Übungen zur Vorlesung Moderne Physik für Lehramtskandidaten, Geophysiker, Meteorologen und Ingenieurpädagogen	
Sommersemester 2023 Prof. D. Hunger, M.Sc. J. Hessenauer	**Fakultät für Physik** Physikalisches Institut

Übungsblatt Nr. 5
Bohrsches Atommodell und Wellenfunktionen

Ausgabe: 15.05.2023 Besprechung: 23.05.2023

Aufgabe 1 Bohrsches Atommodell

Das Bohrsche Atommodell ist ein erster wichtiger Schritt zu einem neuen Atombild. Dabei bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen mit quantisiertem (also festem, nur für bestimmte Werte erlaubtem) Radius um den Atomkern. Betrachten Sie die gebundene periodische Bewegung eines Elektrons im Coulombpotential eines Protons. Der Radius $R = a_0 = 0.053\,\mathrm{nm}$ der kreisförmigen Bahnbewegung wird erster Bohrscher Radius genannt.

a) Berechnen Sie anhand des Bohrschen Atommodells die Umlaufzeit T eines Elektrons im Lithiumion Li^{2+} auf der Bahn des Energieniveaus n=2. **[0.5P]**

b) Ein Elektron, das sich auf einer kreisförmigen Bahn bewegt, ist einem elektrischen Kreisstrom äquivalent. Wie groß ist dieser Strom I? **[0.5P]**

c) Welches Magnetfeld B erzeugt das Elektron am Ort des Kerns?
(Hinweis: Das Biot-Savart-Gesetz beschreibt das Magnetfeld das durch einen Kreisstrom erzeugt wird.) **[0.5P]**

d) Alle bisherigen Rechnungen beruhen auf der klassischen Elektrodynamik. In welcher Hinicht widerspricht aber das Bohrsche Atommodell direkt den Erwartungen aus der klassischen Elektrodynamik? **[0.5P]**

Aufgabe 2: Die Heisenbergsche Unschärferelation

a) Ein Elektron bewege sich in x-Richtung mit der Geschwindigkeit $v_x = 3,6 \cdot 10^6 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Die Geschwindigkeiten streuen (Gauss-förmig) um 1%. Mit welcher maximalen Genauigkeit können wir gleichzeitig seine Position bestimmen? **[0.5P]**

b) Welche Aussagen können wir über die Bewegung in y-Richtung treffen? **[0.5P]**

c) Sie versuchen mal wieder Fussball zu spielen und sind Torwart. Ein gegnerischer Spieler versucht, den Fußball an Ihnen vorbei ins Tor zu schießen. Sie erfassen die Geschwindigkeit des Balls ($m_F = 0.43\,\mathrm{kg}$) blitzschnell zu $v = 40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ mit einer Genauigkeit von 1% und hechten nach dem Ball. Der Ball geht rein. Kann die zugehörige Ortsungenauigkeit des Balls dazu geführt haben, dass Sie den Ort des Balls nicht gut genug abschätzen konnten? **[0.5P]**

Aufgabe 3: De-Broglie-Wellenlänge

a) Welche kinetische Energie hat ein Proton, wenn die Wellenlänge der ihm zuzuordnenden Welle den Wert $\lambda = 9.04 \times 10^{-4}\,\mathrm{nm}$ hat? Lohnt es sich, bei dieser Energie relativistisch zu rechnen? **[0.5P]**

b) Betrachten Sie nun an Stelle des Protons ein Elektron mit einer De-Broglie-Wellenlänge von $\lambda = 9.04 \times 10^{-4}\,\mathrm{nm}$. Ist hier eine relativistische Rechnung sinnvoll? Welche kinetische Energie hat das Elektron? **[0.5P]**

c) Berechnen Sie die Wellenlänge eines Photons mit Energie $E = 2\,\mathrm{eV}$ und Ihre De-Broglie-Wellenlänge, wenn Sie mit dem Fahrrad den Turmberg herunterfahren. (Hinweis: Nehmen Sie (halbwegs) realistische Werte für Gewicht und Geschwindigkeit an). **[0.5P]**

Aufgabe 4: Materiewellen

a) Einem freien Elektron wird keine unendlich ausgedehnte Welle, sondern ein endliches Wellenpaket zugeordnet. Warum? **[0.5P]**

b) Ein solches Wellenpaket entsteht durch die Überlagerung von unendlich ausgedehnten Sinuswellen mit unterschiedlicher Wellenlänge. Erinnern Sie sich an die Definition der Begriffe Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit und Dispersion. Was erwarten Sie allgemein für die Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets (Keine Rechnung)? **[0.5P]**

c) Ein freies nichtrelativistisches Elektron der Energie $E = 1/2 m v_e^2$ wird allgemein durch ein kontinuierliches Wellenpacket der Form $\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk A(k) \exp\left(i(\omega(k)t - kx)\right)$ beschrieben. Wie hängt die Gruppengeschwindigkeit $v = d\omega(k)/dk$ von v_e ab? (Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $E = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m}$ gilt und damit $\omega = \frac{hk^2}{4\pi m}$.) **[1P]**

Aufgabe 5: Wellenfunktion und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten

Die Wellenfunktion $\Psi(r)$ eines Teilchens in einem eindimensionalen Problem sei

$$\Psi(r) = N \frac{e^{ip_0 r/\hbar}}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

wobei a, p_0 reele Parameter und N die Normierungskonstante ist.

a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N **[2P]**

b) Sie messen den Ort r des Teilchens. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das Teilchen im Intervall $[-a/\sqrt{3}, a/\sqrt{3}]$? **[1P]**

Weitere Informationen und Updates zur Vorlesung/Übung finden Sie auch hier:
`https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2093879&client_id=produktiv`