Übungen zur Vorlesung Moderne Physik für Lehramtskandidaten, Geophysiker, Meteorologen und Ingenieurpädagogen	
Sommersemester 2023 Prof. D. Hunger, M.Sc. J. Hessenauer	**Fakultät für Physik** Physikalisches Institut

Übungsblatt Nr. 1
Größenordnungen und Mathematische Grundlagen

Ausgabe: 19.04.2023 Besprechung: 25.04.2023

Aufgabe 1: Energieeinheiten Eine typische Einheit für Energien in der Atom-/Kern-/Teilchenphysik ist das Elektronvolt (eV). Ein eV ist die (kinetische) Energie, die ein Elektron gewinnt, wenn es mit einer Spannung $U = 1\,\mathrm{V}$ beschleunigt wird. **[2P]**

a) Wieviel Joule (J) sind ein eV? ($e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$)

b) Nach Einstein gilt $E = mc^2$. Wie groß sind die Massen des Elektrons und des Protons in eV/c^2? ($m_e = 9.1 \times 10^{-31}$kg, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$kg)

Aufgabe 2: Längeneinheiten und Größordnungen Die typische Größenordnung von Atomdurchmessern liegt bei ca. 10^{-10}m = 1Å, die des Kerndurchmessers liegt bei 1 fm. **[2P]**

a) Geben Sie das Verhältnis von Atomvolumen zu Kernvolumen an.

b) Aus wievielen Atomlagen besteht ungefähr eine 5 cm dicke Tischplatte?

c) Ein Tropfen Öl (V = 1 mm^3) breitet sich in einer einatomigen Schicht auf einer Wasseroberfläche aus. Welche Fläche bedeckt das Öl?

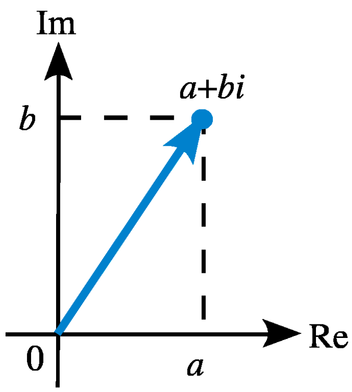
d) Flüssiges Helium (Atomgewicht $4u$, $1u$=1.66 $\cdot 10^{-27}$ kg) hat die Dichte $\rho_{He_{fl}} = 0.13\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Schätzen Sie den Radius eines He-Atoms unter der Annahme ab, dass die kugelförmigen Atome den Raume zu 74% ausfüllen.

Aufgabe 3: Taylorsche Reihenentwicklung Mit einer Taylorreihe wird eine glatte Funktion $f(x)$ in der Nähe einer Stelle a durch eine Potenzreihe angenähert:

$$f(x;a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2}(x-a)^2+\frac{f'''(a)}{6}(x-a)^3+\ldots \quad (1)$$

Entwickeln Sie die Funktionen $\sin(x)$ und $\cos(x)$ bis $n=5$ in eine Taylorreihe um die Stelle $a=0$. Entwickeln Sie die Exponentialfunktion e^x ebenfalls um $a=0$. **[3P]**

Aufgabe 4: Komplexe Zahlen in Polardarstellung Komplexe Zahlen erweitern den Zahlenbereich der reellen Zahlen so, dass die Gleichung $x^2+1=0$ lösbar wird. Hierzu wird eine neue Zahl i mit der Eigenschaft $i^2=-1$ eingeführt. Die Zahl i wird als imaginäre Einheit bezeichnet. Die Zahlen $b \cdot i$ mit $b \in \mathbb{R}$ heißen imaginäre Zahlen. Als komplexe Zahlen bezeichnet man alle Zahlen, die sich in der Form $a+b \cdot i$ schreiben lassen, wobei wiederum $a, b \in \mathbb{R}$. Sie bestehen also aus einem *Realteil* a und einem *Imaginärteil* b. Die Menge der komplexen Zahlen wird mit $\mathbb{C}$ bezeichnet. Die Menge der komplexen Zahlen lässt sich durch eine Ebene, die von einer reellen Achse (Re) und einer imaginären Achse (Im) aufgespannt wird, darstellen:



a) Illustrieren Sie anhand obiger Skizze, dass sich die komplexe Zahl $z=a+i \cdot b$ in Polardarstellung als $z=r(\cos\phi + i \sin\phi)$ schreiben lässt. **[0.5P]**

b) Die Eulersche Formel verbindet die trigonometrischen Funktionen mit der komplexen Exponentialfunktion in folgender Weise: $\exp(ix) = \cos x + i \cdot \sin x$. Machen Sie diesen Zusammenhang mit Hilfe einer Taylorentwicklung plausibel. **[2P]**

c) Schreiben Sie die Zahlen $1, i$ und $-i$ mit Hilfe der $\exp(i\phi)$ Darstellung. **[0.5P]**

Weitere Informationen und Updates zur Vorlesung/Übung finden Sie auch hier:
`https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2093879&client_id=produktiv`