
Geophysikalische Laborübungen

Herdbestimmung von Nahbeben

Miriam Schwarz (*uedow@student.kit.edu*)
Regina Beckmann (*regina.beckmann26@gmx.de*)

Durchführung: 2. Dezember 2014

KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Allgemeines	4
2.2	Wellentypen bei Nahbeben	4
2.3	Lokalisierung eines Nahbebens	5
2.3.1	Voraussetzungen	5
2.3.2	Wadati-Diagramm	5
2.3.3	Bestimmung von Epizentrum und Herdtiefe	6
2.3.4	Laufzeitkurven	8
2.4	Fehlerbetrachtung	8
3	Datenauswertung	9
3.1	Seismogrammanalyse	9
3.2	Bestimmung der S-Wellen-Geschwindigkeit und Herdzeit	9
3.3	Hypozentralentfernung	10
3.4	Lokalisierung des Epizentrums	11
3.5	Epizentralentfernung	11
3.6	Herdtiefe	11
3.7	Laufzeitkurve	12
4	Zweites Geschwindigkeitsmodell	13
5	Fehlerrechnung	15
5.1	Ablezen der Einsatzzeiten	15
5.2	Signal-Stör-Verhältnis	15
5.3	Fehler auf die Herdzeit	15
5.4	Fehler auf die Hypozentraldistanz	16
5.5	Ablezen der Epizentraldistanzen	17
5.6	Fehler auf die Herdtiefe	17
5.7	Fehleranalyse und -diskussion	18
6	Interpretation	19
7	Fazit	19
8	Literaturverzeichnis	20
9	Anhang	20
10	Erklärung	21

1 Einleitung

In Versuch 4 der Geophysikalischen Laborübungen steht die Herdbestimmung eines lokalen Bebens mit den klassischen Auswerteverfahren der Seismologie im Mittelpunkt. Die Region Landau, welche in diesem Versuch betrachtet wird, liegt im Oberrheingraben, einem tektonisch aktiven Gebiet. Hier wird die Kruste gedehnt und sackt ab, wodurch immer wieder kleinere Erdbeben entstehen. Das in diesem Protokoll ausgewertete Nahbeben fand 2009 im Raum Landau statt und soll im Folgenden näher lokalisiert werden. Dabei werden unter anderem Herdzeit und -tiefe durch Kombination einfacher physikalischer Zusammenhänge berechnet bzw. grafisch ermittelt. Außerdem soll durch eine ausführliche Fehlerbetrachtung aufgezeigt werden, in welchem Rahmen den Ergebnissen der Auswertung zu trauen ist und an welchen Stellen angenommene Vereinfachungen in der Rechnung zu Fehlern führen können.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Allgemeines

Erdbeben entstehen, wenn sich Gesteinsmassen der Lithosphäre durch dynamische Prozesse des Erdmantels verschieben. Die Erdkruste besteht aus Platten, die auf dem Mantel liegen und sich dadurch übereinander, voneinander weg oder aneinander vorbei schieben können (Plattentektonik). Dabei verkeilt sich das Gestein der Plattenränder häufig und es entstehen Spannungen in der Erdkruste. Werden diese immer weiter erhöht, kann das Gestein ab einem gewissen Punkt brechen. Dabei wird die Spannung, welche sich über eine längere Zeit angesammelt hat, auf einen Schlag gelöst und in Energie umgewandelt. Diese wird in Form von Erdbebenwellen im Erdinneren transportiert.[2]

Bei diesem Beben handelt es sich um ein Nahbeben, da der Erdbebenherd im unmittelbaren Umfeld der Messstationen liegt und die direkte Welle nur durch die Oberkruste läuft. Dadurch kann man den Ersteinsatz der Wellen leicht bestimmen und erhält kein komplexes Seismogramm mit Überlagerungen von reflektierten und refraktierten Wellen wie bei einem Fernbeben, wo die Wellen auch durch den Erdkern laufen können. Darüber hinaus kann der Untergrund als annähernd homogen betrachtet werden, was bei der Auswertung genutzt wird.

2.2 Wellentypen bei Nahbeben

Bei Nahbeben treten zwei Arten von Wellen auf die beobachtet werden[1]:

Primärwellen P-Wellen, Kompressions- oder auch Longitudinalwellen, zeichnen sich dadurch aus, dass die Schwingungsrichtung gleich ihrer Ausbreitungsrichtung ist.

Sekundärwellen S-Wellen, Scher- oder Transversalwellen beschreiben eine zur Ausbreitungsrichtung senkrechte (=transversale) Schwingungsrichtung

Letztere ist bei einer Erdbebenwelle, die senkrecht auf die Station trifft, aufgrund ihrer Schwingungsrichtung auf den horizontale Komponenten am besten zu erkennen, wohingegen Kompressionswellen auf der vertikalen Komponente gut abzulesen sind.

2.3 Lokalisierung eines Nahbebens

2.3.1 Voraussetzungen

Um dieses Lokalisationsverfahren bei Nahbeben anwenden zu können, müssen einige Voraussetzungen beachtet werden. Neben der Notwendigkeit von mindestens drei Stationen, an denen das Beben aufgezeichnet wurde und welche möglichst kreisförmig um das Epizentrum liegen sollten, muss das Beben an jeder Station auf drei orthogonalen Komponenten aufgezeichnet worden sein. Sind die Stationen nicht (näherungsweise) kreisförmig, entstehen größere Fehler bei der Lokalisierung des Erdbebens anhand des Sehnverfahrens, sodass möglicherweise das errechnete Epizentrum nicht am Ort des wirklichen Epizentrums liegt. Fehlen stattdessen einige der Komponenten, können die Einsätze der P- und S- Wellen nicht gepickt werden, welche für das Wadati-Diagramm benötigt werden. Eine weitere Voraussetzung dafür, dass die Lokalisierung exakt durchgeführt werden kann, ist, dass alle Messstationen auf einem Höhengniveau liegen und die Geschwindigkeiten der seismischen Wellen in dem zu untersuchenden Gebiet annähernd konstant sind. Liegen die Stationen auf unterschiedlichen Niveaus, lassen sich die Laufzeiten der seismischen Wellen schlecht vergleichen, sind die Geschwindigkeiten im Untergrund nicht konstant lassen sich ebenso wenig sinnvolle Aussagen treffen.

2.3.2 Wadati-Diagramm

Bei der Lokalisierung eines Erdbebens sind Seismogramme die wichtigsten Quellen. Aus ihnen werden die Einsatzzeiten t_P und t_S der Kompressions- und Scherwellen abgelesen. Dabei muss unbedingt darauf geachtet werden, dass bei den einzelnen Stationen jeweils die einander entsprechenden Phasen verwendet werden. Aus den Einsatzzeiten kann im folgenden die Herdzeit H bestimmt werden, der Zeitpunkt, an dem das Beben stattgefunden hat. Zum Schluss werden die Koordinaten des Epizentrums und die Herdtiefe h bestimmt (\Rightarrow Sehnverfahren).

Herdzeitbestimmung: In dem betreffenden Gebiet liegt eine bestimmte Kompressionswellengeschwindigkeit v_p vor. Diese Annahme kann man treffen, da der Boden als homogen angenommen wird für vergleichbar kleine Entfernungen vom Epizentrums, was in diesem Versuch der Fall ist.

Man nimmt an, dass sich die Scherwellengeschwindigkeit v_s proportional zu dieser Geschwindigkeit verhält, deshalb gilt

$$\frac{v_p}{v_s} = k \quad (1)$$

Da die Kompressionswellen immer vor den Scherwellen aufgezeichnet werden, gilt $v_s < v_p$ und $k > 1$. Außerdem gibt es folgende Zusammenhänge:

$$v_s = \frac{s}{t_{SL}} \quad (2)$$

$$v_p = \frac{s}{t_{PL}} \quad (3)$$

Dabei ist s die Strecke vom Erdbebenherd zur Messstation und t_{SL} und t_{PL} sind die Laufzeiten der Scher- bzw. Kompressionswellen für diese Strecke. Der Weg s ist der direkte Weg der Wellen zu einer Messstation, deshalb wird s auch Hypozentralentfernung genannt. Aus den Gleichungen erhält man

$$k = \frac{v_p}{v_s} = \frac{t_{SL}}{t_{PL}} \quad (4)$$

was man noch weiter umformen kann, indem man ausnutzt, dass die Wellenlaufzeiten t_{SL} und t_{PL} für P- bzw. S-Wellen vom Erdbebenherd zur Station gerade jeweils die Differenz zwischen Einsatzzeit t_P bzw. t_S und Herdzeit H sind:

$$\frac{t_{SL}}{t_{PL}} = \frac{t_S - H}{t_P - H} = k \quad (5)$$

Diese Gleichung wird zur sogenannten Wadati-Gleichung aufgelöst:

$$t_s - t_p = (k - 1) \cdot (t_p - H) \quad (6)$$

Es ist erkennbar, dass es sich hierbei um die allgemeine Form einer Geradengleichung handelt, was man später beim Erstellen des Wadati-Diagramms ausnutzt. Um diesen Schritt durchzuführen, pickt man zunächst aus den gegebenen Seismogrammen jeweils die Einsätze der beiden Wellentypen und berechnet aus den abgelesenen Einsatzzeiten t_S und t_P die Differenz $t_S - t_P$. Für die Punkte des Diagramms wird nun die Ankunftszeit t_P der P-Welle für jede Station nach Beginn der Aufzeichnungen als x-Wert aufgetragen, der zugehörige y-Wert ist die Einsatzdifferenz $t_S - t_P$. Man erhält so viele Punkte, wie man Stationen mit Messwerten zur Verfügung hat, durch diese Punkte wird jetzt eine möglichst genaue Ausgleichsgerade gelegt. Am Bebenherd verschwindet die Differenz der Einsatzzeiten, deshalb kann man im Diagramm für $t_S - t_P = 0$ die Herdzeit H ablesen. Mit der Geradensteigung wird das Verhältnis k für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten und damit die unbekannte Geschwindigkeit v_s berechnet.

2.3.3 Bestimmung von Epizentrum und Herdtiefe

Da nun die zuvor unbekannte Geschwindigkeit v_s bekannt ist, folgt aus der Gleichung der Laufzeitunterschiede

$$t_S - t_P = \frac{s}{v_s} - \frac{s}{v_p} = s \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right) \quad (7)$$

und man kann durch Umstellen nach s die Hypozentralentfernung für die Werte von t_P und t_S jeder Station bestimmen:

$$s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} (t_s - t_p) = c(t_s - t_p) \quad (8)$$

mit $c = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} = \text{const.}$

Sehnenverfahren Auf einer Karte mit den Stationen, die das Beben aufgezeichnet haben, wählt man drei von ihnen, welche möglichst kreisförmig liegen sollten und zeichnet mit einem Zirkel Kreise um diese. Der Radius eines Kreises um eine Station entspricht der errechneten Hypozentralentfernung s für diese. Beim Zeichnen der Kreise ist darauf zu achten, dass man den Radius maßstabsgetreu umrechnen muss. Verbindet man nun die Schnittpunkte von jeweils zwei Kreisen bekommt man drei einzelne Linien, welche auch Sehnen genannt werden. Der Schnittpunkt der drei Sehnen stellt das Epizentrum des Bebens dar, welches nun lokalisiert wurde und dessen Koordinaten bestimmt werden können. Diese Vorgehensweise ist in Abb. 1 nochmals zu sehen.

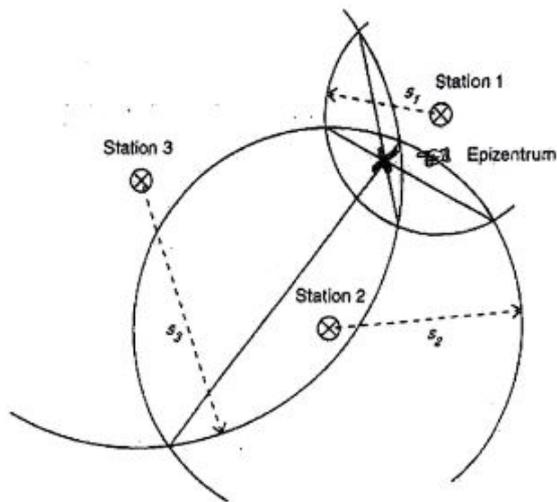


Abbildung 1: Anwendung Sehnverfahren, Quelle: [1], Abb. 4.7

Epizentraldistanz Δ Die Epizentraldistanz Δ ist die Entfernung zwischen Messstation und Epizentrum. Das Epizentrum ist der Ort an der Erdoberfläche, welcher senkrecht über dem Erdbebenherd liegt. Diesen haben wir bereits über das Sehnverfahren grafisch bestimmt, deshalb wird jetzt auf der Karte die Entfernung zwischen Messstation und Epizentrum gemessen. In Abbildung 2 lassen sich die geometrischen Zusammenhänge nochmals gut erkennen.

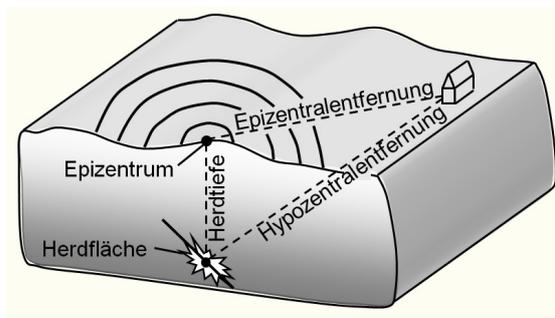


Abbildung 2: Geometrische Zusammenhänge bei einem Nahbeben, Quelle: http://www.dgeb.eu/files/Bilder/Wirkungskette_Erdbeben_Bild_1.jpg

Herdiefe h Wie in Abb. 1 zu erkennen, bilden die Strecken s, h und Δ ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypothenuse s . Deshalb gilt hier der Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (9)$$

mit der Hypothenuse (längste Seite) c und den Katheten a und b . So ergibt sich für die Kathete h im vorliegenden geometrischen Zusammenhang

$$h = \sqrt{s^2 - \Delta^2} \quad (10)$$

für jede einzelne Station. Um diese Werte in Einklang zu bringen, bildet man das arithmetrische Mittel h' von den N Stationen.

$$h' = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N h_n \quad (11)$$

2.3.4 Laufzeitkurven

Zur Überprüfung der Rechnungen können nun die Laufzeitkurven für die P- und S-Wellen dargestellt werden und aus der reziproken Steigung die Geschwindigkeit ebendieser berechnet werden. Dazu zeichnet man für jede Station die Laufzeiten t_{PL} und t_{SL} gegenüber der Hypozentralentfernung s auf und bestimmt dann für beide Wellen eine möglichst genaue Regressionsgerade, aus deren Kehrwert der Steigung man dann v_p und v_s errechnet. Diese Werte sollten mit den zuvor errechneten annähernd übereinstimmen.

2.4 Fehlerbetrachtung

Da die Erdkruste nicht homogen ist, wie bei der Berechnung angenommen, und auch beim grafischen Ablesen Fehler auftreten, steht in diesem Versuch eine Fehleranalyse am Ende der Auswertungen. Diese soll die Qualität der errechneten Ergebnisse einschätzen. Der allgemeine Fehler Δa auf eine Größe a , welche sich aus den Größen b und c ergibt, deren Fehler Δb bzw. Δc bekannt sind, berechnet sich aus

$$\Delta a = \left| \frac{\partial a}{\partial b} \right| \cdot \Delta b + \left| \frac{\partial a}{\partial c} \right| \cdot \Delta c \quad (12)$$

Hier sind $\frac{\partial a}{\partial b}$ und $\frac{\partial a}{\partial c}$ die partiellen Ableitungen der Funktion a nach b und c .

Der relative Fehler auf a berechnet sich dann aus $\frac{\Delta a}{a}$.

3 Datenauswertung

Gegeben sind die Seismogramme von acht Messstationen im Großraum Landau/Karlsruhe, diese weisen Aufzeichnungen auf jeweils drei Raumkomponenten auf. Die Seismogramme finden sich im Anhang in Abb. 8-15. Zu den Stationen sind folgende Informationen gegeben:

- 7(GPI, Karlsruhe), 123m ü. NN
- 22(Bornheim, Wasserwerk), 132m ü. NN
- 44(Durlach)
- 50(Landau, Ebenberg), 153m ü. NN
- 51(Herxheim, Wagner-Ranch), 130m ü. NN
- 52(Steinweiler, Rottmühle), 128m ü. NN
- 53(Impflingen, Gertrudenhof), 166m ü. NN
- 54(Rohrbach, Friedhof), 141m ü. NN

3.1 Seismogrammanalyse

Zunächst bestimmt man den Ersteinsatz der P- und S-Wellen. Dazu betrachtet man die gegebenen Seismogramme und stellt zunächst fest, dass immer auf drei Raumrichtungen die Bodenbewegung aufgezeichnet wurde. Die Z-Komponente repräsentiert dabei die vertikale Richtung. Trifft eine Erdbebenwelle senkrecht von unten auf die Station, kann man auf dieser Komponente den Einsatz der P-Welle erkennen, da sie parallel zur Ausbreitungsrichtung schwingt. Darüber hinaus ist der Ersteinsatz auf dieser Komponente an jeder Messstation zeitlich früher als auf den anderen Komponenten, was auf P-Wellen hindeutet, denn diese sind schneller als S-Wellen. Die N- und E-Komponente messen die Bodenbewegung in den beiden horizontalen Richtungen, deshalb kann man aufgrund der Schwingungsrichtung der S-Welle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung dort am besten den Einsatz dieser Wellen beobachten.

Die abgelesenen Einsatzzeiten t_P und t_S der Erdbebenwellen sind in Tabelle 1 im Anhang zu finden, außerdem finden sich dort die Seismogramme, in welchen die von uns gepickten Zeiten der Ersteinsätze zu erkennen sind. Station 44(Durlach) wurde hierbei außer Acht gelassen, was später noch näher erläutert wird.

3.2 Bestimmung der S-Wellen-Geschwindigkeit und Herdzeit

Für das erste von zwei Untergrundmodellen nehmen wir für den Halbraum in der Pfalz, in dem die Wellen sich fortbewegt haben, eine Geschwindigkeit der P-Wellen von $v_p=3\text{km/s}$ an. Die Fehler, welche aus dieser vereinfachenden Annahme resultieren, wollen wir später noch betrachten. Nun geht es aber zunächst darum, v_s zu bestimmen. Dazu nimmt man an, dass $\frac{v_p}{v_s}=\text{const.}$ gilt und nutzt die in Kapitel 2.3.2 gefundene Wadati-Gleichung

$$t_S - t_P = (k - 1) \cdot (t_P - H) = (k - 1) \cdot t_{PL} \quad (13)$$

um das Wadati-Diagramm zu erstellen, welches sich im Anhang in Abb. 5 findet. Dazu haben wir die Einsatzdifferenz $t_S - t_P$ an jeder der sieben Stationen errechnet und diese jeweils gegen die Laufzeit der P-Welle nach Beginn der Aufzeichnungen um 12:10:40

Uhr aufgetragen. Die sieben so erhaltenen Punkte liegen nur ungefähr auf einer Geraden, deshalb muss eine Regressionsgerade so gefunden werden, dass die Summe der Abstände aller Punkte zu dieser minimal wird.

Dieser Schritt wird grafisch durchgeführt, man erhält die in Abb. 5 eingezeichnete Gerade. Die Steigung m berechnet sich aus $m = \frac{1,3}{1,85} = 0,703$.

Da der Term $k - 1$ der Wadati-Gleichung der Steigung m der Geraden entspricht, setzen wir

$$(k - 1) = m = 0,703 \quad (14)$$

$$\rightarrow k = m + 1 = 1,703 = \frac{v_p}{v_s} \quad (15)$$

und erhalten mit $v_p=3\text{km/s}$ für $v_s=1,762\text{km/s}$.

Auch die Herzeit erhalten wir mit diesem Diagramm. Sie entspricht dem Zeitpunkt, an dem die Zeitdifferenz $t_P - t_S$ verschwindet, also dem Schnitt der Geraden mit der x-Achse, wo die Ankunftszeit der P-Welle t_P aufgetragen ist. Da wir in unserem Diagramm für den Ursprung $t_0=12:10:51$ Uhr festgelegt haben und die Regressionsgerade durch den Ursprung verläuft, handelt es sich bei $t_0=12:10:51$ Uhr um die Herzeit H des Nahbebens.

3.3 Hypozentralentfernung

Als nächstes wird für jede Station die Hypozentralentfernung s bestimmt. Dies ist möglich, da in der Formel

$$s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} (t_S - t_P) \quad (16)$$

alle Parameter bekannt sind. Mit $v_p=3\text{km/s}$, $v_s=1,762\text{km/s}$ und den Einsatzdifferenzen $(t_S - t_P)$ der P- und S-Wellen aus Tabelle 1 folgen folgende Werte für s für die Stationen:

- $s_7=19,630\text{km}$
- $s_{22}=7,255\text{km}$
- $s_{50}=5,974\text{km}$
- $s_{51}=8,535\text{km}$
- $s_{52}=10,242\text{km}$
- $s_{53}=7,255\text{km}$
- $s_{54}=9,388\text{km}$

Es ist bereits klar, dass diese Werte mit einem Fehler behaftet sind, da bereits das Ablesen der Ersteinträge eine Fehlerquelle darstellt und darüber hinaus die Annahme, dass der Untergrund nur eine Wellengeschwindigkeit aufweist, falsch ist.

3.4 Lokalisierung des Epizentrums

Für das Sehnungsverfahren werden auf einer Karte drei der Messstationen ausgewählt, welche möglichst kreisförmig um das Epizentrum liegen. Da wir vermuten, dass dieses in der Nähe von Landau liegt, wählen wir die Stationen 22(Bornheim), 53(Impflingen) und 51(Herxheim) aus und zeichnen Kreise mit den Radien $s_{22}=7,255\text{km}$, $s_{53}=7,255\text{km}$ bzw. $s_{51}=8,535\text{km}$ um diese. Dann verbindet man die beiden Schnittpunkte von jeweils zwei Kreisen und erhält durch den Schnittpunkt dieser drei Linien das Epizentrum. Dieses liegt, wie in Abb. 3 zu erkennen, bei den Koordinaten $49^\circ 11,7' \text{ N}$, $8^\circ 9' \text{ E}$. Es ist anzumerken, dass sich für verschiedene Wahlen der Stationen auch unterschiedliche Epizentren ergeben. Dies liegt daran, dass der gefundene Ort des Epizentrums sich immer ideal an die Werte der drei ausgewählten Stationen anpasst während die anderen Stationen vernachlässigt werden.

3.5 Epizentralentfernung

Die Epizentralentfernung Δ findet man, indem die Entfernung zwischen Station und Epizentrum abgemessen und dann im Maßstab 1:200000 umgerechnet wird. Dadurch erhält man im vorliegenden Fall

- $\Delta_7=30,2\text{km}$
- $\Delta_{22}=4,6\text{km}$
- $\Delta_{50}=2,7\text{km}$
- $\Delta_{51}=6,3\text{km}$
- $\Delta_{52}=8,8\text{km}$
- $\Delta_{53}=4,7\text{km}$
- $\Delta_{54}=7,6\text{km}$

3.6 Herdtiefe

Durch den geometrischen Zusammenhang $h^2 + \Delta^2 = s^2$ erhält man für die Herdtiefe h

$$h = \sqrt{s^2 - \Delta^2} \quad (17)$$

und damit

- h_7 : n.a.
- $h_{22}=5,61\text{km}$
- $h_{50}=5,33\text{km}$
- $h_{51}=5,76\text{km}$
- $h_{52}=5,24\text{km}$
- $h_{53}=5,53\text{km}$
- $h_{54}=5,51\text{km}$

Für die Station 7 in Karlsruhe konnte dieser Wert nicht bestimmt werden, da die Epizentralenfernung Δ_7 größer ist als die Hypozentralentfernung s_7 .

Die Herdtiefen variieren aus verschiedenen Gründen. Zunächst ist anzumerken, dass die Stationen eine grundlegende Annahme nicht erfüllen, da sie alle auf unterschiedlichen Höhengniveaus liegen. Dabei handelt es sich zwar um kleine Werte im Vergleich zu den später errechneten Distanzen, dennoch pflanzt sich dieser Fehler fort und trägt so zur Variation der Herdtiefen bei. Außerdem handelt es sich bei der Erdkruste um keinen homogenen Halbraum sondern um ein komplexes System, das die Wellen nicht einfach gradlinig durchlaufen sondern in dem sie an den Bodenschichten mit verschiedenen Brechungsindizes n gebrochen werden und sich außerdem mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten fortbewegen. Bei der Ermittlung des Epizentrums ist darüber hinaus zu beachten, dass man das Epizentrum mit dem Sehnungsverfahren nur für drei Stationen und deren Messwerte ideal festlegt. Wählt man andere Stationen, verschiebt sich das Epizentrum. Im weiteren Verlauf der Rechnung sind deshalb die abgelesenen Epizentraldistanzen Δ sowie die berechneten Herdtiefen h vor allem für die drei ausgewählten Stationen genauer, während bei den anderen Stationen Fehler entstehen können. Auch dies ist ein Grund für die Variation der Herdtiefen.

Bei der Mittelung der Herdtiefen konzentriert man sich normalerweise auf die herdnächsten Stationen, um den Fehler möglichst klein zu halten. Da wir für Station 7(Karlsruhe) keine Herdtiefe berechnen konnten und diese mit Abstand die größte Entfernung zum Epizentrum hat, konzentrieren wir uns nun auf die übrigen sechs Stationen und bilden das arithmetische Mittel h'_1 :

$$h'_1 = \frac{1}{6} \sum_{n=1}^6 h_n = 5,49\text{km} \quad (18)$$

3.7 Laufzeitkurve

Für alle Stationen liegen die Hypozentraldistanz s und die Laufzeiten der P- und S-Wellen vor. Im Abb. 6 im Anhang finden sich die Laufzeitkurven für die Wellen. Wir berechnen den Kehrwert der Steigung der Ausgleichsgeraden, um zu überprüfen, ob die errechneten Geschwindigkeiten mit den in unserem Modell angenommenen übereinstimmen.

Es ergibt sich $\frac{1}{v_p} = \frac{1\text{s}}{2,9\text{km}}$ und damit $v_p=2,9\text{km/s}$, außerdem ist $\frac{1}{v_s} = \frac{1,15\text{s}}{2\text{km}}$ und $v_s=1,739\text{km/s}$. Diese Werte stimmen mit den Modellgeschwindigkeiten $v_p=3\text{km/s}$ bzw. $v_s=1,762\text{km/s}$ annähernd überein, die Abweichung beträgt unter 100m/s . Dies ist hinnehmbar, da die Fehler, welche bei der Herdbestimmung auftreten, um einiges größer sind und deshalb eine Abweichung dieser Größe vertretbar ist.

4 Zweites Geschwindigkeitsmodell

Um eine Verschiebung des Hypozentrums beobachten zu können und Fehlergrößen zu vergleichen, führen wir nun die gesamte Herdbestimmung für ein anderes Untergrundmodell erneut durch. Dabei ist die Vorgehensweise analog zu Kapitel 3 und wird deshalb nicht erneut erläutert.

Nun soll die Geschwindigkeit der P-Wellen $v_p=4\text{km/s}$ betragen.

Die Einsatzzeiten sind gleich wie im vorherigen Modell, daraus erhalten wir das in Abb. 5 gezeigte Wadati-Diagramm und erhalten für die Herdzeit H_2 wieder $H_2= 12:10:51$ Uhr. Für v_s erhalten wir $v_s = \frac{v_p}{1,703}=2,35\text{km/s}$.

Hypozentralentfernung Mit der Formel

$$s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} (t_S - t_P) \quad (19)$$

folgt für die Hypozentralentfernungen in Modell 2

- $s'_7=26,17\text{km}$
- $s'_{22}=9,67\text{km}$
- $s'_{50}=7,96\text{km}$
- $s'_{51}=11,38\text{km}$
- $s'_{52}=13,65\text{km}$
- $s'_{53}=9,67\text{km}$
- $s'_{54}=12,52\text{km}$

Epizentrum In Abb. 4 im Anhang wird das Sehnungsverfahren mit diesen Werten ein zweites Mal durchgeführt. Wir nutzen dazu die Stationen 50, 51 und 52. Man sieht, dass sich das Epizentrum, welches zuvor im Südosten von Landau lag, sich um etwa 3km nach Norden verschoben hat und jetzt bei den Koordinaten $49^\circ 12,9' \text{ N}$, $8^\circ 8,45' \text{ E}$ nordöstlich von Landau liegt.

Epizentralentfernung Durch Ausmessen ergibt sich für die Epizentraldistanzen Δ :

- $\Delta'_7=33,0\text{km}$
- $\Delta'_{22}=3,8\text{km}$
- $\Delta'_{50}=4,6\text{km}$
- $\Delta'_{51}=9,0\text{km}$
- $\Delta'_{52}=11,6\text{km}$
- $\Delta'_{53}=7,0\text{km}$
- $\Delta'_{54}=10,4\text{km}$

Herdtiefe Wie bereits in Modell 1 erhält man die Herdtiefe h über den Satz des Pythagoras:

- h'_7 : n.a.
- $h'_{22}=8,9\text{km}$
- $h'_{50}=6,5\text{km}$
- $h'_{51}=6,9\text{km}$
- $h'_{52}=7,2\text{km}$
- $h'_{53}=6,7\text{km}$
- $h'_{54}=7,0\text{km}$

Man sieht, dass h'_{22} deutlich von den restlichen Werten abweicht. Dies liegt möglicherweise daran, dass beim Sehnungsverfahren diese Station außer Acht gelassen wurde und nun sehr nahe am Epizentrum liegt, aber auch eine große Hypozentralenfernung hat und deshalb die Herdtiefe groß wird. Bei der Berechnung mitteln wir deshalb nur die übrigen sechs Stationen, um den Fehler möglichst klein zu halten. Wir runden auf eine Nachkommastelle, da die Ablesegenauigkeit und vorherige Rundungen keine zweite Nachkommastelle zulassen.

$$h'_2=6,9\text{km}$$

Man sieht bei diesem Modell, dass sich der Erdbebenherd nicht nur auf der Karte sondern auch in der Tiefe verschoben hat und nun etwa 1,5km tiefer liegt als in Modell 1. Dies liegt an der Wahl einer größeren Untergrundgeschwindigkeit.

Laufzeitdiagramm für Modell 2 Wie schon zuvor zeichnet man das Laufzeitdiagramm, um die Richtigkeit der Berechnungen zu überprüfen. Für Modell 2 findet sich dieses im Anhang in Abb. 7. Die aus der reziproken Steigung resultierenden Geschwindigkeiten $v_p=4\text{km/s}$ und $v_s=2,37\text{km/s}$ stimmen mit den Modellgeschwindigkeiten $v_p=4\text{km/s}$ und $v_s=2,35\text{km/s}$ fast genau überein, was die Richtigkeit der Rechnungen bestätigt. Im nächsten Kapitel sollen nun die Fehler, welche im Verlauf der beiden Herdbestimmungen auftreten, analysiert und verglichen werden.

5 Fehlerrechnung

Durch diverse Fehlerquellen werden die bei diesem Versuch berechneten Größen verfälscht. Neben systematischen Fehlern, deren Vorkommen uns in diesem Versuch nicht bekannt ist, treten statistische Fehler wie zum Beispiel Ablesefehler auf. Dabei handelt es sich um zufällige Fehler, welche an dieser Stelle mithilfe einer Fehlerrechnung qualitativ und quantitativ eingeschätzt werden sollen.

5.1 Ablesen der Einsatzzeiten

Das Ablesen der Einsatzzeiten kann mit einer Genauigkeit von etwa einem Millimeter geschehen. Ursache dafür sind die Dicke des Bleistifts sowie ein manchmal unklarer Ersteinsatz. Ein Millimeter entspricht in den Seismogrammen mit kleinem Maßstab einem zeitlichen Fehler von 0,12s und bei dem großen Maßstab 0,09s. Als Mittelwert nehmen wir für $\Delta t_{P/S}$ einen Fehler von 0,1s an. Dies ist ein statistischer Fehler, da er zufällig auftritt.

Vergleicht man diesen Fehler mit dem Fehler in der Zeitzuordnung durch GPS, welcher im Millisekunden-Bereich liegt, fällt auf, dass der Ablesefehler um den Faktor 100 größer ist.

5.2 Signal-Stör-Verhältnis

Ein nicht optimales Signal-Stör-Verhältnis kann dazu führen, dass auf den Seismogrammen der Ersteinsatz der Wellen schwer zu identifizieren ist, weil eine Störung die eigentlichen Erdbebenwellen überlagert. Bei den vorliegenden Seismogrammen fällt lediglich Station 44(Durlach) in dieser Hinsicht auf. Auf der vertikalen Komponente ist es nicht eindeutig, wo der Ersteinsatz liegt und auch die beiden horizontalen Komponenten machen keine sichere Aussage. Da der größtmögliche Fehler beim Ablesen aufgrund dieser Unsicherheiten einige Sekunden betragen kann, damit mehr als zehnmal größer ist als der Fehler auf die restlichen Zeiten und außerdem eventuell sogar größer ist als die absolute Laufzeit, haben wir beschlossen, die Messwerte dieser Station bei der Auswertung nicht zu berücksichtigen. Auch an Station 7(GPI) war der Ersteinsatz vor allem auf der E-Komponente nicht eindeutig abzulesen, dafür ist möglicherweise die große Epizentraldistanz verantwortlich. Wie nehmen an, dass die Welle senkrecht von unten auf die Station trifft, sodass auf den Komponenten die Wellentypen getrennt betrachtet werden können. Je größer jedoch die Epizentralentfernung ist, desto größer ist der Auftreffwinkel der Welle auf die Station zum Lot hin. Dies bedeutet, dass nun die P-Welle auch horizontale Komponenten hat und sich damit die verschiedenen Wellentypen auf den Komponenten überlagern. Auf der N-Komponente der Station war der Einsatz zu erkennen, deshalb wurde dieser für die Auswertung verwendet.

5.3 Fehler auf die Herdzeit

Das manuelle Legen der Ausgleichsgeraden im Wadati-Diagramm ist eine weitere Fehlerquelle, denn die Gerade wird nur durch ungefähres Abschätzen gelegt. Variiert man den Wert der Steigung etwas nach oben oder unten, ist die Lage der Gerade immer noch vertretbar, jedoch erhält man andere Werte für die Herdzeit H als Schnittpunkt der Gerade mit der x-Achse. Diese liegen im Bereich $H \pm 0,2s$, der Fehler ΔH beträgt also 0,2s. Dieser Fehler ist doppelt so groß wie der, welcher beim Ablesen gemacht wurde.

5.4 Fehler auf die Hypozentraldistanz

Die vorhergegangenen Überlegungen machen es möglich, nach der in Kapitel 2.3.5 eingeführten Formel den allgemeinen Fehler Δs auf die Hypozentraldistanz s zu bestimmen. Zur Bestimmung von s nutzen wir den Zusammenhang für die P-Wellen von Laufzeit $t_P - H$, Laufweg s und Geschwindigkeit v_p :

$$s = v_p \cdot (t_P - H) \quad (20)$$

s ist damit abhängig von t_P , v_p und H , was nach Gleichung (12) zu

$$\Delta s = \left| \frac{\partial s}{\partial v_p} \right| \Delta v_p + \left| \frac{\partial s}{\partial t_P} \right| \Delta t_P + \left| \frac{\partial s}{\partial H} \right| \Delta H \quad (21)$$

und somit

$$(t_P - H)v_p + v_p \cdot \Delta t_P + v_p \cdot \Delta H \quad (22)$$

führt. Mit $v_p=3\text{km/s}$, $H=12:10:51$ Uhr, $\Delta t_P=0,1\text{s}$, $\Delta v_p=0,5\text{km/s}$, $\Delta H=0,2\text{s}$ und den Einsatzzeiten t_P für jede Station ergeben sich die allgemeinen Fehler Δs für **Modell 1**:

- $\Delta s_7 = 4,25\text{km}$
- $\Delta s_{22} = 2,30\text{km}$
- $\Delta s_{50} = 1,90\text{km}$
- $\Delta s_{51} = 2,40\text{km}$
- $\Delta s_{52} = 2,55\text{km}$
- $\Delta s_{53} = 2,05\text{km}$
- $\Delta s_{54} = 2,40\text{km}$

Wir nehmen für $\Delta v_p=0,5\text{km/s}$ an, da das homogene Untergrundmodell unzureichend ist und deshalb mit einem hohen Fehler auf v_p gerechnet werden muss. Dadurch werden auch die Werte für Δs groß.

Für **Modell 2** ändert sich in dieser Rechnung nur $v_p=4\text{km/s}$, damit kommt man auf folgende Fehler $\Delta s'$

- $\Delta s'_7 = 4,55\text{km}$
- $\Delta s'_{22} = 2,60\text{km}$
- $\Delta s'_{50} = 2,20\text{km}$
- $\Delta s'_{51} = 2,70\text{km}$
- $\Delta s'_{52} = 2,85\text{km}$
- $\Delta s'_{53} = 2,35\text{km}$
- $\Delta s'_{54} = 2,70\text{km}$

Aufgrund der höheren Ausgangsgeschwindigkeit v_p in Modell 2 sind die absoluten Fehler auf s hier immer um $0,3\text{km}$ größer. Da in Modell 2 aber auch die Hypozentralentfernung s an allen Stationen größer ist, kann man den absoluten Fehler ins Verhältnis mit s setzen und kommt zu der Feststellung, dass der relative Fehler $\frac{\Delta s}{s}$, welcher sich auf diese Art berechnet, in Modell 2 kleiner ist.

5.5 Ablesen der Epizentraldistanzen

Das Ablesen der Epizentralenfernung auf der Karte verliert durch diverse Gründe an Genauigkeit, die größte Fehlerquelle ist das ungenaue Zeichnen der Kreise mit dem Zirkel. Dabei kann zum einen der Mittelpunkt der Kreise nicht exakt bei der Station liegen, zum anderen ist die Dicke der Zirkellinie für Ableseungenauigkeiten verantwortlich. Wir haben in vorliegender Durchführung den Fehler auf Δ auf etwa 0,25cm geschätzt. Für die folgenden Berechnungen gilt $D = \Delta$, damit keine Verwechslungsgefahr besteht mit dem Fehlerzeichen Δ . Der Maßstab der Karte beträgt 1:200000, deshalb entsprechen 0,25cm einer Entfernung von $500\text{m} = \Delta D$. Dieser Fehler ist, verglichen mit den bisher gemachten Fehlern auf s , eher gering.

5.6 Fehler auf die Herdtiefe

Wir berechnen h durch

$$h = \sqrt{s^2 - D^2} \quad (23)$$

als Funktion von s und D . Deshalb gilt nach der Formel für den allgemeinen Fehler (12)

$$\Delta h = \left| \frac{\partial h}{\partial s} \right| \Delta s + \left| \frac{\partial h}{\partial D} \right| \Delta D \quad (24)$$

und nach partiellem Ableiten

$$\Delta h = \frac{1}{\sqrt{s^2 - D^2}} \cdot (s \cdot \Delta s + D \cdot \Delta D) \quad (25)$$

Setzt man in diese Formel die bereits berechneten Fehler Δs und Δh für jede Station ein und benutzt zusätzlich die entsprechenden Werte für s und D aus Tabelle 1, ergibt sich für den Fehler auf die Herdtiefe Δh in Modell 1

- $\Delta h_7 = \text{n.a.}$
- $\Delta h_{22} = 3,38\text{km}$
- $\Delta h_{50} = 2,42\text{km}$
- $\Delta h_{51} = 4,10\text{km}$
- $\Delta h_{52} = 5,82\text{km}$
- $\Delta h_{53} = 3,12\text{km}$
- $\Delta h_{54} = 4,78\text{km}$

In der Fehlerrechnung für Modell 2 nutzt man die Werte für s und D aus Tabelle 2 und die zuvor bestimmten $\Delta s'$, um $\Delta h'$ zu errechnen.

- $\Delta h'_7 = \text{n.a.}$
- $\Delta h'_{22} = 3,04\text{km}$
- $\Delta h'_{50} = 3,05\text{km}$

- $\Delta h'_{51} = 5,06\text{km}$
- $\Delta h'_{52} = 6,22\text{km}$
- $\Delta h'_{53} = 3,93\text{km}$
- $\Delta h'_{54} = 5,59\text{km}$

Wiederum ist es nicht möglich, $\Delta h'_7$ und Δh_7 zu bestimmen, da schon h_7 und h'_7 aufgrund von bereits erläuterten Problemen nicht verfügbar waren.

5.7 Fehleranalyse und -diskussion

Sowohl in Modell 1 auch in Modell 2 treten sehr große Fehler auf die Herdzeit auf (vgl. Kapitel 5.6). Bei Station 52 ist beispielsweise im ersten Modell der Fehler auf h größer als dessen Wert, was einem relativen Fehler $\frac{\Delta h}{h}$ von über 1 entspricht. In fast keinem Fall der beiden Modelle ist der relative Fehler kleiner als die halbe Herdtiefe. Schon der relative Fehler auf die Hypozentraldistanz s ist in beiden Modellen im Bereich von mehreren zehn Prozent und pflanzt sich in der weiteren Rechnung immer weiter fort. Um die größten Fehler zu eliminieren, haben wir wie schon beschrieben zunächst Station 44(Durlach) und dann auch Station 7(GPI, Karlsruhe) aufgrund von sinnlosen Werten außer Acht gelassen. Nun fällt auf, dass der relative Fehler auf h in Modell 1 an Station 52 und 54 besonders hoch ist, was unter anderem an der weiteren Epizentralentfernung der Stationen liegt. Um den Fehler auf die gemittelte Herdtiefe möglichst klein zu halten, schließt man diese Stationen bei der Mittelung aus und erhält als neuen Wert $h' = 5,6\text{km}$.

Für Modell 2 sind die relativen Fehler $\frac{\Delta h}{h}$ auf Station 51, 52 und 54 aufgrund der vergleichsweise großen Epizentralentfernung unverhältnismäßig groß. Bei Station 22 ist die große Abweichung von h_{22} von den anderen Werten damit zu erklären, dass durch das Sehnungsverfahren, in welchem die Station außer Acht gelassen wurde, auf die Werte ein deutlicher Fehler gekommen ist. Um den Fehler auf h'_2 gering zu halten, bleiben nur noch Station 50 und 53 zur Mittelung übrig. Da die Vorgehensweise aber für mindestens drei Stationen ausgelegt ist und ein Mittelwert aus lediglich zwei Stationen von sieben nicht repräsentativ scheint, entscheiden wir uns dazu, den Wert von Station 51 doch noch zu berücksichtigen und erhalten somit das neue arithmetrische Mittel $h'_1 = 6,7\text{km}$.

Beide Werte werden aufgrund des großen Fehlers von h im Kilometerbereich nur noch mit einer Nachkommastelle angegeben, man sieht dass diese Mittelwerte nur geringfügig im Vergleich zum allgemeinen Fehler von den in Kapitel 3.6 und 4 aus allen Stationen ermittelten Mittelwerten abweichen.

Erklären lassen sich die großen Fehler auf h durch ein vereinfachtes, falsches Untergrundmodell. Für ein exakteres Modell wären die Fehler auf s und h deutlich geringer. Dazu sind jedoch umfangreiche Messungen von Nöten, welche die genaue Untergrundstruktur bis in mehrere Kilometer Tiefe zeigen, was eine enorme Datenmenge bedeutet. Im Umfang dieser Auswertung stehen uns solche Informationen jedoch nicht zur Verfügung. Ungenau ablesen, grafische Abschätzungen(Ausgleichsgerade) und Rundungen sind weitere Fehlerquellen, wie bereits in diesem Kapitel erläutert wurde.

6 Interpretation

Eine Expertenkommission hat sich bereits 2010 mit der Auswertung dieser Daten beschäftigt. Ziel der Untersuchung war, zu überprüfen, ob das Erdbeben durch ein Geothermiekraftwerk bei Landau verursacht wurde. Dabei wurde der Erdbebenherd tatsächlich unter dem Geothermiekraftwerk lokalisiert und liegt den Berechnungen zufolge zwischen 2,3 und 3,3km Tiefe [3]. Dem Expertenteam standen hoch entwickelte Mittel zur Verfügung, die die Genauigkeit solcher Auswertungen optimieren sollen, während wir den Erdbebenherd ohne technische Hilfsmittel durch einfache Rechnungen bestimmt haben. Deshalb ist klar, dass unsere Werte an die Genauigkeit dieser Herdbestimmung nicht heran kommen können. Durch große Fehler Δh von bis zu 6km ist uns so gut wie keine Aussage über die Herdtiefe und das Epizentrum möglich, jedoch ist anzumerken, dass der Bereich in 2-3km Tiefe auch durch den Fehler auf unsere Werte abgedeckt wurde. Ein Weg, die Genauigkeit der Auswertung zu verbessern, ist, im Rahmen unserer Möglichkeiten genauere Untergrundinformationen auszuwerten und ein realistischeres Modell zu entwickeln. Durch die beiden in diesem Protokoll berücksichtigten Untergrundmodelle sieht man deutlich, dass die Wahl der Ausgangsgeschwindigkeit einen enormen Einfluss auf die Lage des Epizentrums und die Herdtiefe hat, deshalb ist es für genaue Ergebnisse besonders wichtig, ein möglichst gute Annäherung an die tatsächlichen Gegebenheiten zu erreichen.

7 Fazit

Durch diesen Versuch wird klar, durch welche Annahmen bei der Auswertung von Seismogrammen die Ergebnisse der Herdbestimmung variieren. Außerdem sieht man, dass aufgrund von großen Fehlern in unseren Rechnungen aussagekräftige Schlussfolgerungen gegenüber den Experten kaum möglich sind, da die Auswertung einen höheren Arbeitsaufwand und mehr Präzision erfordert als es uns möglich ist. Dennoch hat der Versuch gezeigt, dass mit einfachen Mitteln ein Hypozentrum grob lokalisiert werden kann und gibt uns ein Grundverständnis für die Seismik.

8 Literaturverzeichnis

- [1] J. Bartlakowski, K.-P. Bonjer, E. Gottschämmer, O. Heidbach, S. Heider, S. Kirschner, D. Kuhn, J. Ritter, J. Mann, M. Spinner, B. Wawerzinek and F. Wenzel, Skript Geophysikalische Laborübungen, Karlsruher Institut für Technologie, Oktober 2014
- [2] <http://www.geo.de/GE0lino/natur/wie-entstehen-erdbeben-62942.html>
- [3] http://www.lgb-rlp.de/fileadmin/cd2009/images/content/endbericht_landau/Landau_Endbericht_101103_corr.pdf

9 Anhang

- Tabelle 1: Herdbestimmung für Modell 1
- Tabelle 2: Herdbestimmung für Modell 2
- Abbildung 3: Sehnverfahren Modell 1
- Abbildung 4: Sehnverfahren Modell 2
- Abbildung 5: Wadati-Diagramm
- Abbildung 6: Laufzeitkurven Modell 1
- Abbildung 7: Laufzeitkurven Modell 2
- Abbildung 8-15: Seismogramme der Stationen

Abbildungsverzeichnis

1	Anwendung Sehnverfahren, Quelle: [1], Abb. 4.7	7
2	Geometrische Zusammenhänge bei einem Nahbeben, Quelle: http://www.dgeb.eu/files/Bilder/Wirkungskette_Erdbeben_Bild_1.jpg	7

10 Erklärung

Wir versichern wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Änderungen übernommen wurde.

Regina Beckmann

Miriam Schwarz

Karlsruhe, den 16.12.2014