

Aufgabe 1: Relativistische Mechanik (4 Punkte)

Im CERN in Genf ist der derzeit größte Ringbeschleuniger in Betrieb. Dort werden Protonen auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und Proton-Proton Kollisionen untersucht.

- Berechnen Sie die totale relativistische Energie und die kinetische Energie (in GeV) von Protonen bei einer Geschwindigkeit von 99,999% der Lichtgeschwindigkeit. Wie groß ist dabei ihr Impuls?
- Skizzieren Sie in einem Diagramm den Verlauf der totalen relativistischen Energie als Funktion der Geschwindigkeit für ein Teilchen, welches von null auf (nahezu) Lichtgeschwindigkeit beschleunigt wird. Kennzeichnen Sie die Beiträge der Ruheenergie und der kinetischen Energie. Tragen Sie auch den Verlauf der kinetischen Energie im klassischen Fall (Newton'sche Mechanik) ein.

Aufgabe 2: Potentialtopf (6 Punkte)

Ein Elektron ist in einem eindimensionalen Kastenpotential (Potentialtopf) der Breite a mit unendlich hohen Wänden gefangen.

- Charakterisieren Sie die für das Elektron möglichen Wellenfunktionen durch seine de-Broglie-Wellenlänge λ_n und den entsprechenden Wellenzahlen k_n . Geben Sie die Energie des Elektrons in Abhängigkeit der Wellenzahl k_n an.
- Nehmen Sie nun eine reelle Wellenfunktion an und zeigen Sie, dass diese eine Lösung der stationären Schrödinger-Gleichung für den Potentialtopf ist. Berechnen Sie die Energiewerte E_n (in eV) für die untersten drei Zustände für $a = 1$ nm.
- Skizzieren Sie die Wellenfunktionen Ψ_n und deren Betrags-Quadrat $|\Psi_n|^2$ für die untersten drei Zustände.
- Welche Bedeutung haben Ψ_n und $|\Psi_n|^2$ (nur kurze Erklärung)?

Aufgabe 3: Wasserstoff-Atom (5 Punkte)

Bei der Berechnung des Wasserstoff-Atoms mit der Schrödinger-Gleichung findet man, dass die 2s- und 2p-Zustände entartet sind.

- Beschreiben Sie mit Hilfe von Skizzen die entsprechenden Wellenfunktionen Ψ_{nlm} und deren Betragsquadrate $|\Psi_{nlm}|^2$.
- Was ist Entartung? Durch welchen Effekt wird die Entartung z.T. aufgehoben? Welche Zustände bleiben entartet?
- Wie kann die Entartung noch weiter aufgehoben werden?

Hinweis: Die Wechselwirkung mit dem Kern (Proton) soll nicht betrachtet werden.

Aufgabe 4: Röntgenstrahlung (5 Punkte)

Ein Metall wird mit Elektronen beschossen, die eine Beschleunigungsspannung von $U = 50$ kV durchlaufen haben. Dabei entsteht auf zwei verschiedene Arten Röntgenstrahlung.

- Skizzieren Sie als Funktion der Wellenlänge die typische Intensitätsverteilung der Strahlung $I(\lambda)$ und benennen Sie die beiden Anteile der emittierten Strahlung.
- Erklären Sie kurz, wie diese beiden Anteile entstehen und wie sie jeweils von U abhängen. Welche Bedeutung hat die dabei auftretende Grenzwellenlänge und welchen Wert hat sie?

Aufgabe 5: Festkörperphysik (4 Punkte)

- Skizzieren Sie die Temperatur-Abhängigkeit der molaren spezifischen Wärme eines isolierenden, kristallinen Festkörpers. Welchen funktionalen Verlauf hat man bei sehr tiefen Temperaturen und welchen, qualitativ und quantitativ, bei hohen Temperaturen?
- Skizzieren Sie die Dispersionsbeziehung für die Gitterschwingung eines eindimensionalen Kristalls mit ein-atomiger Basis. Was bedeutet „1. Brillouin-Zone“?
- Welche Annahmen in Abweichung von b) liegen der Debye-Theorie zugrunde?

Aufgabe 6: Kernphysik (4 Punkte)

- Berechnen Sie die Bindungsenergie (in MeV) pro Nukleon in einem α -Teilchen.
- Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Bindungsenergie pro Nukleon für die Elemente des Periodensystems als Funktion ihrer Massenzahl und erklären Sie damit die Freisetzung von Energie bei der Kernspaltung.
- Welche Rolle spielt der quantenmechanische Tunneleffekt beim α -Zerfall?

Nützliche Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} m_{0e} &= 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (Ruhemasse des Elektrons)} \\ m_{0p} &= 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg (Ruhemasse des Protons)} \\ m_{0n} &= 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg (Ruhemasse des Neutrons)} \\ m_{0\alpha} &= 6,646 \cdot 10^{-27} \text{ kg (Ruhemasse des } \alpha\text{-Teilchens)} \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s (Lichtgeschwindigkeit im Vakuum)} \\ h &= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js (Plancksches Wirkungsquantum)} \\ e &= 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As (Elementarladung)} \end{aligned}$$

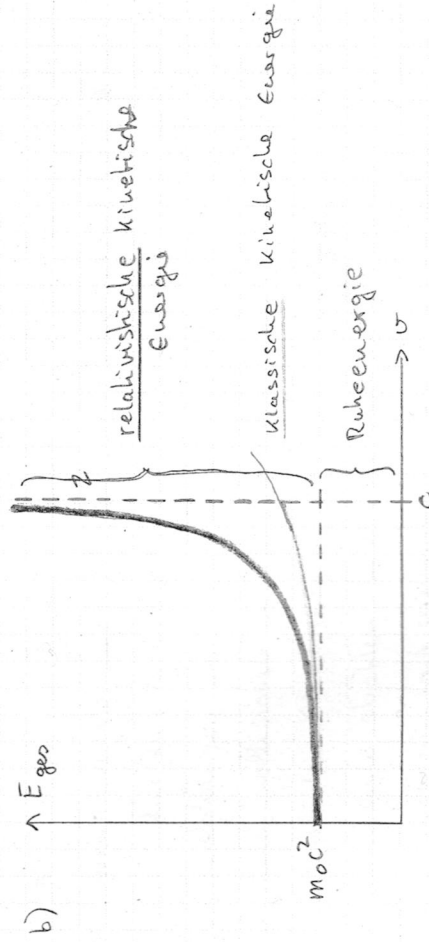
1.) a) $E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (0,99999)^2}}$

$E = 223,6 \text{ m}_0 c^2 = 3,367 \cdot 10^{-8} \text{ J} = 210,2 \text{ GeV}$

$E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_0 \rightarrow E_{\text{kin}} = E_{\text{ges}} - E_0$

$E_{\text{kin}} = (223,6 - 1) m_0 c^2 = 222,6 m_0 c^2 = 209,2 \text{ GeV}$

Impuls: $p = mv = \frac{m_0 0,99999 \cdot c}{\sqrt{1 - (0,99999)^2}} = 1,12 \cdot 10^{-16} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$



2) Potentialtopf

a) de Broglie-Wellenlänge $\lambda_n = \frac{2a}{n}$

Wellenzahl: $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = n \frac{\pi}{a}$

Energie: $E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$

b) $\psi_n(x) = A_0 \sin(k_n x) = A_0 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right)$
 $\frac{\partial^2 \psi_n(x)}{\partial x^2} = -\frac{n^2 \pi^2}{a^2} A_0 \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right)$

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x^2} + V(x) \psi_n = E_n \psi_n$

$\psi = 0$ außerhalb des Potentialtopfs; $V = 0$ innerhalb

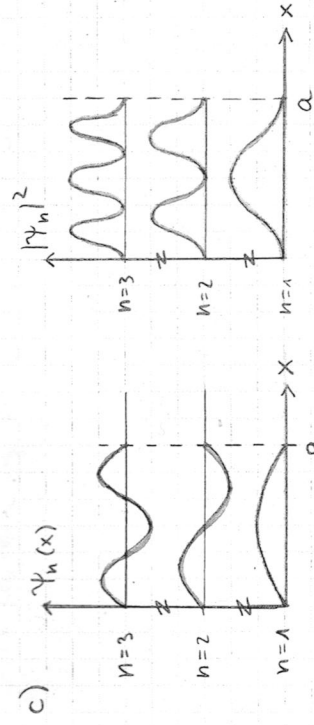
$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m} \frac{n^2 \pi^2}{a^2} \psi_n(x) = E_n \psi_n(x)$

$\Rightarrow E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 = \frac{h^2}{8ma^2} n^2$

$a = 1 \text{ nm} \Rightarrow E_1 = 6,025 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,376 \text{ eV}$

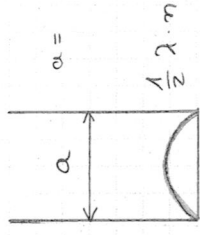
$E_2 = E_1 \cdot 2^2 = 1,504 \text{ eV}$

$E_3 = E_1 \cdot 3^2 = 3,385 \text{ eV}$



d) $\psi_n \hat{=}$ keine unmittelbare physikalische Bedeutung

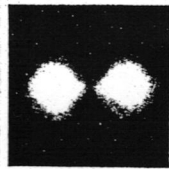
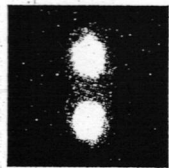
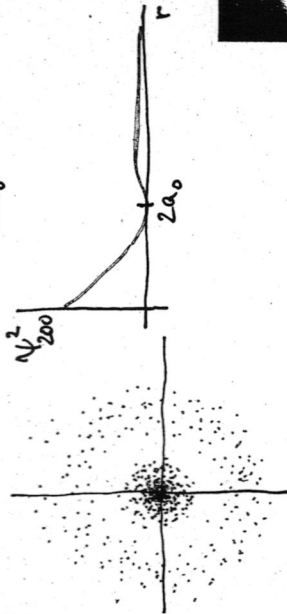
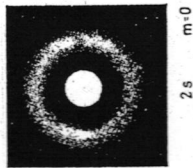
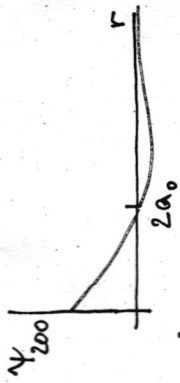
$|\psi_n|^2 \hat{=}$ Wahrscheinlichkeit, das e^- an einem bestimmten Ort (im Längenintervall dx) zu finden



3.) a) nur skizzieren gefragt

- $n=2, l=0, m=0$, 2s-Zustand

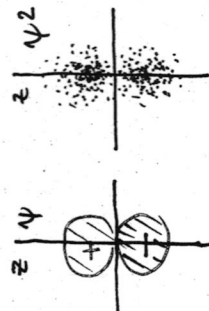
$$\psi_{200} = C_{200} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \quad \text{Kugelsymmetrisch}$$



- $n=2, l=1, m=0$

$$\psi_{210} = C_{210} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos\theta$$

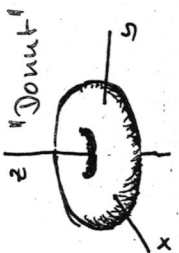
ungerade in z !



- $n=2, l=1, m=\pm 1$

$$\psi_{21\pm 1} = C_{21\pm 1} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin\theta e^{\pm i\phi}$$

Drehimpuls $\propto \hbar m$



6.) a) Bindungsenergie = Massendefizit $\cdot c^2$

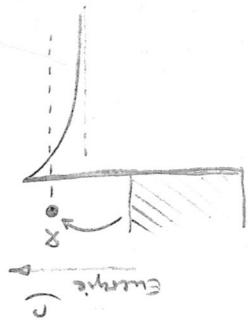
$$E_{B\alpha} = (2m_p + 2m_n - m_{\alpha}) \cdot c^2 = 5 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 4.5 \cdot 10^{-12} \text{ Nm}$$

$$E_{B\alpha} = 28.125 \text{ MeV} \quad (1 \text{ Nm} = 1 \text{ Vs} = 1 \text{ VAs})$$

$$\bar{E}_{B\alpha} \text{ pro Nukleon} = 7 \text{ MeV}$$



Die Kerne bei der Spaltung enthalten mittleren Kern haben eine größere Bindungsenergie als der schwere ursprüngliche Kern. Die leichteren Nukleonen gehen in einen für sie energetisch niedrigeren Zustand und Energie wird freigesetzt



im Kern entsteht kurzzeitig ein α -Teilchen, das durch einen Tunnelprozess den Potentialwall des Kernpotentials durchdringen kann

3.)

b) Entartung: Zwei oder mehr Zustände eines quantenmechanischen Systems existieren zur selben Energie;

Aufhebung der Entartung zwischen 2s und 2p durch

$$\text{Spin-Bahn-Kopplung } (\vec{J} = \vec{L} + \vec{S})$$

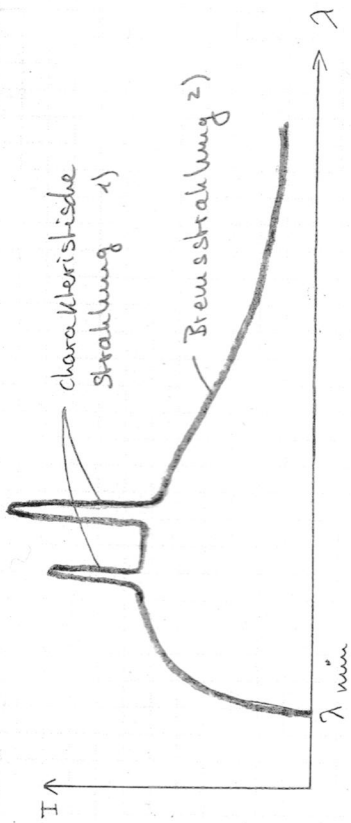
2p-Zustände bleiben entartet

c) Aufhebung der Entartung im magnetischen Feld möglich (Zeeman-Effekt)

$$2p: m_l = \pm 1, 0 \text{ im Feld aufgespalten}$$

(auch im elektrischen Feld möglich)

4.)

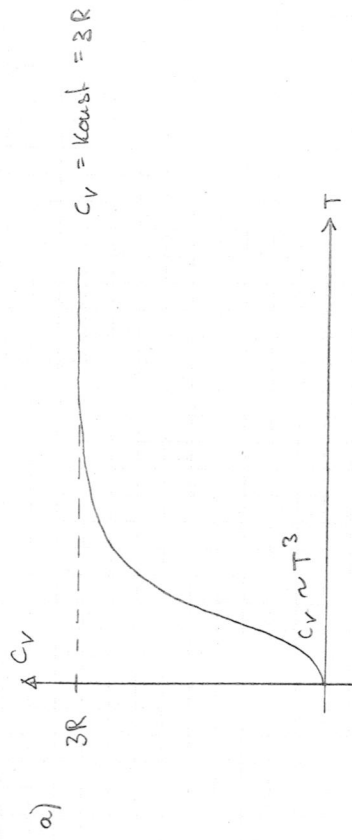


- b) 1) Auftreffende, hochenergetische Elektronen können tief liegende Elektronen des Metallatoms anregen (z.B. aus K-Schale).
- Diese Zustände werden von höher liegenden Elektronen (z.B. aus L-Schale) wieder besetzt. Dabei wird Röntgenstrahlung mit für das Atom charakteristischen Wellenlängen emittiert, unabhängig von U .
- 2) Durch Kollisionen mit den Metallatomen werden die auftreffenden Elektronen abgebremst. Beschleunigte (geladene) Ladungen strahlen elektromagnetische Strahlung ab (breites Spektrum, fast unabhängig von der Metallart).
- $\lambda_{\min} \hat{=} \nu_{\max} \hat{=} \text{höchste Photonenenergie, wenn gesamte kinetische Energie } \frac{1}{2} m v^2 = eU \text{ des auftreffenden Elektrons in ein einziges Photon übertragen wird.}$

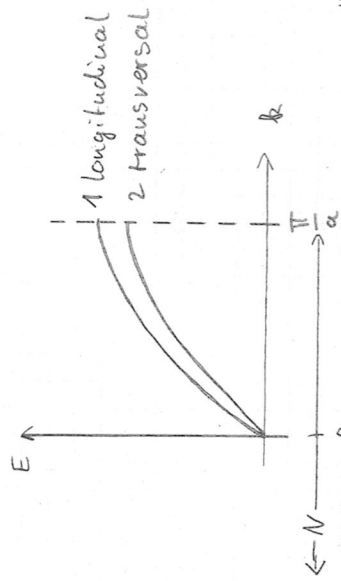
$$eU = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6} \text{ Vm}}{50 \cdot 10^3 \text{ V}} = 0,0248 \text{ nm}$$

5.)



b)



1.32 : außerhalb können keine neuen Moden mehr angeregt werden

- c) 1) elastisches Kontinuum
- 2) Begrenzung der Zahl der Moden (auf 3N)

Ergebnisse der Klausur zur Modernen Physik für Geophysiker und Meteorologen vom 30.07.2014

Matrikelnummer	Ergebnis
1733908	1,7
1733215	1,7
1732756	2,7
1731128	5,0
1731026	3,0
1731004	1,3
1724598	2,3
1724474	1,7
1724156	Rücktritt
1724021	2,3
1723346	4,0
1693423	2,0
1693365	2,3
1693149	3,7
1686519	2,3
1681990	4,0
1599782	3,0
1592214	3,3

Note 4,0 und besser ist bestanden.

Rücktritt: Studierende, die sich ordnungsgemäß von der Klausur abgemeldet haben

NE: Studierende, die sich ordnungsgemäß zur Klausur angemeldet haben, aber nicht erschienen sind, werden mit 5,0 bewertet.

Möglichkeit zur Einsichtnahme in die Klausur ist am Freitag, den 1.8.2014, von 14h bis 15h in Raum 3-1.

Die nächste Klausur zur Modernen Physik (Geo/Met) ist am 8.10.2014. Näheres wird noch bekannt gegeben.