

**Übungen zur Vorlesung Moderne Physik für Lehramtskandidaten,
Geophysiker, Meteorologen und Ingenieurpädagogen**

Sommersemester 2023

Prof. D. Hunger, M.Sc. J. Hessenauer

Fakultät für Physik

Physikalisches Institut

**Übungsblatt Nr. 3
Spezielle Relativitätstheorie**

Ausgabe: 01.05.2023

Besprechung: 9.05.2023

Aufgabe 1 Relativistische Mechanik

- a) Zeigen Sie, dass für kleine Geschwindigkeiten die relativistische Formel für die kinetische Energie in die klassische Formel übergeht. [1P]
- b) Wie groß ist die Ruheenergie eines Elektrons? Auf welche Geschwindigkeit muss man das Elektron beschleunigen, um seine Gesamtenergie zu verdoppeln? [0.5P]
- c) Stößt ein Proton, dessen Geschwindigkeit kleiner als ein Zehntel der Lichtgeschwindigkeit ist (kann als nichtrelativistisch betrachtet werden), gegen ein ruhendes Proton, so fliegen die beiden Protonen unter einem Winkel von 90° auseinander. Zeigen Sie dies mit den klassischen Erhaltungssätzen für den Impuls und für die kinetische Energie. Ist das stoßende Proton relativistisch, so ist der Winkel kleiner als 90° . Erklären Sie dies qualitativ. [1P]
- d) Wie ist die Gesamtenergie E eines Teilchens mit seinem Gesamtimpuls p und seiner Ruheenergie E_0 verknüpft? Zeigen Sie, dass sich E und p unter Lorentztransformationen ändern, E_0 jedoch nicht. [1P]

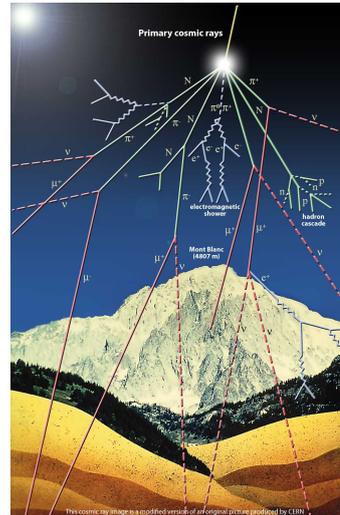
Aufgabe 2 Relativistische Addition von Geschwindigkeiten: Ein Inertialsystem I bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit $v = 0.9c$ relativ zu einem Beobachter B2. Ein Beobachter B1 (in I) hat eine Kugel abgefeuert die sich nun aus seiner Sicht mit konstanter Geschwindigkeit $v_k = 0.3c$ bewegt.

- a) Leiten sie mit Hilfe der Lorentztransformation die Formel für die relativistische Geschwindigkeitsaddition her. Wie schnell ist die Kugel aus Sicht von B2 wenn sie entgegen der Bewegungsrichtung von I abgefeuert wurde? Wie schnell wenn sie in Bewegungsrichtung von I gefeuert wurde? [1.5 P]
- b) Welche Ergebnisse hätte eine nicht-relativistische Betrachtung ergeben (Galilei-Transformation)? [0.5P]

Aufgabe 3 Doppler-Effekt: Eine Wasserstofflinie im Spektrum des Spiralnebels Hydra wird auf der Erde mit einer Wellenlänge von 475 nm beobachtet, während man die entsprechende Linie in einem Laborversuch auf der Erde (bei ruhender Quelle) mit einer Wellenlänge 394 nm beobachtet. (Solche Linien entstehen durch die Emission oder Absorption von Licht in einem schmalen Wellenlängenbereich bei elektronischen Übergängen in Atomen (oder Molekülen). Die entsprechenden Wellenlänge ist dabei charakteristisch für den Übergang.) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Nebel und in welche Richtung? [1P]

Aufgabe 4: Myonen in der kosmischen Strahlung

Auf die Erdatmosphäre prasselt ein konstanter Strom von geladenen Teilchen ein, die sogenannte kosmische Strahlung. Diese Teilchen bestehen zum überwiegenden Teil aus Protonen. In der oberen Atmosphäre können diese Protonen mit Luftmolekülen (N_2 oder O_2) wechselwirken. In diesen Wechselwirkungen entsteht eine Vielzahl von sekundären Teilchen, am häufigsten Pionen π . Geladene Pionen π^\pm zerfallen entsprechend der Zerfallskette $\pi \rightarrow \mu\nu_\mu$ in ein Myon und ein Myon-Neutrino. Das Myon ist ein Elementarteilchen, das in vielen Eigenschaften dem Elektron ähnelt, jedoch eine etwa 200-mal größere Masse besitzt. Die mittlere Lebensdauer von Myonen im Ruhesystem beträgt $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s.



Dies bedeutet, dass nach der Zeit τ nur noch $1/e$ der ursprünglichen Zahl von Myonen vorhanden ist, bzw. dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Myon noch nicht zerfallen ist $1/e$ beträgt ($e = 2.718\dots =$ Eulersche Zahl). Das Myon zerfällt entsprechend der Zerfallskette $\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu$ in ein Elektron, ein Elektron-Neutrino und ein Myon-Neutrino. Ohne Zeitdilatation sollten Myonen, die sich mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bewegen, damit nach einer Strecke von $c \cdot \tau = 658$ m zerfallen sein. Berechnen Sie die tatsächliche Flugstrecke für ein Myon mit einer Energie von $E = 100$ GeV. Dies entspricht $\gamma = 943$. Können solche Myonen am Erdboden nachgewiesen werden? (Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Erdatmosphäre etwa 500 km hoch ist.) [2P]

Aufgabe 5 Quantelung der elektrischen Ladung - Der Millikan-Versuch Ein Öltropfen ($m = 3.5 \times 10^{-12}$ g, $\rho = 0.95$ g/cm³) schwebt zwischen den Platten eines Kondensators mit dem Plattenabstand $d = 0.5$ cm bei einer Spannung zwischen den beiden Platten von $U = 214$ V

- Vernachlässigen Sie die Auftriebskraft: Wie viel Elementarladungen trägt der Öltropfen? [0.5P]
- Mit welcher Geschwindigkeit würde es in Luft ohne elektrisches Feld sinken ($\eta_{\text{Luft}} = 1.828 \times 10^{-5}$ Ns/m²)? Hinweis: Die Stokesche Reibungskraft einer Kugel mit Radius r ist $F_R = 6\pi\eta r v$. Vernachlässigen Sie weiterhin die Auftriebskraft. [0.5P]
- Welche Spannung muss am Kondensator angelegt werden, damit der Tropfen mit der in b) errechneten Geschwindigkeit steigt? Vernachlässigen Sie weiterhin die Auftriebskraft. [0.5P]