

Übungen zur Vorlesung Moderne Physik für Lehramtskandidaten,  
Geophysiker, Meteorologen und Ingenieurpädagogen

Sommersemester 2023  
Prof. D. Hunger, M.Sc. J. Hessenauer

Fakultät für Physik  
Physikalisches Institut

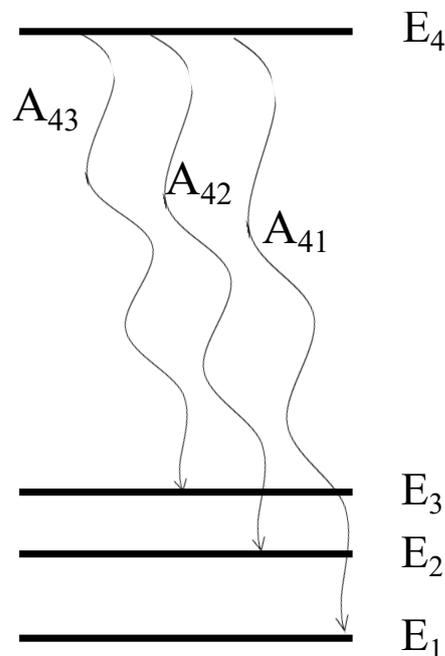
Übungsblatt Nr. 10  
Licht-Materie-Wechselwirkung und Quantenstatistik

Ausgabe: 26.06.2023

Besprechung: 04.07.2023

Aufgabe 1: Spontane und stimulierte Emission

- a) Erläutern Sie den Unterschied zwischen “stimulierter Emission” und “spontaner Emission”. [1.5P]
- b) Ein angeregter Zustand  $E_4$  zerfällt durch spontane Emission in einen von drei energetisch tiefer liegenden Zuständen  $E_1, E_2, E_3$ . Die dazugehörigen Raten sind  $A_{41} = 30 \frac{1}{s}$ ,  $A_{42} = 200 \frac{1}{s}$  und  $A_{43} = 50 \frac{1}{s}$ . Was ist die mittlere Lebenszeit des angeregten Zustands? [0.5P]



- c) Was ist die natürliche Linienbreite der Spektrallinien des Übergangs  $E_{41}$ ? [0.5P]

- d) Warum sind die Raten  $A_{41}, A_{42}, A_{43}$  unterschiedlich? Durch welche physikalische Größe sind die Übergangsraten bestimmt? [0.5P]

### Aufgabe 2: Laser

- a) Beschreiben Sie kurz in eigenen Worten das Funktionsprinzip eines Lasers. Welche Bedingung muss für das Lasing zwingend erfüllt sein und welche Anforderung ergibt sich daraus an die Energieniveaustruktur eines Lasers? Skizzieren Sie die relevanten Energieniveaus und Übergänge. [1P]
- b) Das oberste Energieniveau eines Drei-Niveau-Lasers habe eine Energie von  $E_2 = 2.0 \text{ eV}$  über dem Grundzustand. Wie ist dieses Niveau bei Raumtemperatur ( $T = 300 \text{ K}$ ) bzw. bei  $T = 1000 \text{ K}$  allein durch die thermische Besetzung im Vergleich zum Grundzustand bevölkert? [0.5P]
- c) Nennen Sie drei charakteristische Eigenschaften, in denen sich das Licht eines Lasers von einer herkömmlichen Lichtquelle ("Glühbirne") unterscheidet. [0.5P]
- d) Eine 50-Watt-Glühbirne habe einen Wirkungsgrad von  $\eta = 10\%$  und strahle in alle Richtungen gleich ab. Neben der Glühbirne steht ein Laser mit der Strahlleistung von  $1 \text{ W}$  und einem Strahldurchmesser von  $1 \text{ mm}$ . Berechnen Sie die Leistungsdichte von Glühbirne und Laser in  $3 \text{ m}$  Entfernung bei senkrechter Einstrahlung. (Hinweis: Nehmen Sie anstelle des tatsächlichen Gaußprofils für den Laser ein kreisförmiges Strahlprofil mit konstanter Leistungsdichte an und vernachlässigen Sie die Strahldivergenz.) [0.5P]
- e) Ein Helium-Neon-Laser emittiert kontinuierlich Licht mit der Wellenlänge  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  und einer Ausgangsleistung von  $4 \text{ mW}$ . Wie viele Photonen verlassen den Laser pro Sekunde? [0.5P]
- f) Ein Helium-Neon-Laser hat eine Frequenzstabilität von  $\Delta\nu/\nu = 8 \cdot 10^{-14}$  bei  $\lambda = 1153 \text{ nm}$ . Dies bedeutet, dass die Frequenz der emittierten Photonen innerhalb des angegebenen Frequenzbereichs liegt. Die sich ergebende Frequenzunschärfe der Photonen führt dazu, dass die emittierte Strahlung nur über eine endliche Länge kohärent, d.h. in diesem Fall phasengleich ist. Berechnen Sie aus den Angaben die sogenannte Kohärenzzeit  $\Delta t = 1/\Delta\nu$  und die zugehörige Kohärenzlänge. [0.5P]

### Aufgabe 3: Quantenmechanik und statistische Physik

- a) Sie haben 3 Teilchen und 2 Zustände. Wie viele mögliche Konfigurationen ergeben sich für klassische Teilchen, Bosonen und Fermionen? Wie viele mögliche Konfigurationen ergäben sich für  $n$  Teilchen und  $m$  Zustände? (In dieser Teilaufgabe müssen keine Spinzustände für Fermionen berücksichtigt werden, das heißt gehen Sie davon aus das es wirklich nur zwei mögliche Zustände gibt.) [1P]
- b) Was versteht man in der Physik unter dem Begriff "Zustandsdichte"? [0.5P]
- c) Geben sei ein klassisches Gas mit konstanter Zustandsdichte  $D(E) = C$ . Geben Sie die Energieverteilung  $n(E)$  der Teilchen dieses Gases an. [0.5P]
- d) Sechs Fermionen oder sechs Bosonen sind im Potenzial eines eindimensionalen quantenmechanischen harmonischen Oszillators gefangen. Skizzieren Sie die Energielevel

- und zeichnen Sie für beide Teilchensorten die Besetzung der Niveaus bei der Temperatur  $T = 0$  ein. Wo liegt in Ihrer Skizze die Fermi-Energie? **[0.5P]**
- e) In der Vorlesung wurde die Bose-Einstein-Verteilung und die Fermi-Dirac-Verteilung eingeführt. Skizzieren Sie beide Verteilungen für  $T = 0$  und  $T > 0$ . Welche Eigenschaft quantenmechanischer Teilchen führt zu den unterschiedlichen Verteilungen verglichen mit der Boltzmann-Verteilung? Welche Eigenschaft von Fermionen führt dazu, dass sich die Verteilungen von Fermionen und Bosonen unterscheiden? (Stichworte genügen) **[0.5P]**
- f) Die Zustandsdichte für ein Fermion der Masse  $m$ , das in einem dreidimensionalen Kastenpotenzial im Volumen  $V$  eingeschlossen ist, lautet

$$D(E) = \frac{V}{h} 2\pi(2m)^{3/2} \sqrt{E}. \quad (1)$$

Skizzieren Sie die Besetzung der Zustände  $n(E)$  für  $T = 0$  und  $T > 0$  relativ zur Fermienergie. **[0.5P]**