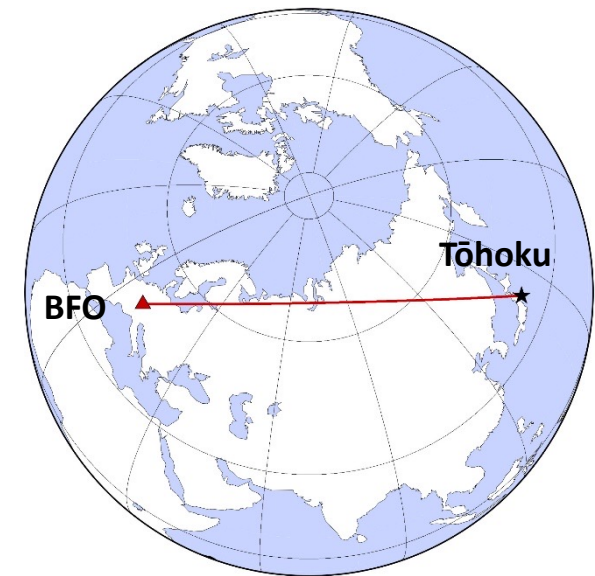
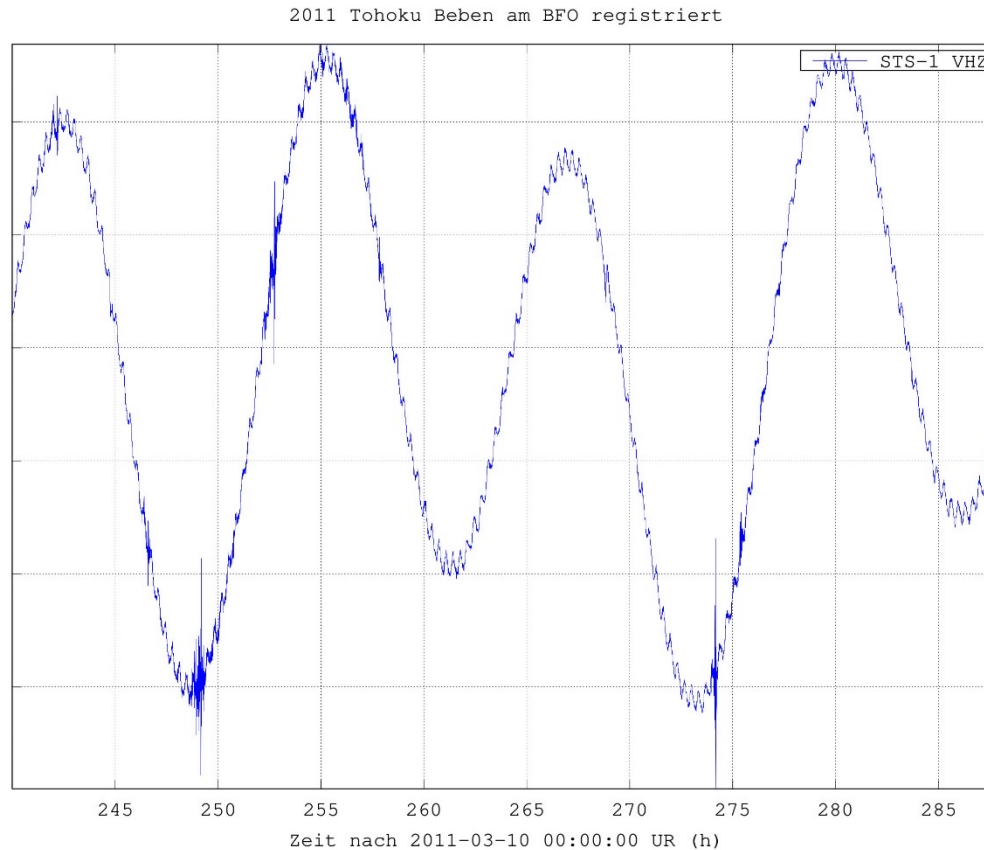
Aufzeichnung eines Erdbebens am BFO



Quelle: A. Barth

Eigenschwingungen

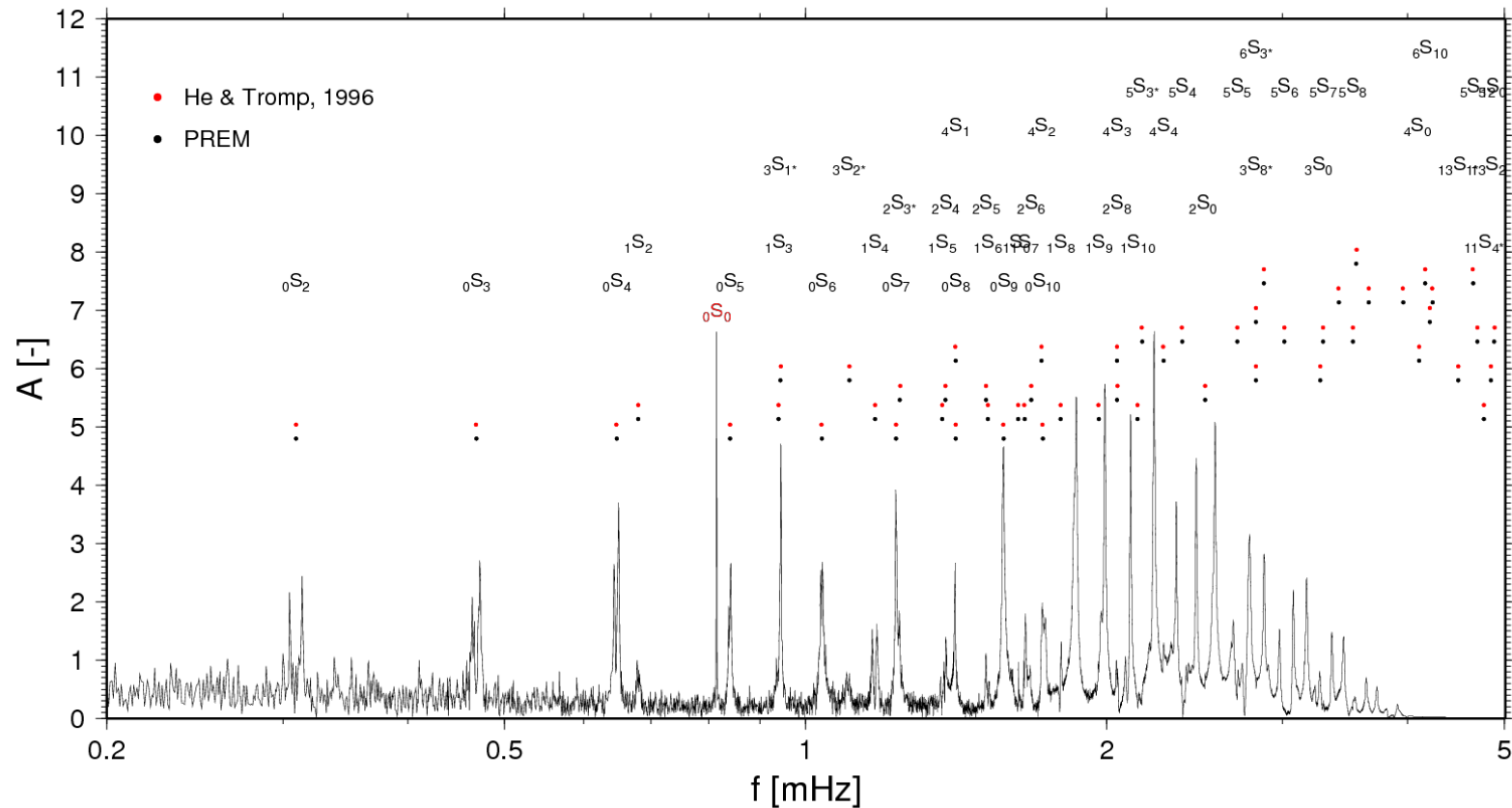
Aufzeichnung eines Erdbebens am BFO



Quelle: A. Barth

Eigenschwingungen

Typisches Eigenschwingungsspektrum



Quelle: IRIS

Eigenschwingungen

Eigenfrequenzen

Tab. 1: Aus seismischen Daten geschätzte entartete Eigenfrequenzen und Gütefaktoren [3] einiger Moden mit ihren experimentellen relativen Unsicherheiten

Mode	Frequenz μHz	Unsicherheit 10^{-4}	Q	Unsicherheit %
${}_0S_0$	814,39	0,04	5882	6
${}_0S_2$	309,45	9	813	24
${}_0S_3$	468,55	3	380	12
${}_0S_{12}$	1988,70	1,5	352	4
${}_0S_{23}$	3170,65	0,3	259	2
${}_0S_{28}$	3634,40	0,2	217	2
${}_1S_8$	1797,76	0,6	433	11
${}_3S_1$	944,20	3,2	800	10
${}_{10}S_2$	4042,58	0,5	855	13
${}_0T_2$	377,30	21	–	–
${}_0T_{23}$	3109,10	2,2	139	3

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Eigenfrequenzen

Tab. 1: Aus seismischen Daten geschätzte entartete
Moden [3] einiger Moden mit ihren experimentellen Resonanzfrequenzen

Welchen Perioden entsprechen die Eigenfrequenzen?

Mode	Frequenz μHz	Unsicherheit 10^{-4}	Q	Unsicherheit %
${}_0S_0$	814,39	0,04	5882	6
${}_0S_2$	309,45	9	813	24
${}_0S_3$	468,55	3	380	12
${}_0S_{12}$	1988,70	1,5	352	4
${}_0S_{23}$	3170,65	0,3	259	2
${}_0S_{28}$	3634,40	0,2	217	2
${}_1S_8$	1797,76	0,6	433	11
${}_3S_1$	944,20	3,2	800	10
${}_{10}S_2$	4042,58	0,5	855	13
${}_0T_2$	377,30	21	–	–
${}_0T_{23}$	3109,10	2,2	139	3

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Eigenfrequenzen

Tab. 1: Aus seismischen Daten geschätzte entartete
ren [3] einiger Moden mit ihren experimentellen r

Mode	Frequenz μHz	Unsicherheit 10^{-4}		
${}_0S_0$	814,39	0,04		
${}_0S_2$	309,45	9		
${}_0S_3$	468,55	3		
${}_0S_{12}$	1988,70	1,5		
${}_0S_{23}$	3170,65	0,3		
${}_0S_{28}$	3634,40	0,2		
${}_1S_8$	1797,76	0,6		
${}_3S_1$	944,20	3,2	800	10
${}_{10}S_2$	4042,58	0,5	855	13
${}_0T_2$	377,30	21	–	–
${}_0T_{23}$	3109,10	2,2	139	3

Welchen Perioden entsprechen
die Eigenfrequenzen?

$$f = 1000 \mu\text{Hz} = 1 \text{ mHz}$$

$$\Leftrightarrow T = 1000 \text{ s} = 16,7 \text{ min}$$

$$f = 300 \mu\text{Hz} = 0,3 \text{ mHz}$$

$$\Leftrightarrow T = 3333,3 \text{ s} = 55,6 \text{ min}$$

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Eigenfrequenzen

Tab. 1: Aus seismischen Daten geschätzte entartete Eigenfrequenzen und Gütefaktoren [3] einiger Moden mit ihren experimentellen relativen Unsicherheiten

Mode	Frequenz μHz	Unsicherheit 10^{-4}	Q	Unsicherheit %
${}_0S_0$	814,39	0,04	5882	6
${}_0S_2$	309,45	9	813	24
${}_0S_3$	468,55	3	380	12
${}_0S_{12}$	1988,70	1,5	352	4
${}_0S_{23}$	3170,65	0,3	259	2
${}_0S_{28}$	3634,40	0,2	217	2
${}_1S_8$	1797,76	0,6	433	11
${}_3S_1$	944,20	3,2	800	10
${}_{10}S_2$	4042,58	0,5	855	13
${}_0T_2$	377,30	21	–	–
${}_0T_{23}$	3109,10	2,2	139	3

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Dämpfung Q

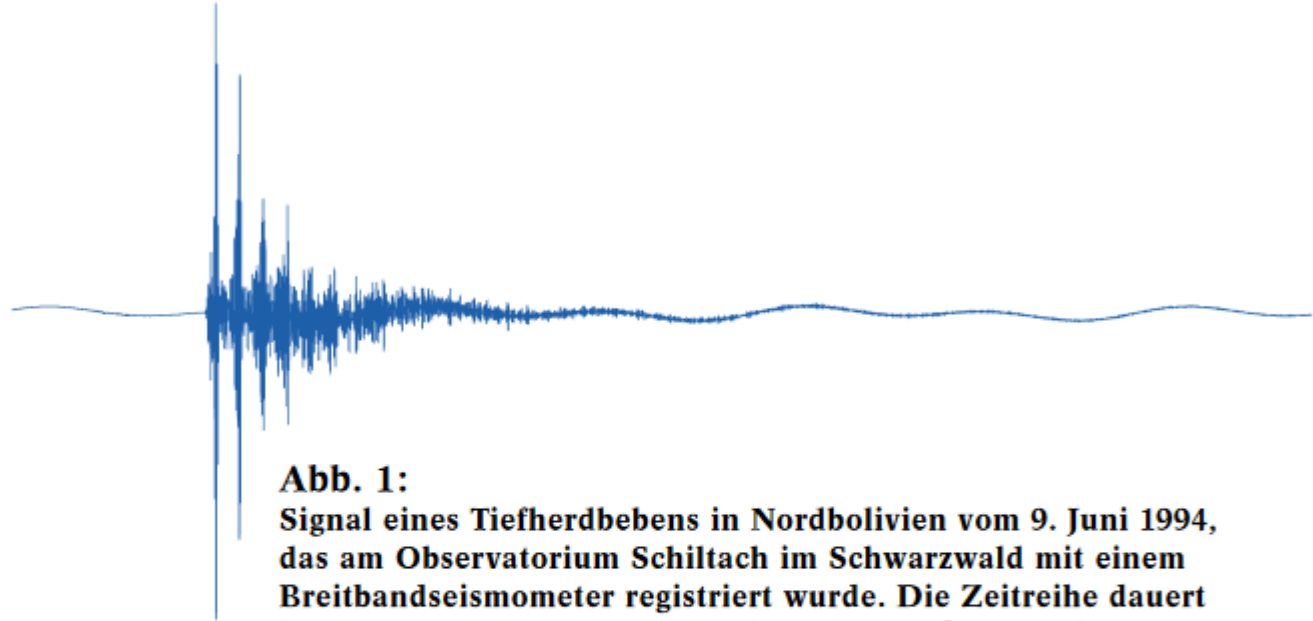


Abb. 1:

Signal eines Tiefherdbebens in Nordbolivien vom 9. Juni 1994, das am Observatorium Schiltach im Schwarzwald mit einem Breitbandseismometer registriert wurde. Die Zeitreihe dauert insgesamt 84 Stunden und erreicht eine größte Amplitude von $25 \mu\text{m/s}$ (vertikale Bodengeschwindigkeit). Das auffälligste Signal sind die Rayleigh-Wellenzüge, die im 1,5-Stundenrhythmus aus wechselnden Richtungen auf dem Großkreis mit abnehmender Amplitude an der Station ankommen. Ein voller Umlauf um die Erde dauert etwa drei Stunden. Die schwache 12-Stunden-Schwingung im Hintergrund sind die elektronisch stark abgeschwächten Erdzeiten.

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Eigenschwingungen der Erde hängen ab von elastischen Parametern:

- Dichte (sphäroidale Moden)
- Inkompressibilität (sphäroidale Moden)
- Schermodul (toroidale Moden und sphäroidale Moden)

→ Analyse der Eigenschwingungen erlaubt Konstruktion und Verbesserung des elastischen Erdmodells

Quelle: IRIS

Eigenschwingungen: Eindringtiefen

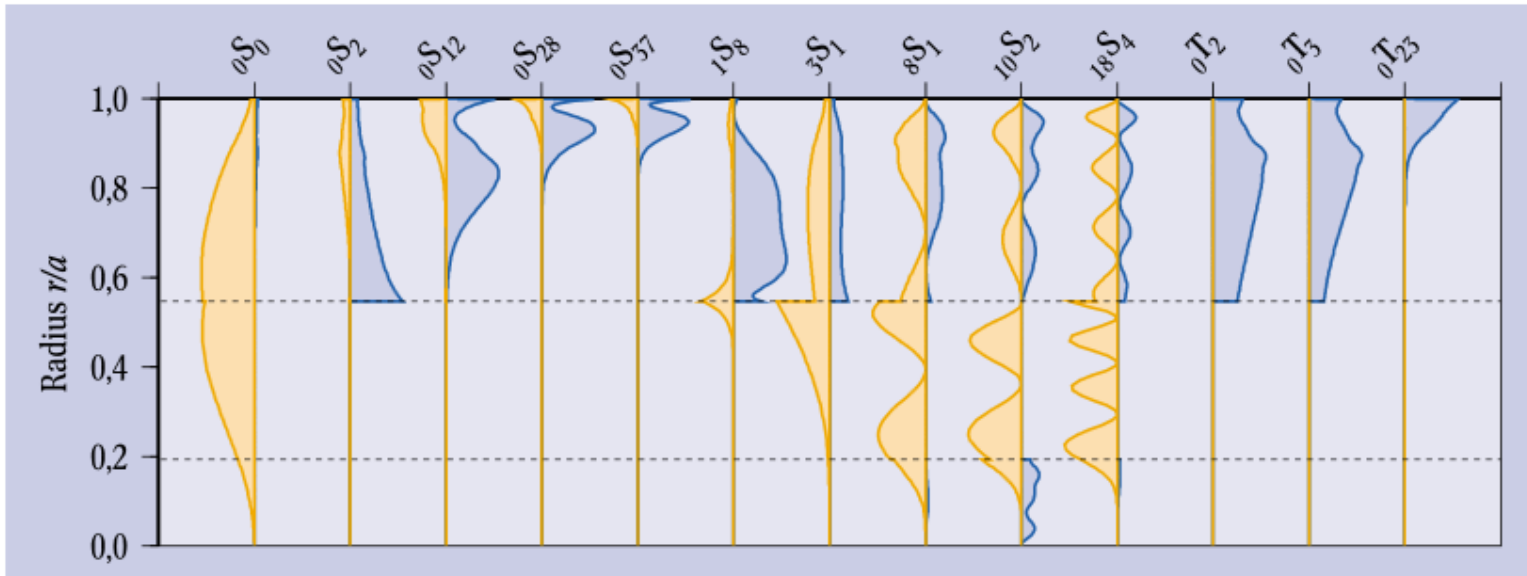


Abb. 4:

Radiale Verteilung der Scherenergiedichten (nach rechts, blau) und Kompressionsenergiedichten (nach links, gelb) für einige Moden als Funktion des relativen Erdradius'. Man erkennt neben den reinen Mantelmoden ${}_0S_\ell$, ${}_0T_\ell$, deren Ein-

dringtiefe mit wachsendem ℓ abnimmt, auch Moden, die signifikante Energie-dichteanteile im äußeren (z. B. ${}_3S_1$) und inneren Kern (z. B. ${}_{10}S_2$) besitzen. Die Grenzen zwischen Mantel, äußerem und innerem Kern sind gestrichelt markiert.

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

Durch Abweichung von Kugelsymmetrie kommt es zum Aufspalten der Frequenzpeaks („Entartung wird aufgehoben“).



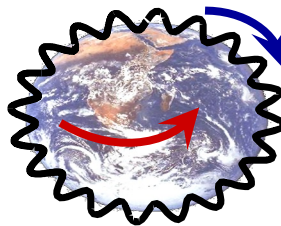
⇒ Rotation



Schnellere Wellenausbreitung
in Rotationsrichtung



⇒ Elliptizität



Strecke von Pol zu Pol ist kürzer
als um Äquator



⇒ 3D

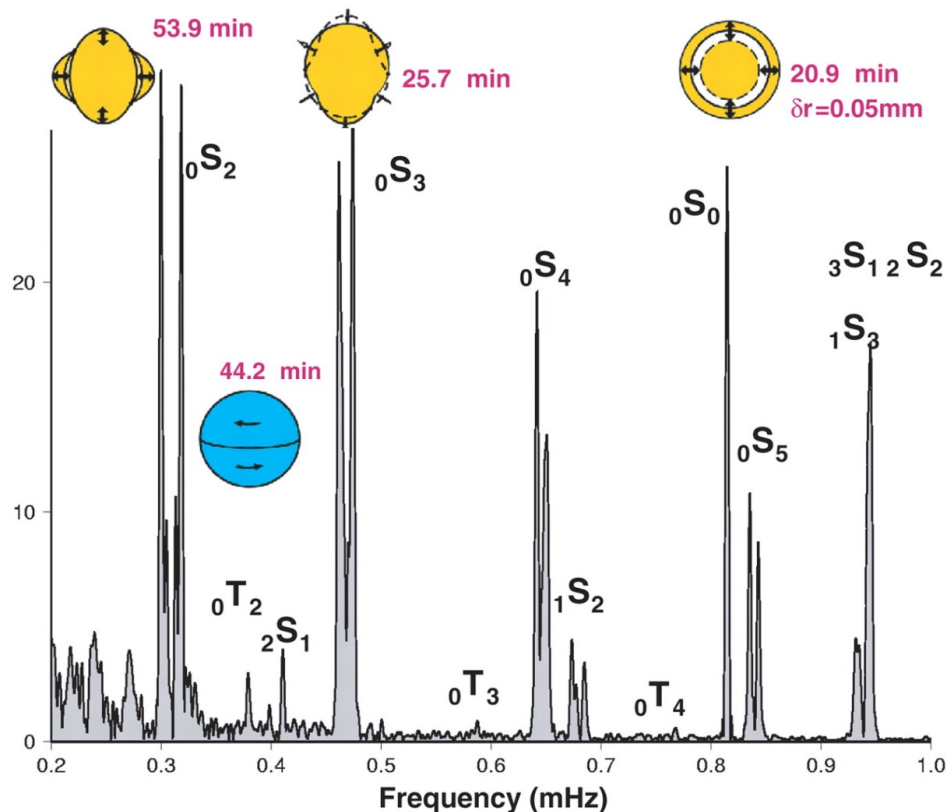


Wellen werden von
Heterogenitäten auf ihrem Weg
verlangsamt oder beschleunigt

Quelle: Van Camp

Eigenschwingungen

Durch Abweichung von Kugelsymmetrie kommt es zum Aufspalten der Frequenzpeaks („Entartung wird aufgehoben“).



Quelle: Park et al.

Eigenschwingungen

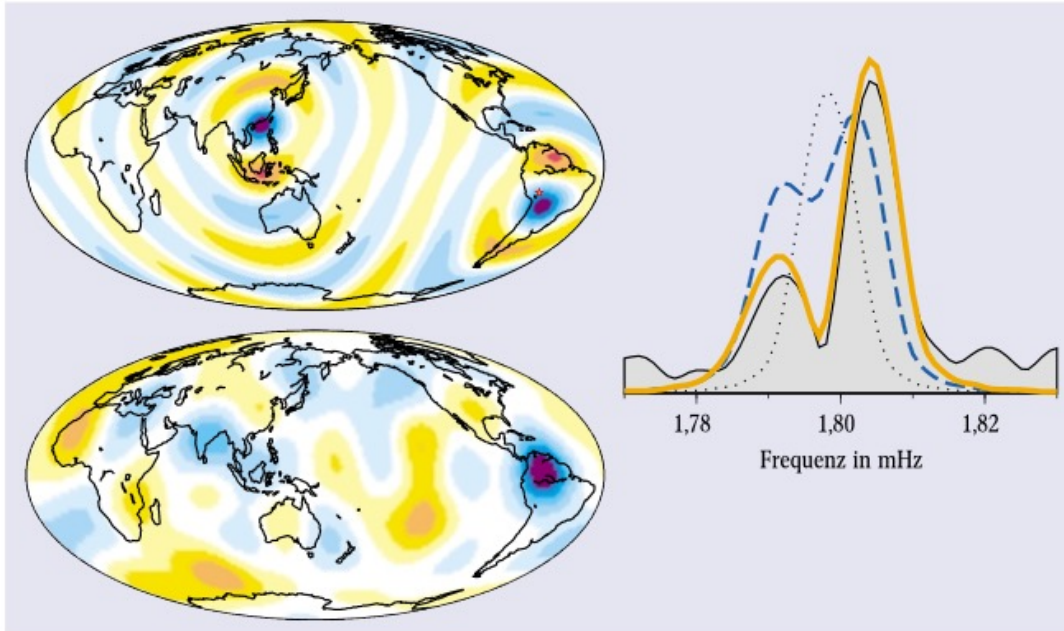


Abb. 5:

Eigenschaften der Mode ${}_1S_8$. Links oben ist das radiale Verschiebungsfeld des gesamten Multipletts (17 Singulets) nach dem Beben von Abb. 1 dargestellt. Warme (kalte) Farbtöne entsprechen Verschiebungen nach außen (innen). Das Bild rechts zeigt das beobachtete Amplitudenspektrum an der Station MAJO (Matsushiro, Japan, schwarze Linie) für diese Mode zusammen mit theoretischen Linienformen: das gepunktete Spektrum

würde man auf einer kugelsymmetrischen, nicht rotierenden Erde erhalten, die blaue gestrichelte Linienform erhält man nach Einführung der Rotation und Elliptizität der Erde, die orange dicke Linie ergibt sich bei Berücksichtigung der lateralen Variationen der Scherwellengeschwindigkeit ($v_s = \sqrt{\mu/\rho}$) des Erdmantels, wie sie z. B. in einer Tiefe von 1165 km links unten dargestellt ist.

Quelle: Zürn und Widmer, 2002

Eigenschwingungen

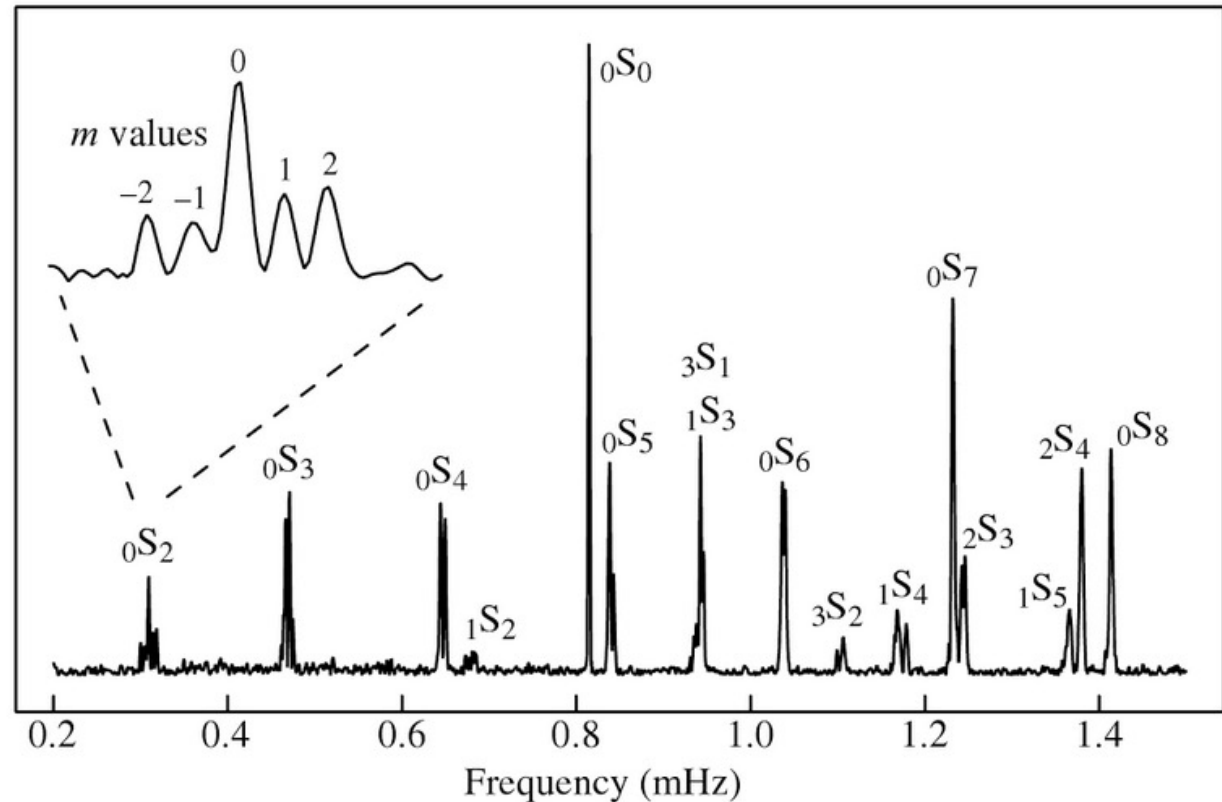


Figure 8.14 Low-order spheroidal modes visible in the spectrum of 240 hours of data from the 2004 Sumatra-Andaman earthquake ($M_W = 9.1$) recorded at station ARU at Arti, Russia (courtesy of Guy Masters). Mode $0S_2$ is plotted at an expanded scale from 0.29 to 0.33 mHz to show its splitting into a five-peaked multiplet, corresponding to azimuthal order number (m) values from -2 to 2.

Quelle: Shearer, 2011

- Luftdruckänderungen beeinflussen die Messgenauigkeit → Korrekturen notwendig!

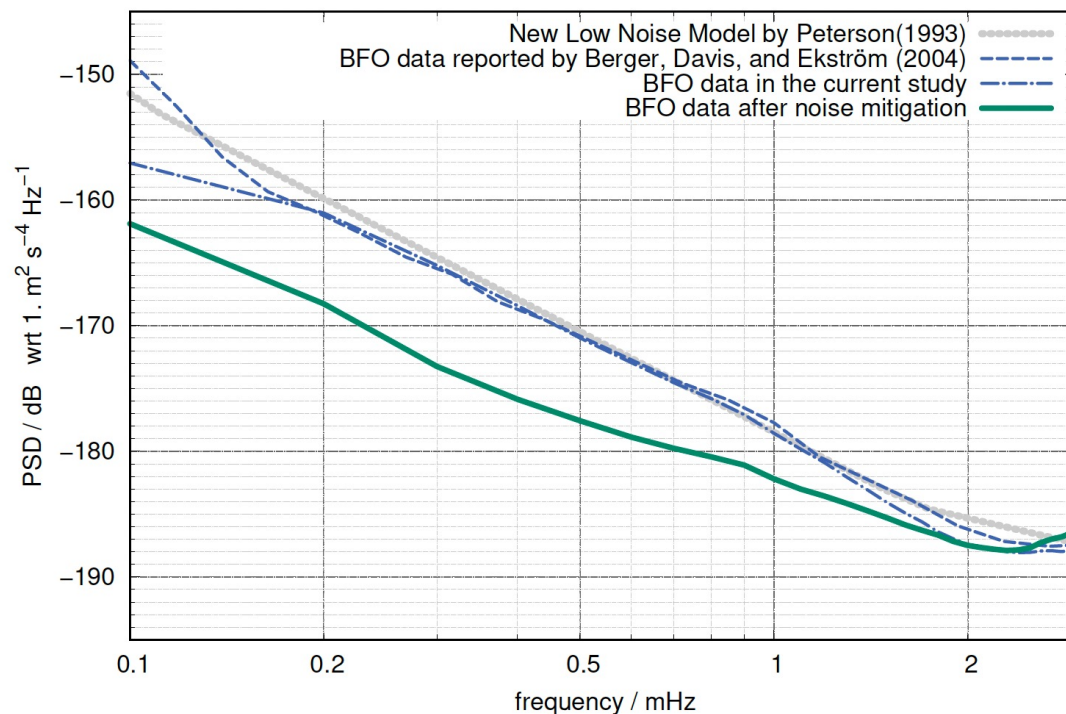


Figure 6. 5th percentile low-noise model after IBPM-correction. The level of the Peterson (1993) low noise model (PLNM) and the 5th percentile published by Berger *et al.* (2004) for BFO coincide. The 5th percentile of the data in the current study is consistent with both. The lowest curve is obtained from the signals after application of the IBPM-correction. Its level at the frequency of ${}_0S_2$ is about 8 dB below the PLNM.

BSc thesis Thea Lepage
Subm. GJI, 2022

Eigenschwingungen

Kugelflächenfunktionen („spherical harmonics“)

Aufhebung der Entartung (z.B. durch Rotation): Aufspalten der Peaks für ein festes l in mehrere m -Peaks

m kann ganzzahlige Werte von $-l$ bis l annehmen

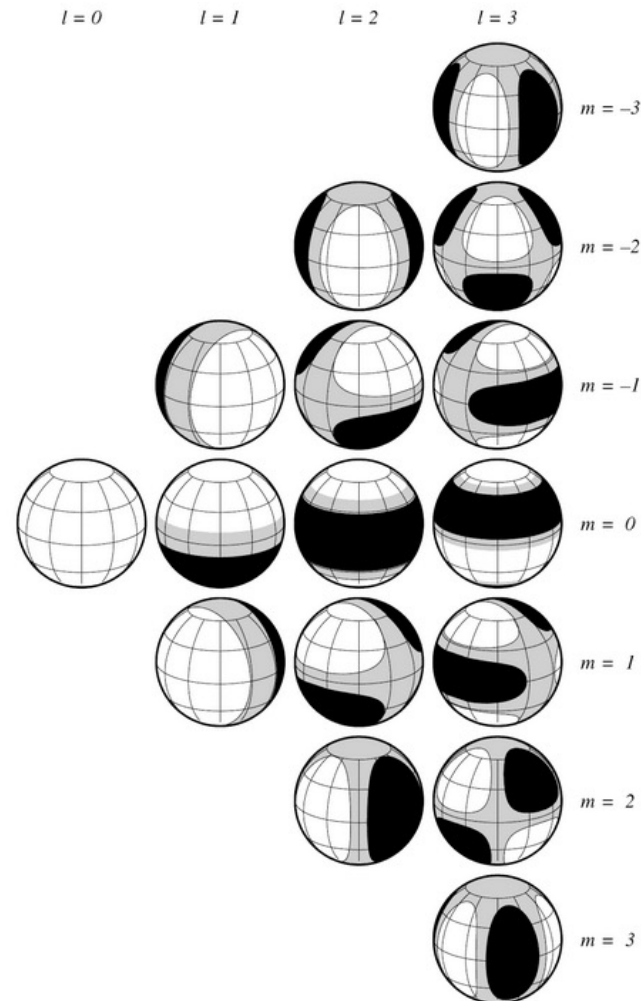


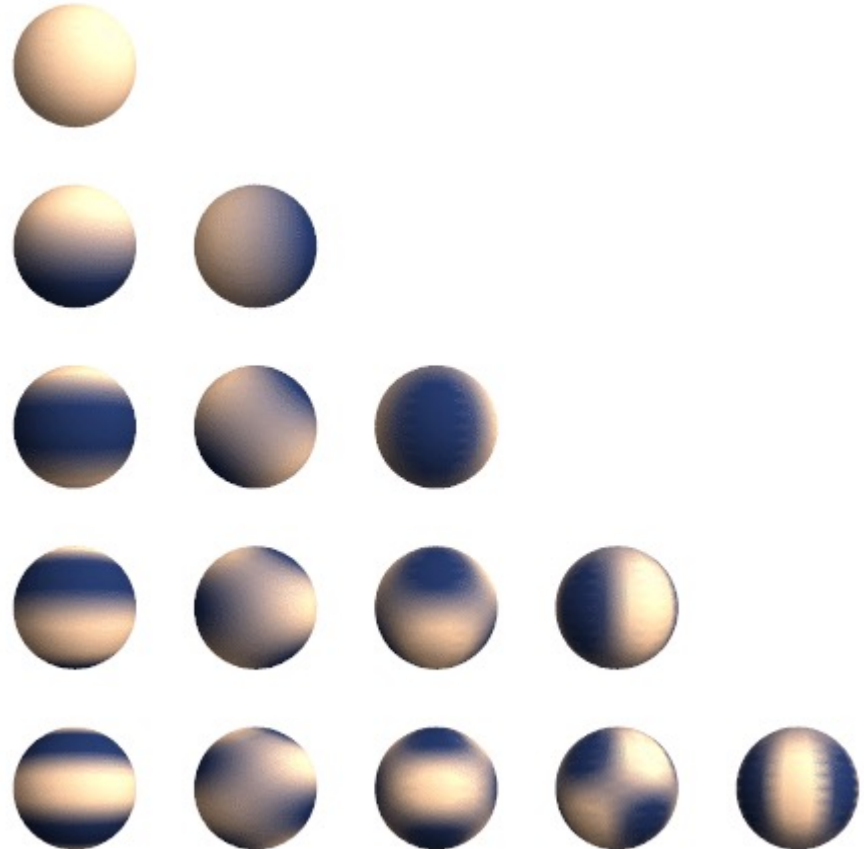
Figure 8.12 Spherical harmonic functions Y_l^m up to degree $l = 3$. Positive values are shown as white, negative as black, with near-zero values as gray. There are $2l + 1$ values of m at each degree. Note that the negative m harmonics are rotated versions of the positive m harmonics.

Eigenschwingungen

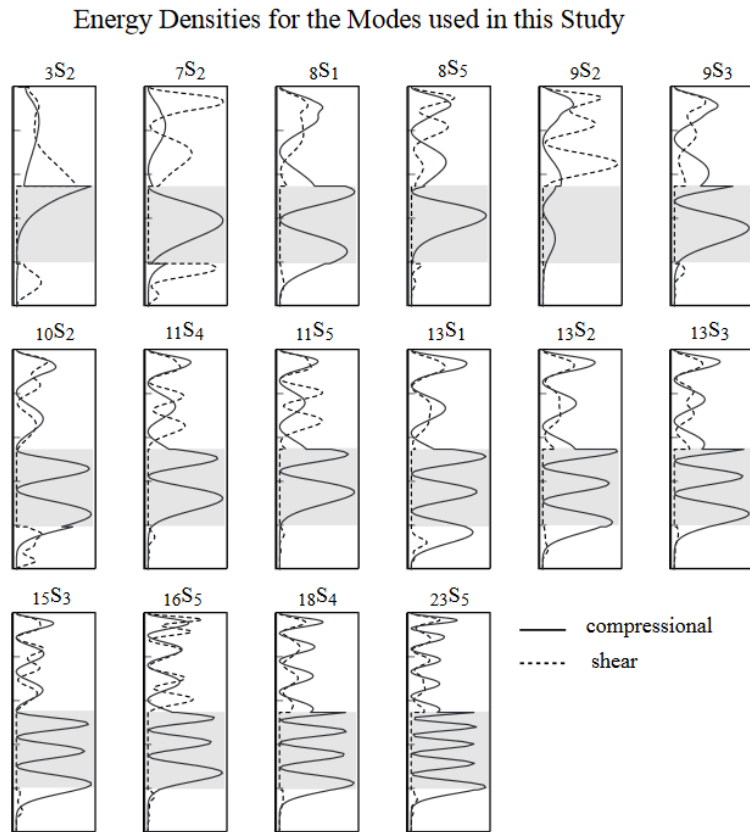
Kugelflächenfunktionen („spherical harmonics“)

Aufhebung der Entartung (z.B. durch Rotation): Aufspalten der Peaks für ein festes l in mehrere m -Peaks

m kann ganzzahlige Werte von $-l$ bis l annehmen



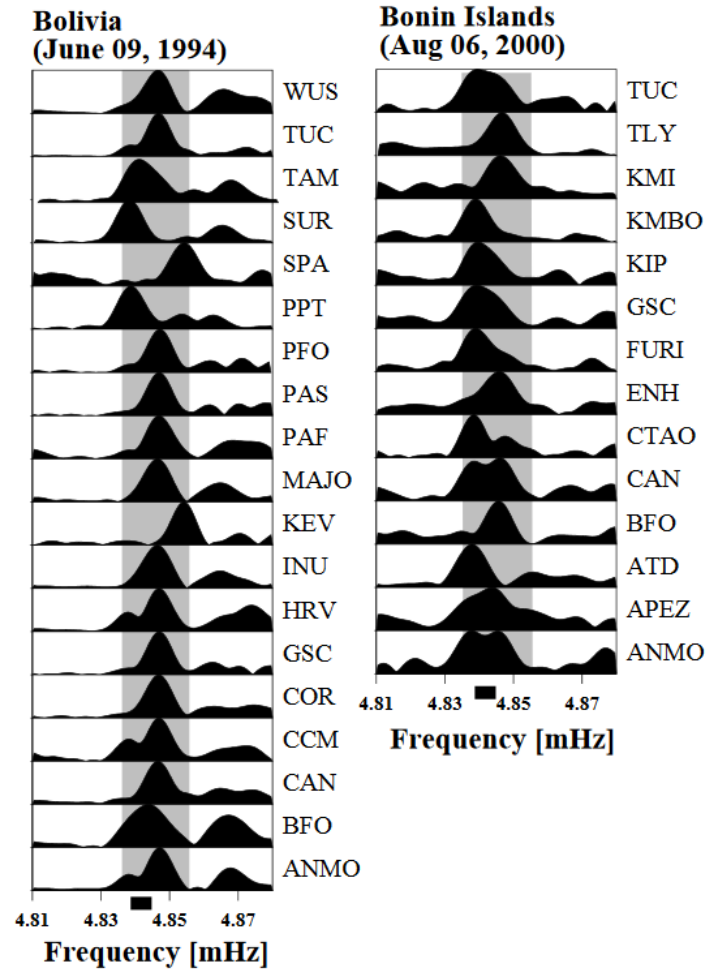
Eigenschwingungen



Struktur und Rotation des äußeren Kerns

Figure 6. Energy densities for a 1D Earth model for compression and shear as function of radius for the modes in this study. The sensitivity to structure in a 3D Earth slightly varies laterally which is taken into account in the calculation of the splitting functions. The grey area marks the outer core where the shear energy density is zero.

Eigenschwingungen



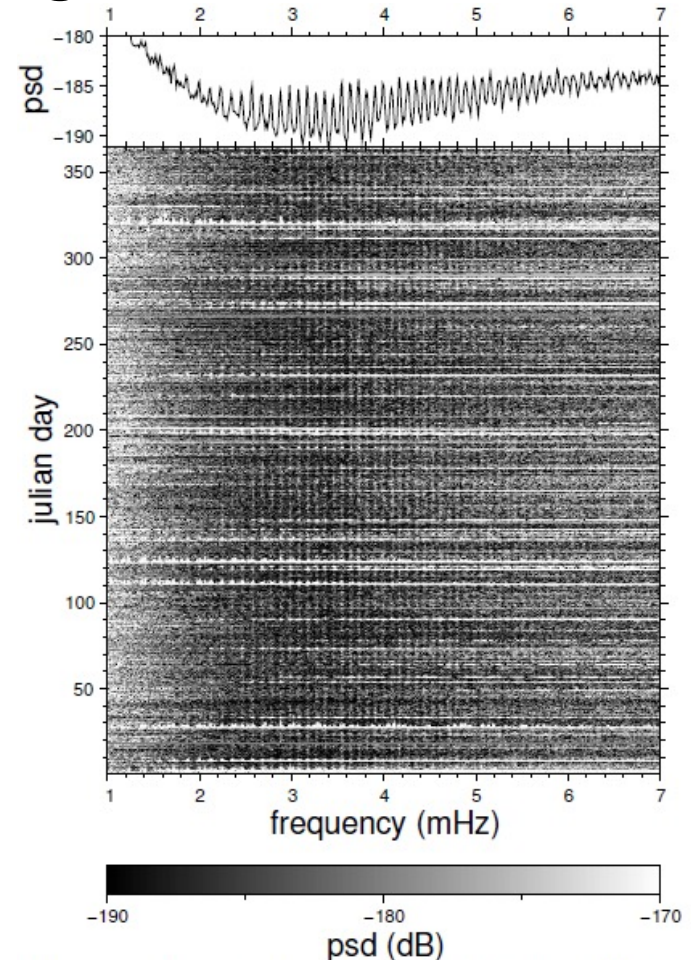
Struktur und Rotation des äußeren Kerns

Quelle: Laske und Masters

Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Nawa et al., 1998:

- Sphäroidale Grundmoden kontinuierlich angeregt, auch ohne große Beben
- Frequenzen 2 – 7 mHz
- untersuchte Daten: Vertikalkomponenten (Grund: Horizontalkomponenten viel verrauschter)



1: Power spectral density (psd) of vertical ground acceleration in 2006, measured (in dB relative to $1 \text{ m}^2/\text{s}^3$) with a STS-1 seismometer at the Black Forest Observatory (BFO). Lower panel: Spectrogram. Upper panel: 1st quartile of psd.

Quelle: Kurrle, 2009

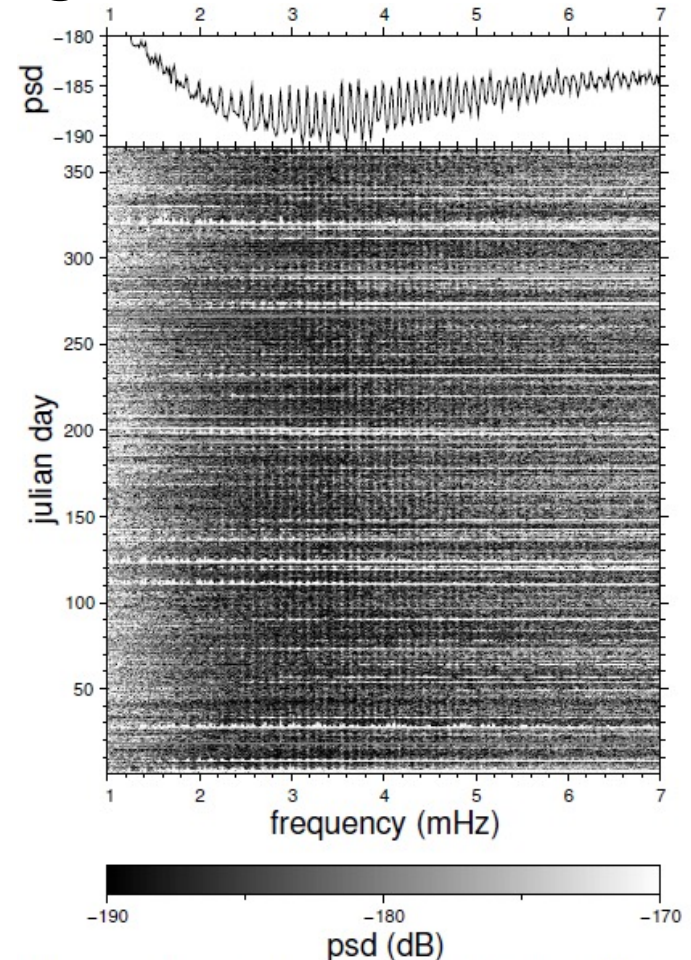
Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Nawa et al., 1998:

- Sphäroidale Grundmoden kontinuierlich angeregt, auch ohne große Beben
- Frequenzen 2 – 7 mHz
- untersuchte Daten: Vertikalkomponenten (Grund: Horizontalkomponenten viel verrauschter)

Kurrle und Widmer (2008):

- Untersuchung horizontaler Komponenten: horizontale Komponente der sphäroidalen Moden sowie toroidale Anregungen



1: Power spectral density (psd) of vertical ground acceleration in 2006, measured (in dB relative to $1 \text{ m}^2/\text{s}^3$) with a STS-1 seismometer at the Black Forest Observatory (BFO). Lower panel: Spectrogram. Upper panel: 1st quartile of psd.

Quelle: Kurrle, 2009

Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Nawa et al., 1999

- Sphäroidale O angeregt, auch
- Frequenzen 2
- untersuchte D (Grund: Horiz verwechselt)

Kurrle und Widn

- Untersuchung horizontale k Moden sowie

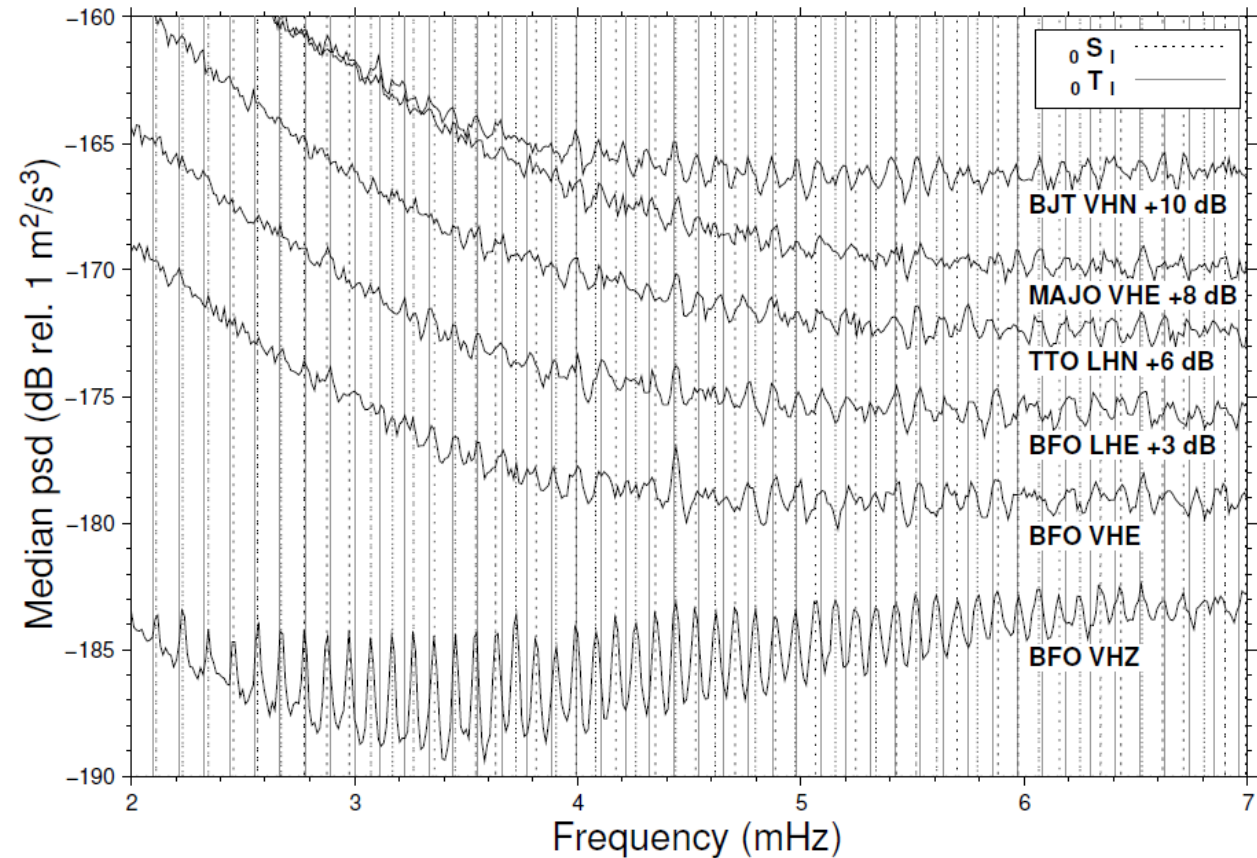


Fig. 3: Medians of acceleration power spectral density for the quietest horizontal datasets. Vertical lines mark the frequencies of spheroidal and toroidal fundamental modes. For comparison, a spectrum for the vertical component data from BFO is included.

Quelle: Kurrle, 2009

Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Auslöser: Stürme

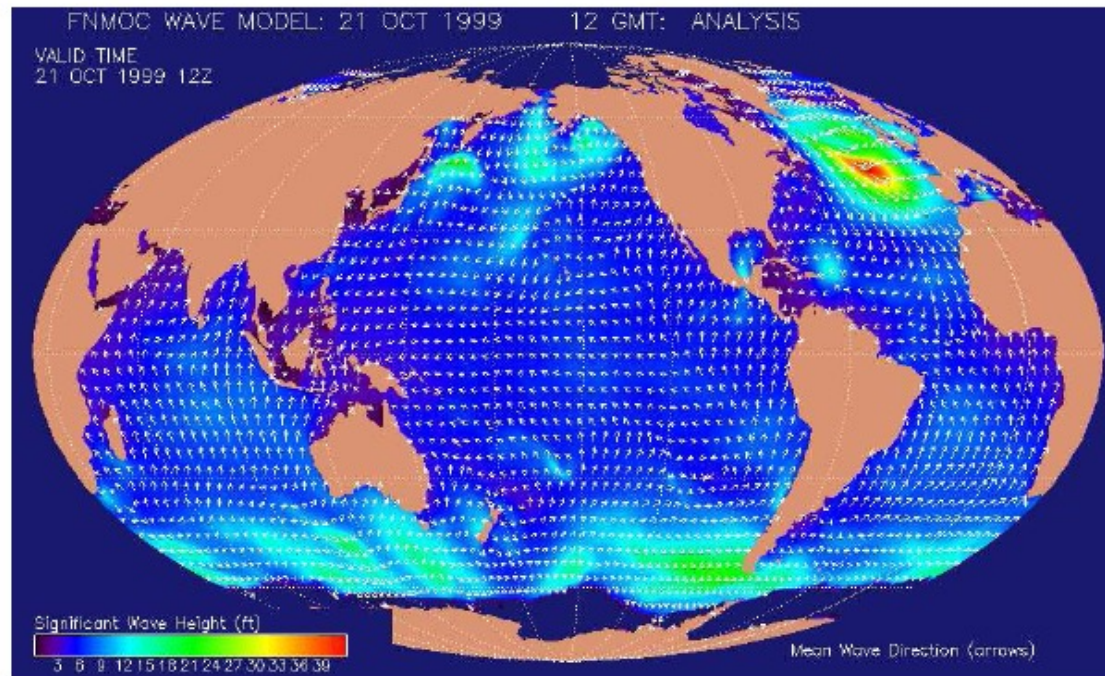


Abb. 5.31: Maßgebliche Wellenhöhe am 21.10.1999, 12:00 UT. Quelle: FNMOC.

Quelle: Kurrie, 2009

Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Auslöser: Stürme

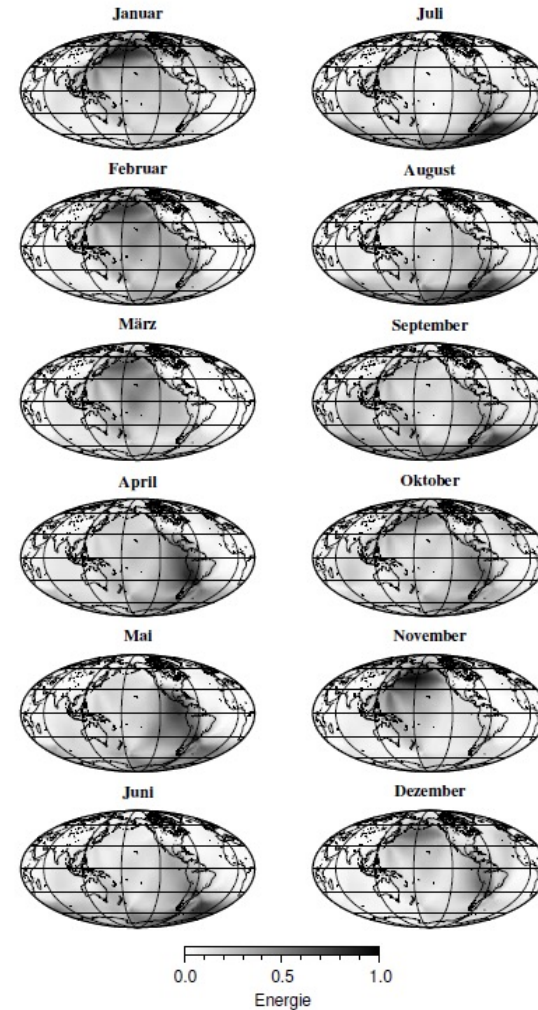


Abb. 5.20: Ergebnis der Kreuzpeilung mit den Stationen von GRSN, BDSN und F-net für das Jahr 2000

Quelle: Kurrle, 2009

Ständig angeregte Eigenschwingungen: Hum

Auslöser: Stürme

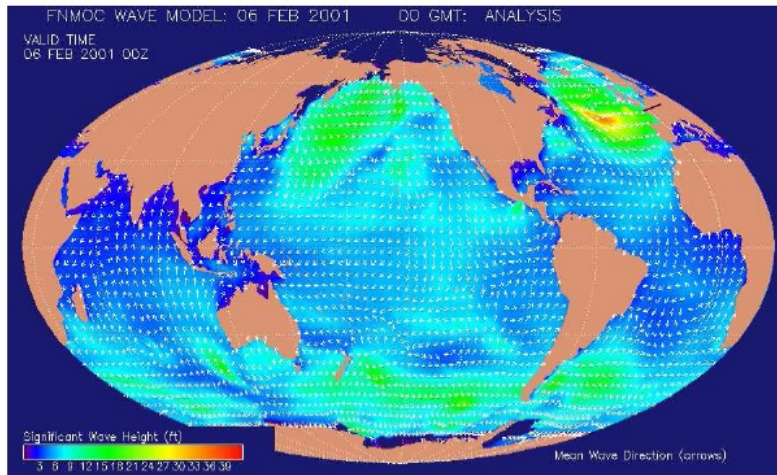


Abb. 5.27: Maßgebliche Wellenhöhe am 06.02.2001, 0:00 UT. Quelle: FNMOC.

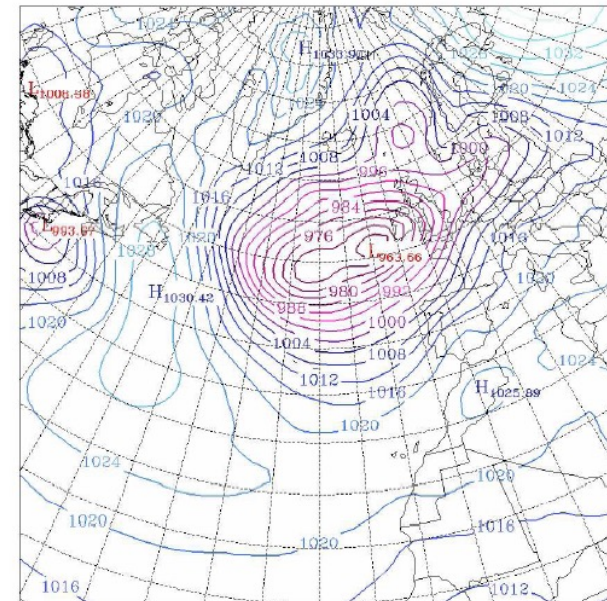
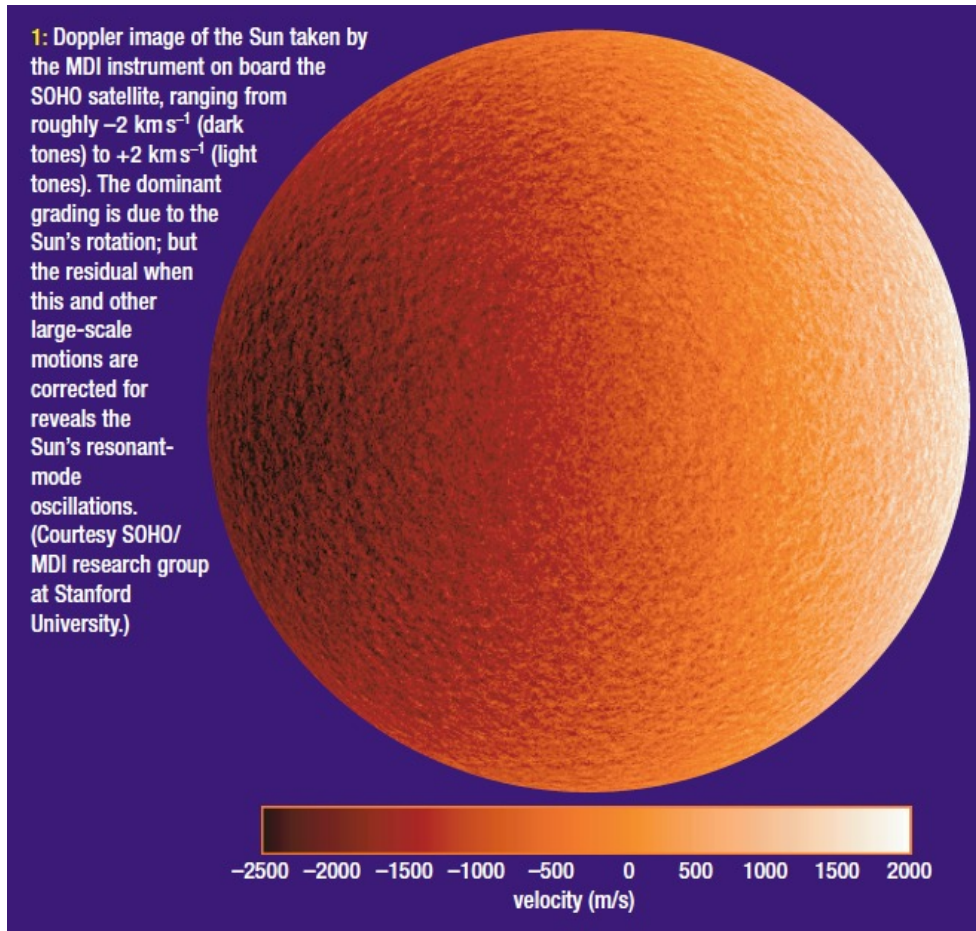


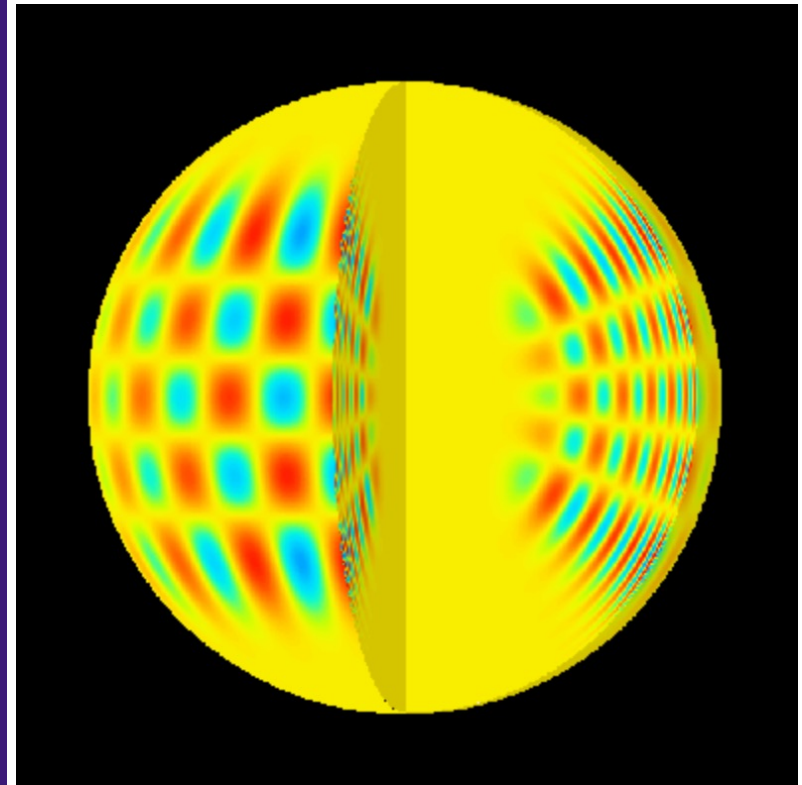
Abb. 5.28: Isobarenkarte für den 06.02.2001, 0:00 UT. Quelle: *National Oceanic and Atmospheric Administration - Air Resources Laboratory (NOAA/ARL)*.

Quelle: Kurrle, 2009

Helioseismology



Doppler Image of the sun

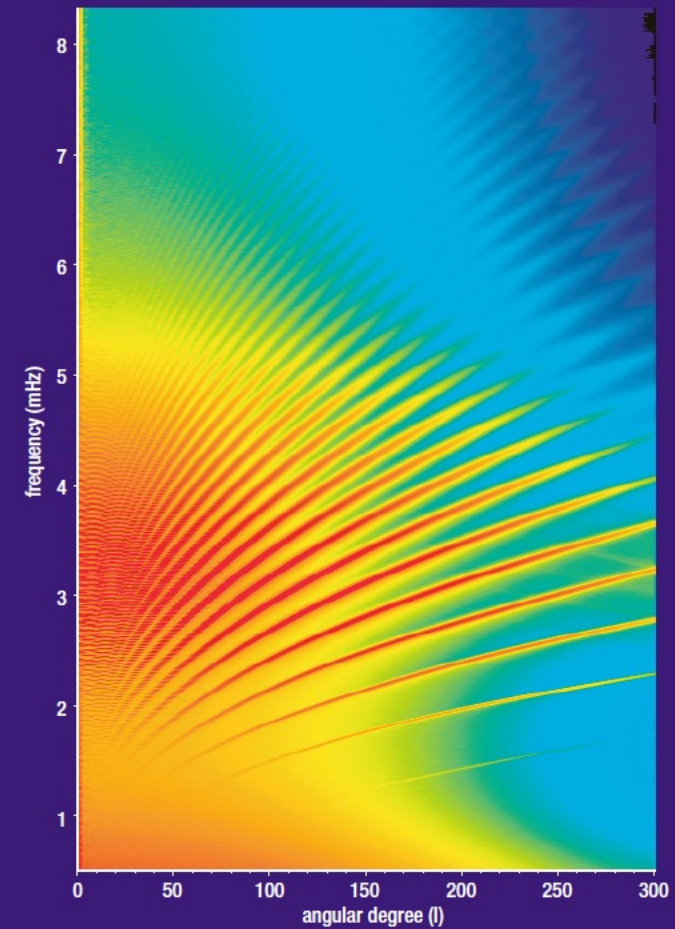


Computer simulation

Helioseismology



2: The power in the Sun's acoustic p-mode oscillations, as observed by the MDI instrument on board the SOHO satellite, as a function of frequency and angular degree l . The power lies on ridges that correspond to branches of the dispersion relation for p-modes, each branch corresponding to a different value of the order n . (Courtesy SOHO/MDI research group at Stanford University.)



P-mode oscillations



Zusammenfassung – Take-home-message

In Gruppen beantworten

- Was sind Eigenschwingungen der Erde?
- Wodurch werden sie angeregt?
- Wie lassen sie sich mathematisch beschreiben?
- Was können wir aus ihnen über die Struktur der Erde erfahren?