

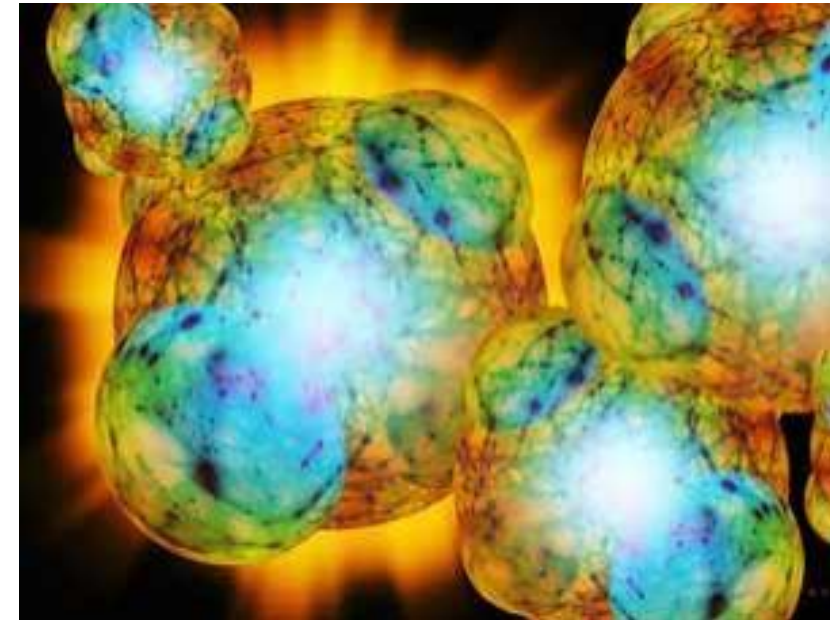
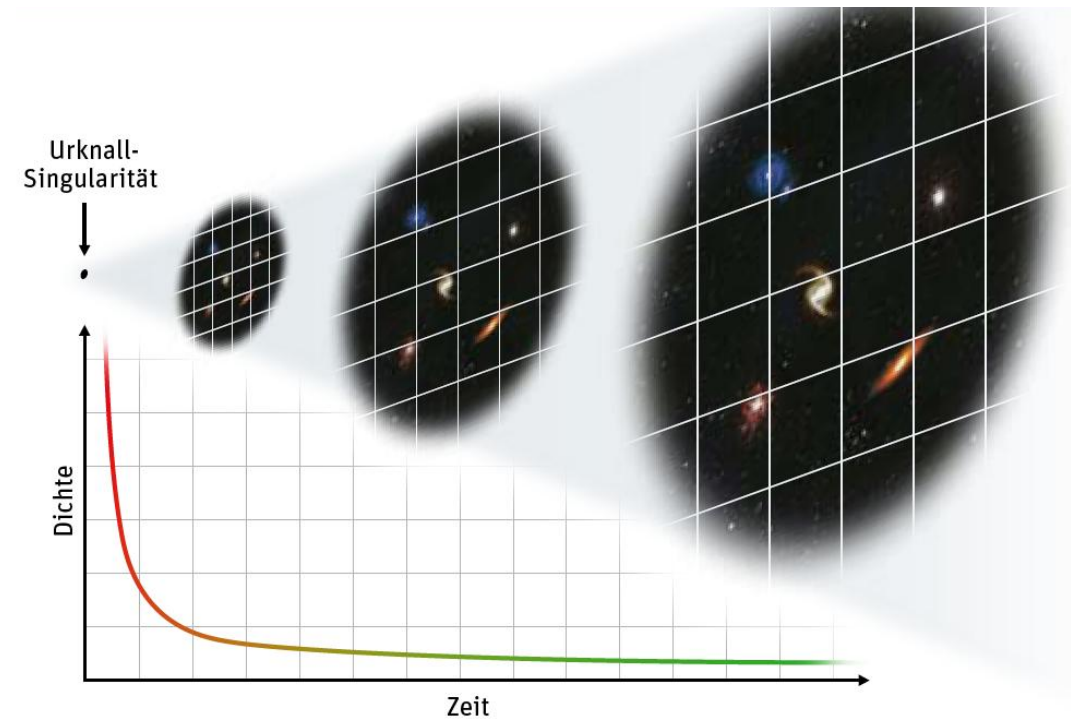
Astroteilchenphysik – I

Wintersemester 2012/13
Vorlesung # 2, 25.10.2012

Guido Drexlin, Institut für Experimentelle Kernphysik

Frühes Universum

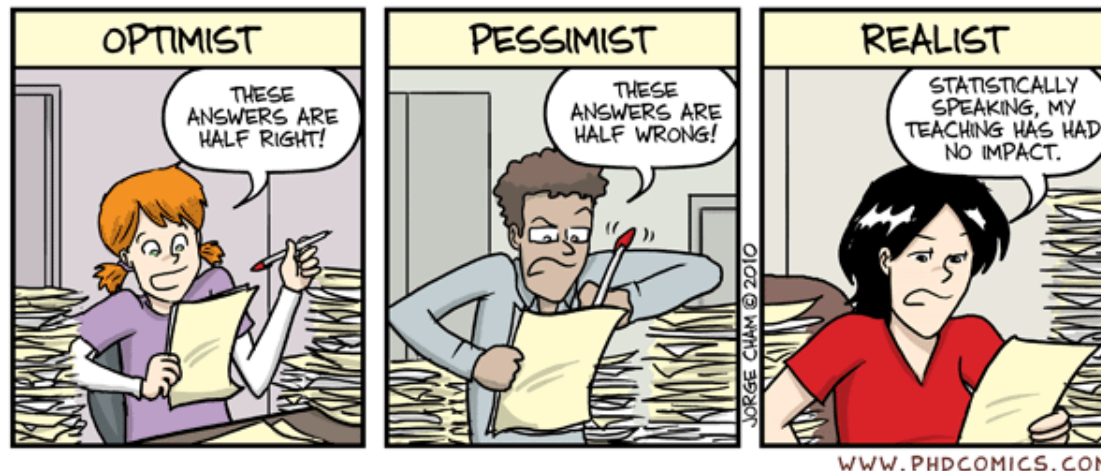
- Hubble-Expansion
- Urknall: Grundlagen
- Expansionsdynamik: $a(t)$ & Zustandsgleichungen
- Friedmann-Lemaître Gleichung - I



Übungen ATP-I: 2 Übungsgruppen (jeweils 2-wöchiger Turnus)

- bisher 35 Anmeldungen, wir streben an 17.5 + 17.5 Studierende
- Gruppe II für Studierende, die am Mi. Praktikumstermin haben
- **Gruppe I:** **Mi. 14:00-15:30** Ort: kleiner HS B
- **Gruppe II:** **Mi. 08:00-09:30** Ort: SR 8.2
- Thomas Thümmeler (thomas.thuemmler@kit.edu)
- Stefan Görhardt (stefan.goerhardt@kit.edu)
- Stefan Groh (stefan.groh@kit.edu)

GRADER TYPES



Übungen zur Astroteilchenphysik

1. Übungsblatt
Bearbeitung bis Mi. 31.10.2012

1. Entfernung Erde - Mond:

Während der Mondmissionen wurde auf dem Mond ein System von Retroreflektoren installiert, der aus 10x10 Spiegeln von jeweils 3,8cm Durchmesser besteht. Mithilfe der Methode der Laufzeitmessung von Laserpulsen kann die Entfernung zum Mond mittlerweile mit Millimetergenauigkeit bestimmt werden. Eine der Messkampagnen wird am

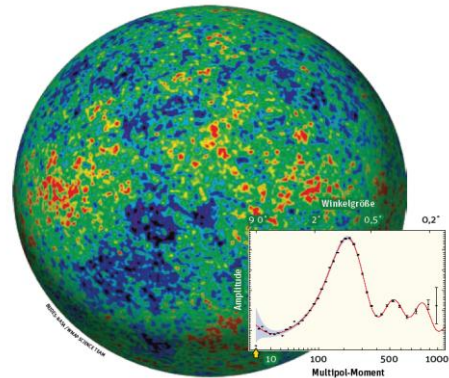
a) Bestimmer

WS 12/13
24.10.2012

Astroteilchenphysik: kosmische Evolution

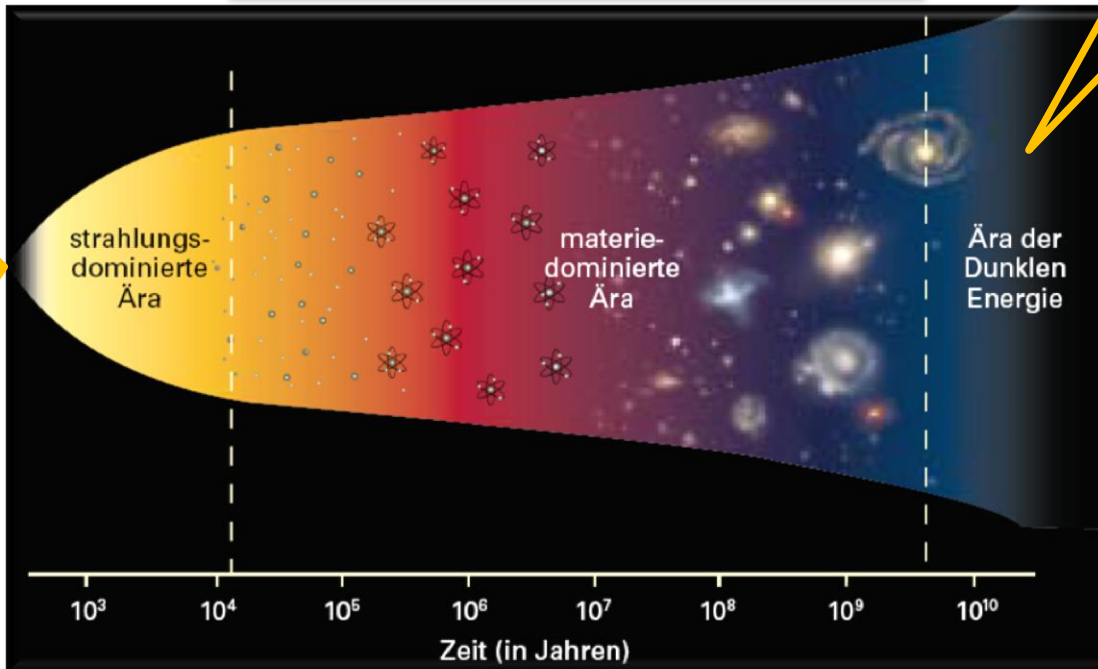
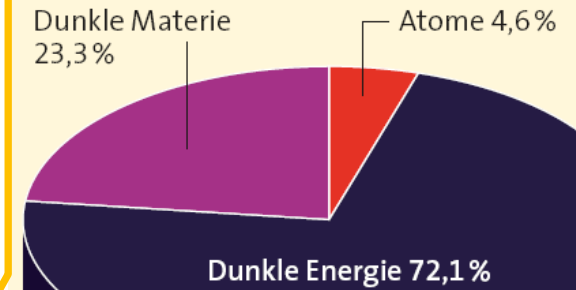
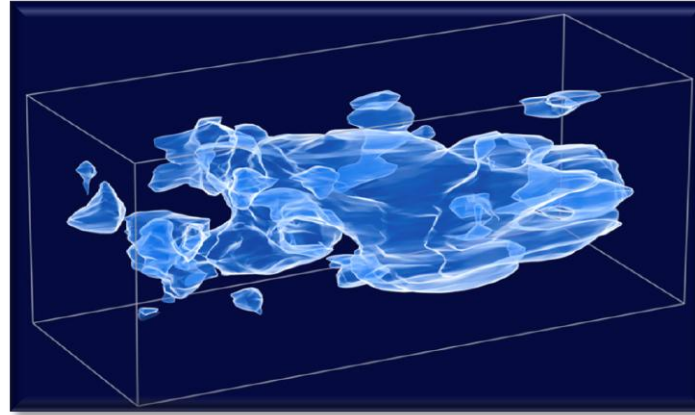


- **4 Epochen des Universums:** quantendominiertes – strahlungsdominiertes – materiedominiertes – Λ -dominiertes Universum



CMB

dunkle
Materie



Quanten-
gravitation



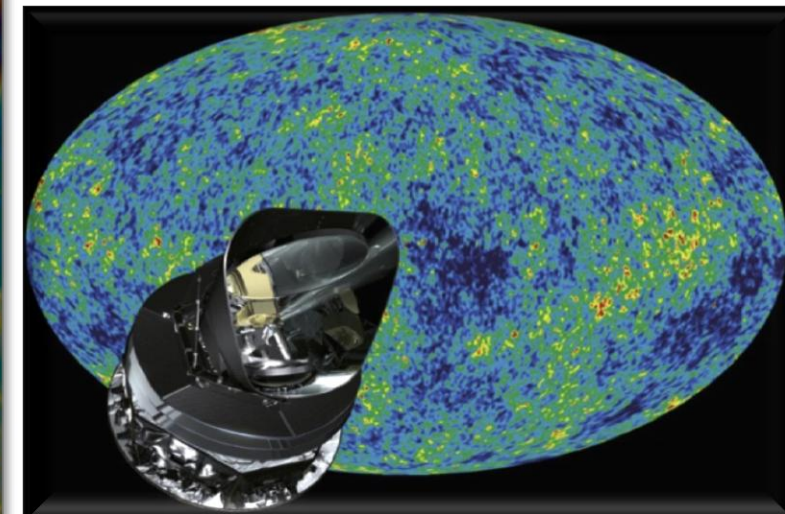
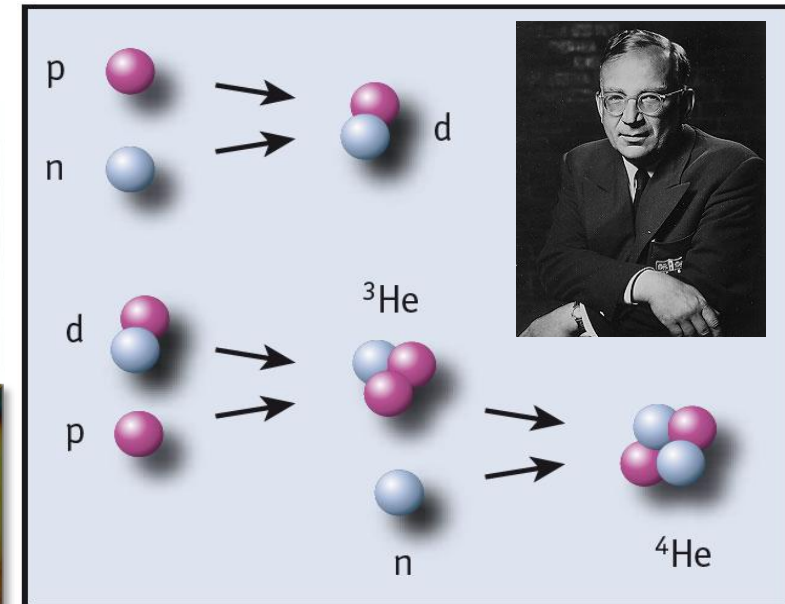
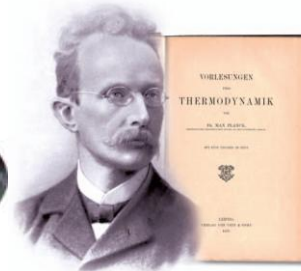
Supernovae Ia

2. Frühes Universum

2.1 Primordiale Nukleosynthese

2.2 Kosmische Hintergrundstrahlung (CMBR)

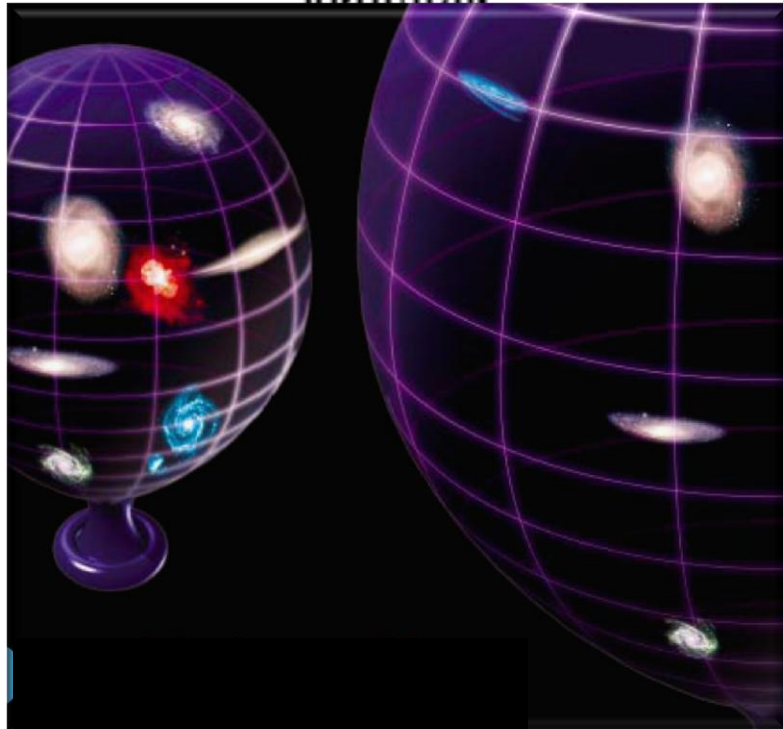
$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$



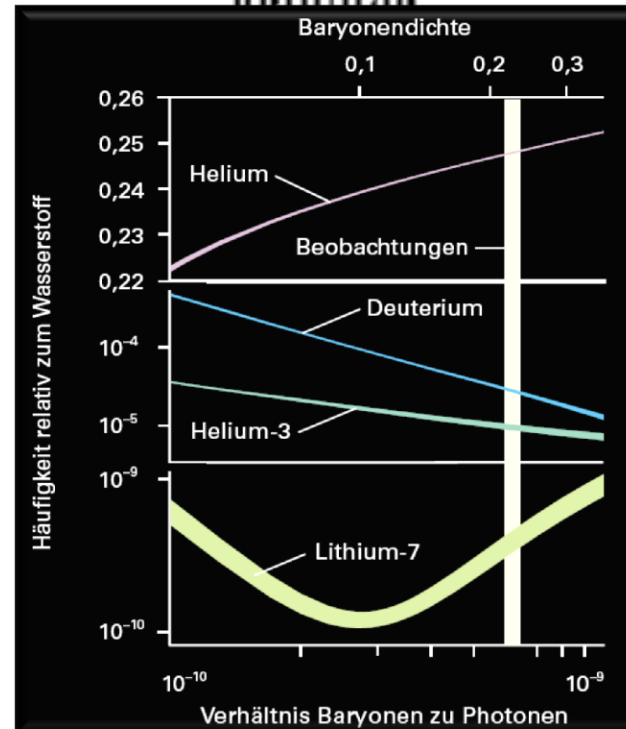
Die 3 Säulen des Urknall Modells



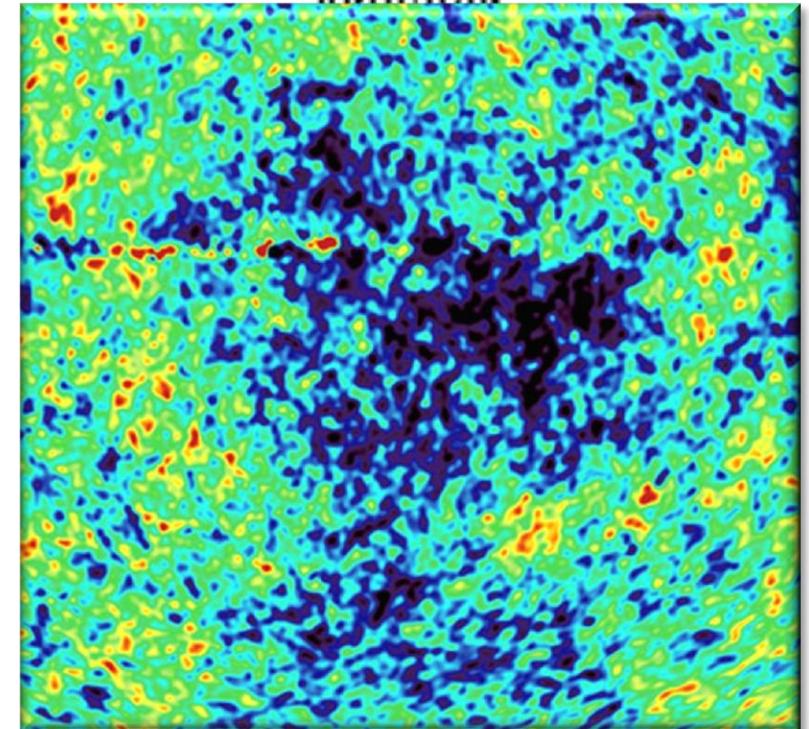
Die 3 Säulen des Urknall Modells



Hubble-Expansion



Nukleosynthese



3K Hintergrundstrahlung

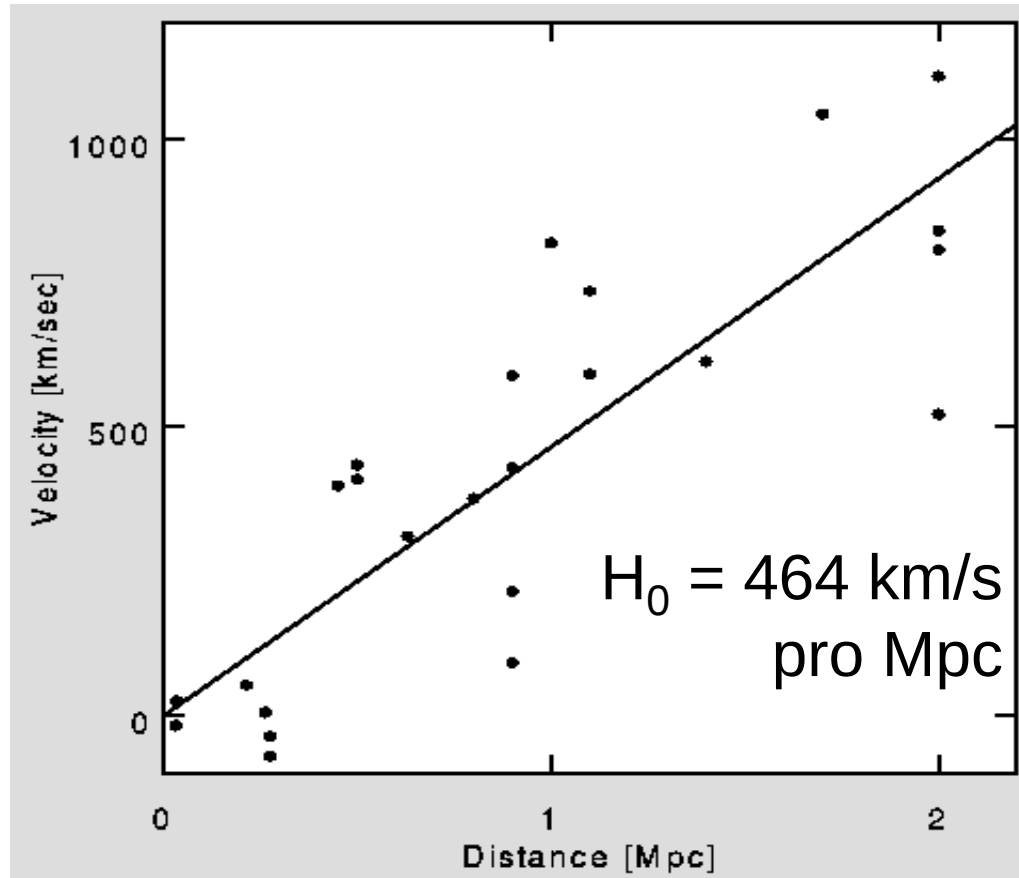
Hubble – Expansion des Universums

- **1929:** E. Hubble untersucht Spektrallinien entfernter Galaxien am 100-inch Mount-Wilson Teleskop: Rotverschiebung z
Fluchtgeschwindigkeit v **linear** abhängig von Entfernung r

$$v = H_0 \cdot r$$



Edwin Hubble (1889-1953)



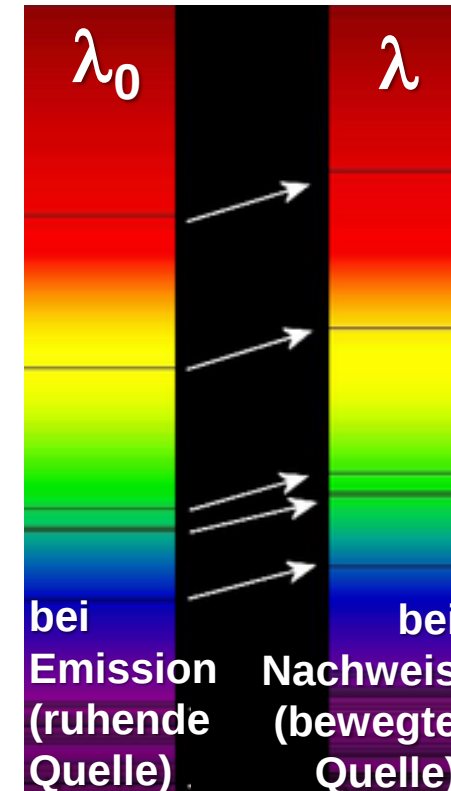
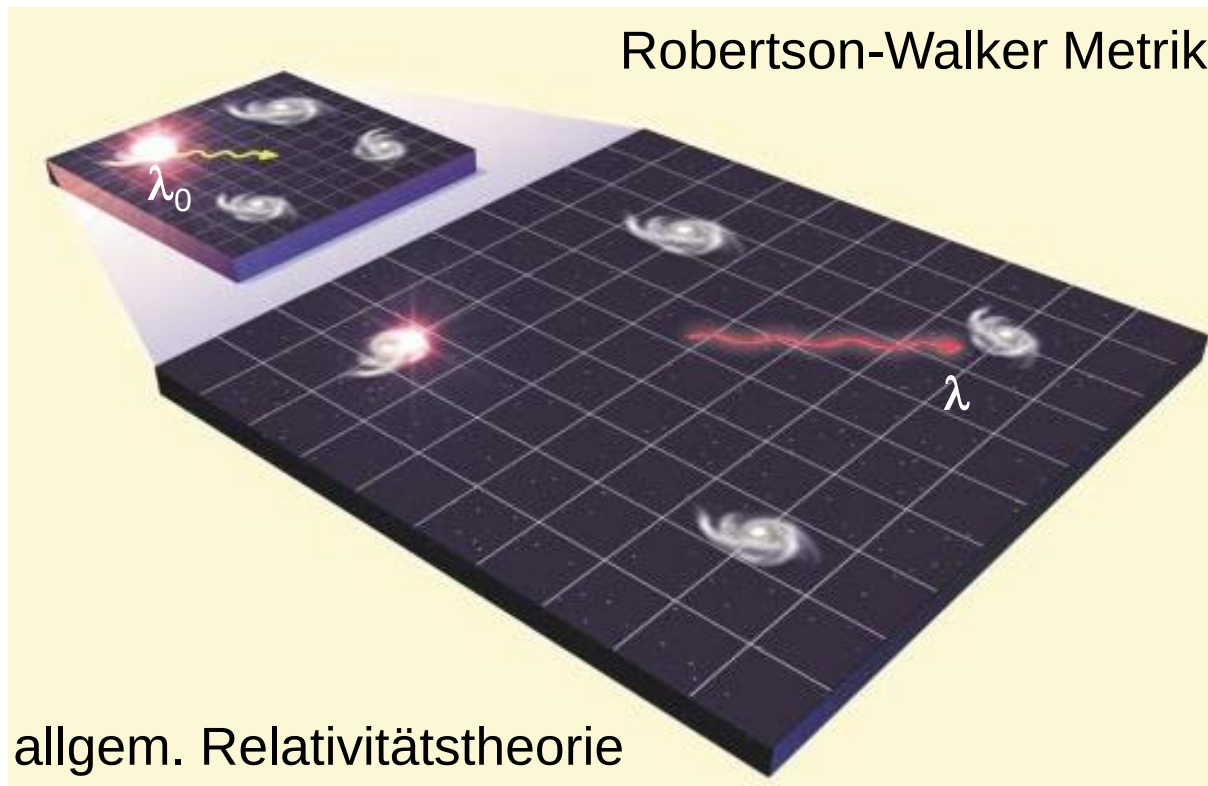
heute:
M31 Spektrallinien
($d = 0.8$ Mpc)
sind blauverschoben (!)

Originalpublikation
E. Hubble (1929)

Hubble – Expansion: Rotverschiebung z

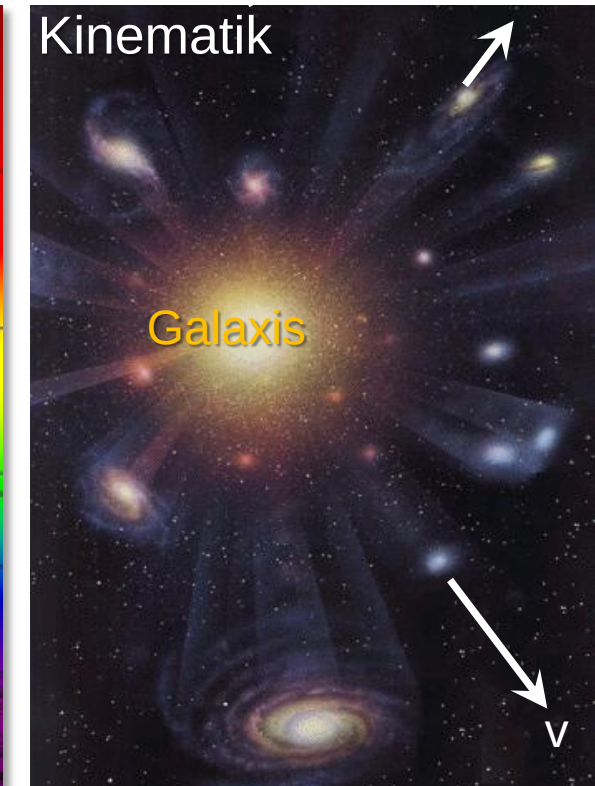
- klassische (inkorrekte!) Interpretation: **Rotverschiebung z** entsteht durch relativistische ‘Dopplerverschiebung’ entlang Beobachter-Sichtlinie

$$\text{Rotverschiebung } z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \iff 1 + z = \frac{\lambda}{\lambda_0} \iff 1 + z = \sqrt{\left(1 + \frac{v}{c}\right) / \left(1 - \frac{v}{c}\right)}$$



Sonne

BAS11



‘Fluchtgeschwindigkeit v ’

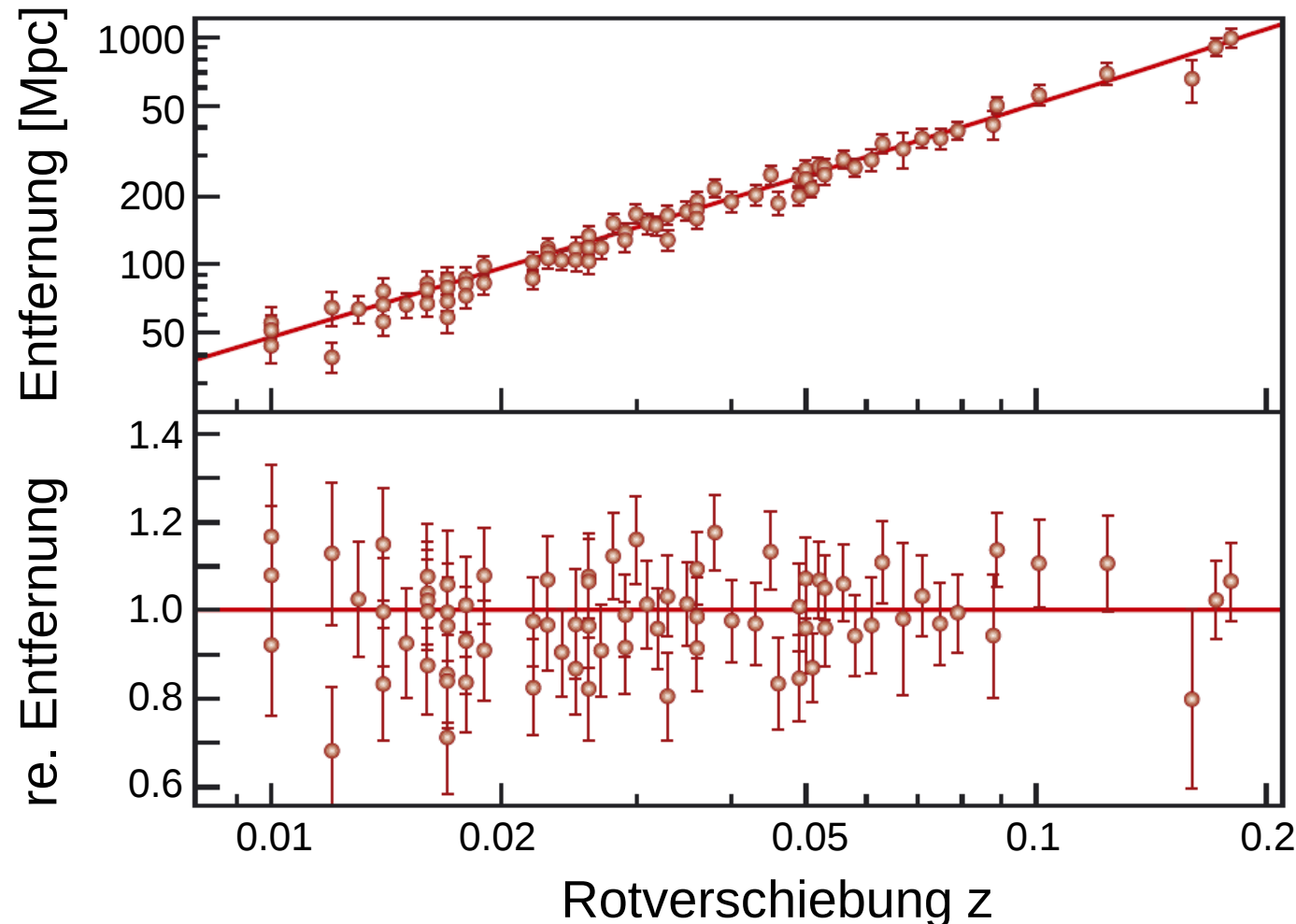
Expansion der Raumzeit $\rightarrow$ Rotverschiebung

Messung der Hubblekonstanten H_0

- heutiger experimenteller Mittelwert für die Hubble-Konstante H_0
(HST, Chandra-Mission, SNaE,...)

$$H_0 = (72 \pm 3_{\text{stat}} \pm 7_{\text{syst}}) \text{ km/s Mpc}^{-1}$$

$$\text{mit } H_0 = h \cdot 100 \text{ km/s Mpc}^{-1}$$



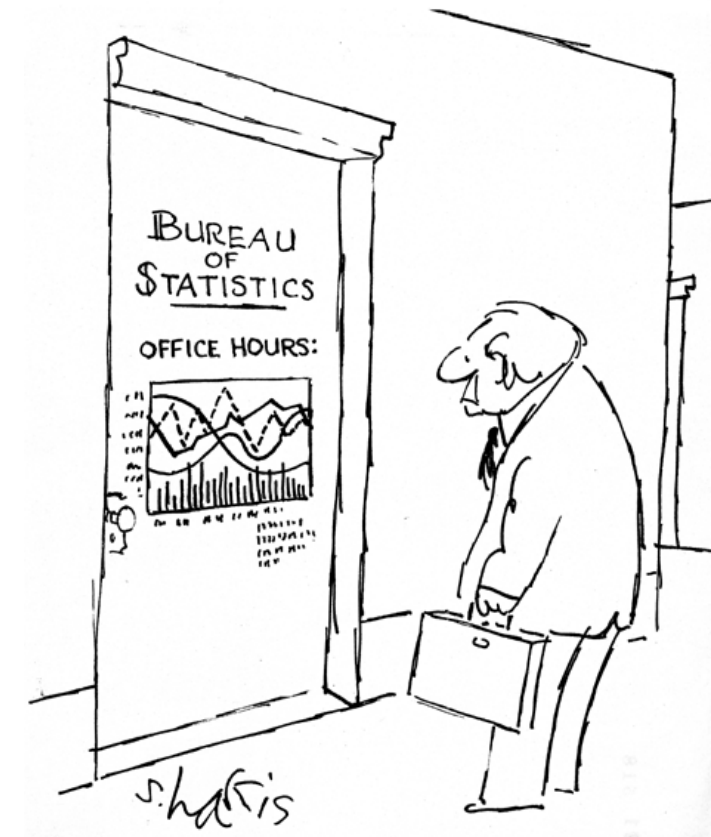
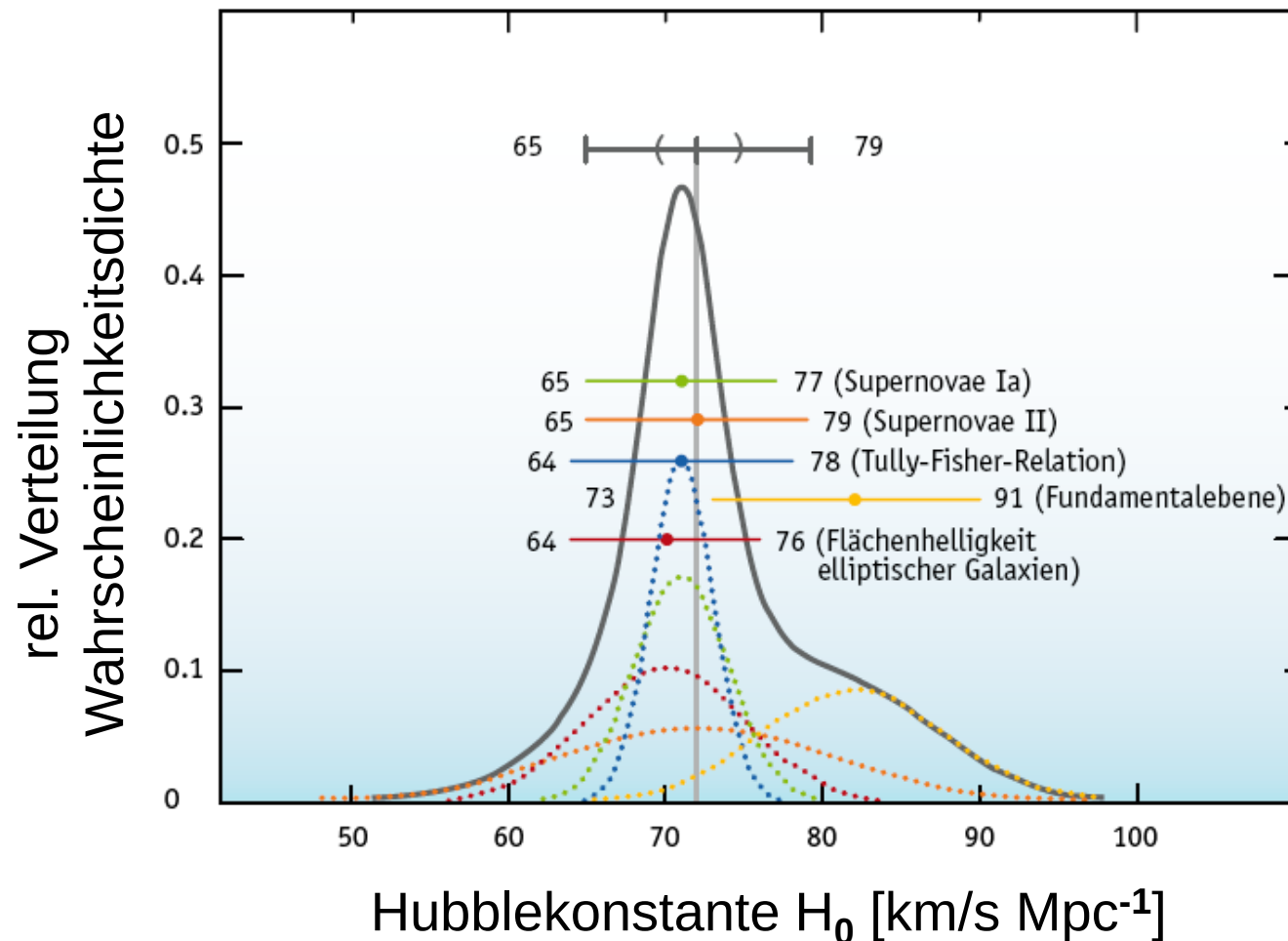
Rotverschiebung z
& Entfernung in Mpc

Messung der Hubblekonstanten H_0

- heutiger experimenteller Mittelwert für die Hubble-Konstante H_0 (HST, Chandra-Mission, SNaE,...)

$$H_0 = (72 \pm 3_{\text{stat}} \pm 7_{\text{syst}}) \text{ km/s Mpc}^{-1}$$

$$\text{mit } H_0 = h \cdot 100 \text{ km/s Mpc}^{-1}$$



experimentelle Werte
für H_0 & syst. Fehler

Urknall: Explosionsmechanismus?

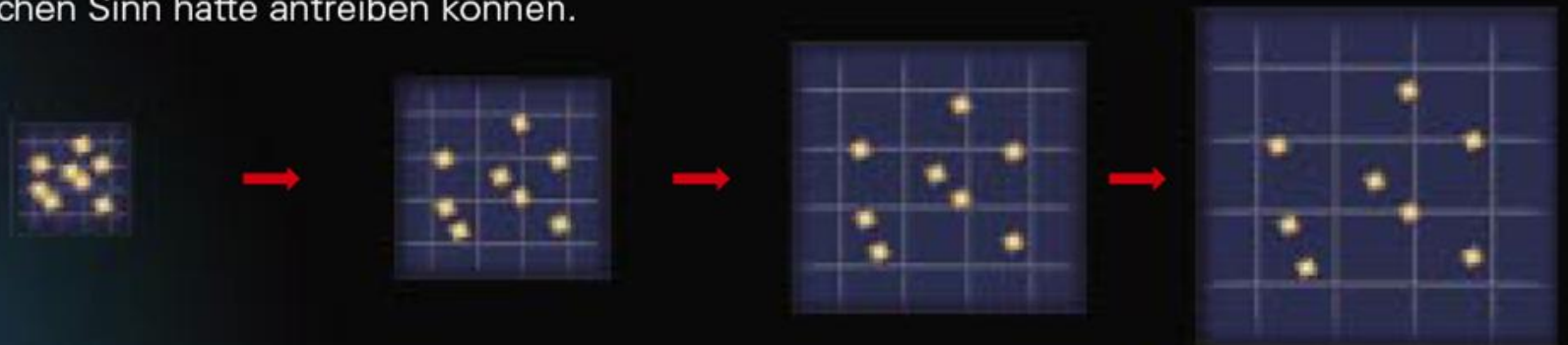
FALSCH: Der Urknall ähnelt einem Sprengsatz, der an einer bestimmten Stelle im zuvor leeren Raum explodiert ist.

In dieser Sichtweise begann das Universum mit dem explosionsartigen Auftauchen von Materie an einem bestimmten Ort im bereits vorhandenen Raum. Der Druck war im Zentrum der Materie am größten und in der umgebenden Leere am niedrigsten. Diese Druckdifferenz trieb die Materie nach außen.



RICHTIG: Der Raum selbst explodierte.

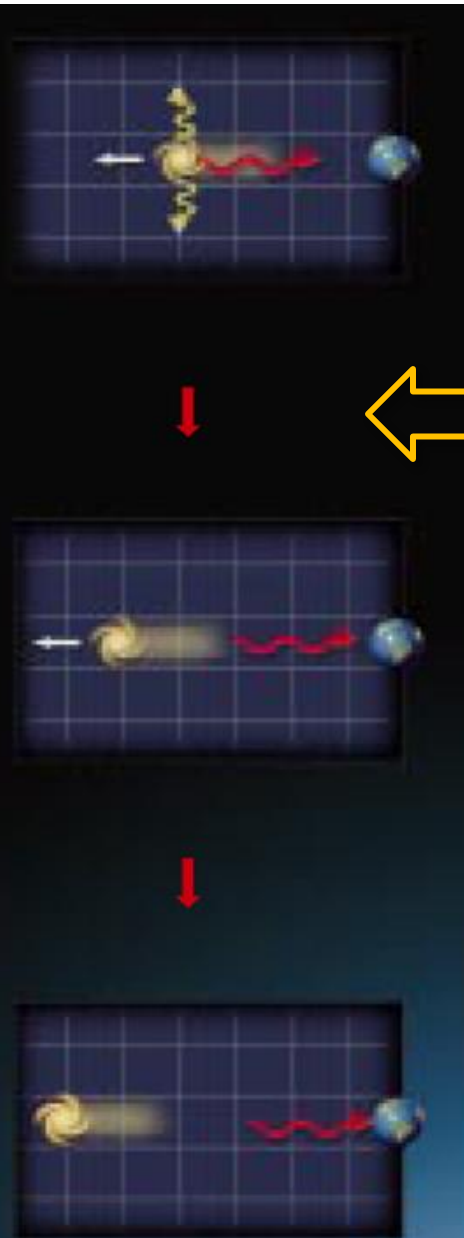
Der Raum, in dem wir leben, entstand im Urknall und dehnt sich seitdem weiter aus. Es gab somit kein Explosionszentrum; der Urknall ereignete sich überall. Dichte und Druck waren deshalb überall gleich; es gab folglich keinen Druckunterschied, der eine Explosion im herkömmlichen Sinn hätte antreiben können.



Urknall: Grundlage der Rotverschiebung?

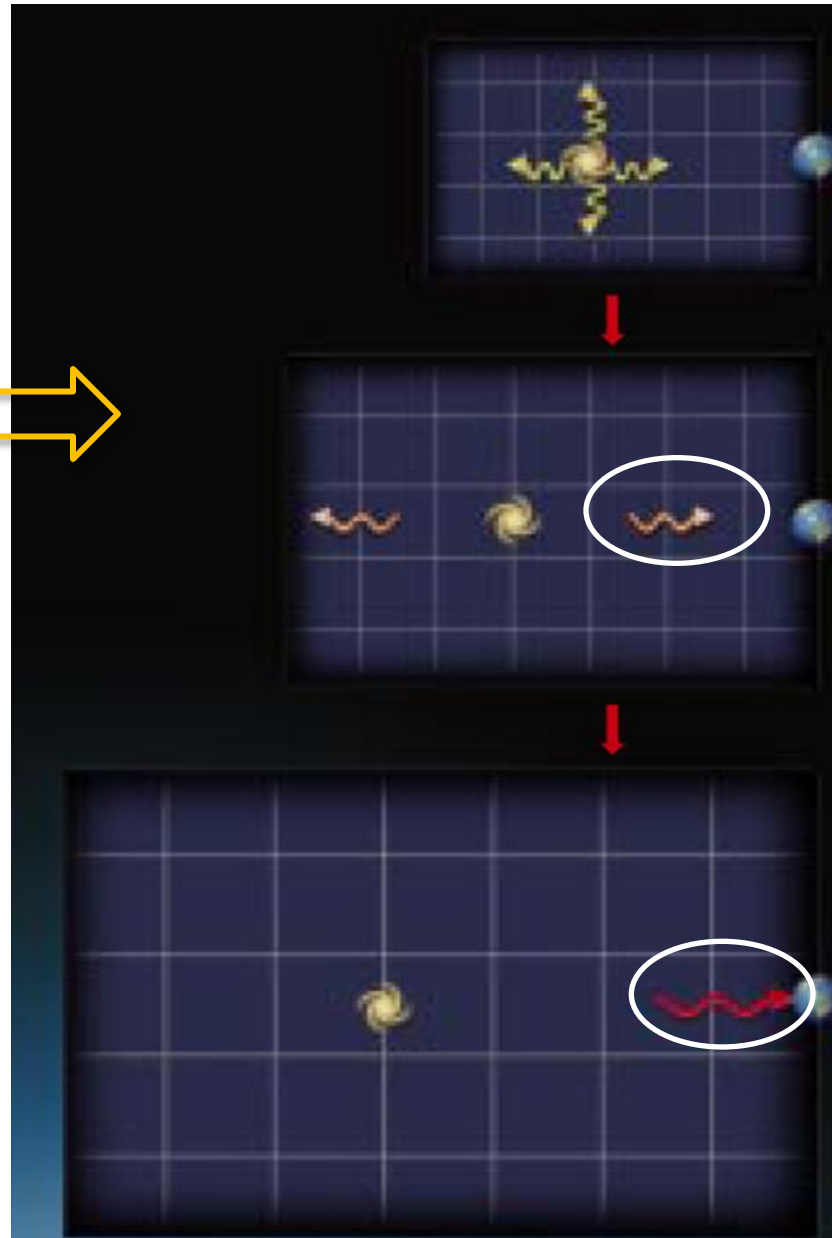
FALSCH: Da sich die entfernenden Galaxien durch den Raum bewegen und ihr Licht dabei eine Doppler-Verschiebung erfährt.

Entfernt sich die Lichtquelle von der Erde, werden die emittierten Lichtwellen durch den Doppler-Effekt gestreckt, also zu roten Wellenlängen verschoben (oben). Während der weiteren Ausbreitung im Weltall ändert sich die Wellenlänge des Lichts nicht (Mitte). Der Beobachter empfängt das Licht, misst seine Doppler-Rotverschiebung und berechnet daraus die Geschwindigkeit der Galaxie (unten).



RICHTIG: Da der expandierende Raum alle Lichtwellen während ihrer Ausbreitung dehnt.

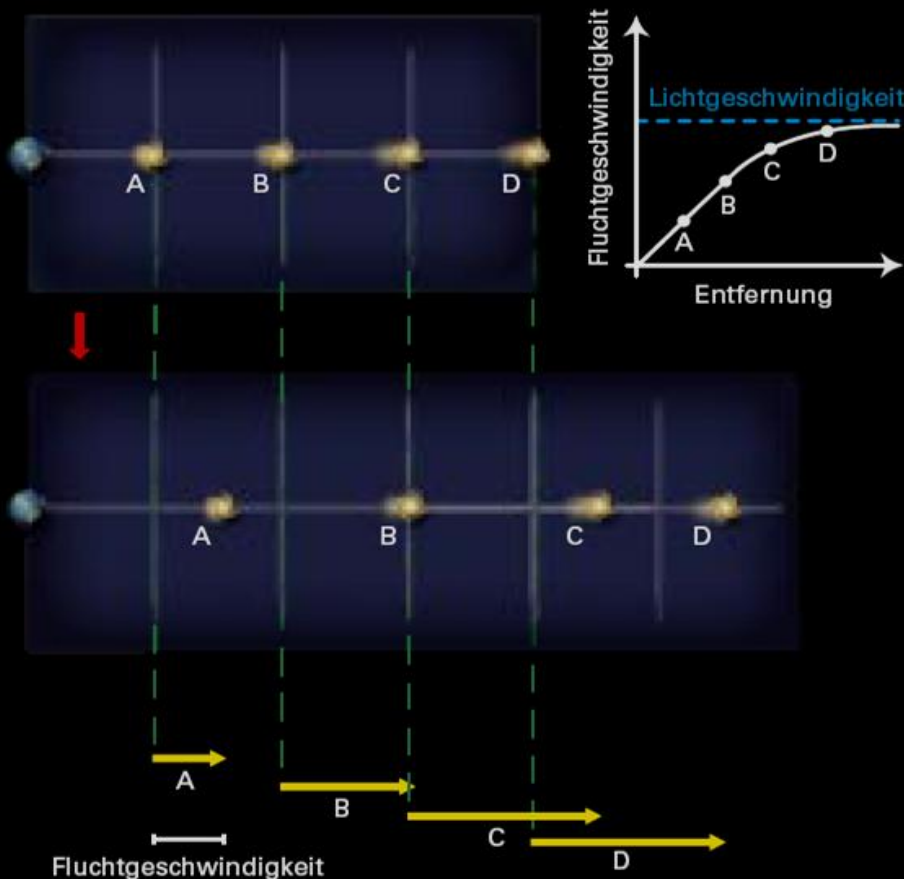
Die Eigenbewegung der Galaxien ist im kosmologischen Rahmen vernachlässigbar. Das von ihnen emittierte Licht hat also in allen Richtungen dieselbe Wellenlänge (oben). Da das Weltall expandiert, wird auch die Wellenlänge des Lichts gestreckt; die Rotverschiebung nimmt also zu (Mitte und unten). Die kosmologische Rotverschiebung unterscheidet sich von derjenigen, die der Doppler-Effekt hervorgerufen würde.



Urknall: Fluchtgeschwindigkeiten $v > c$?

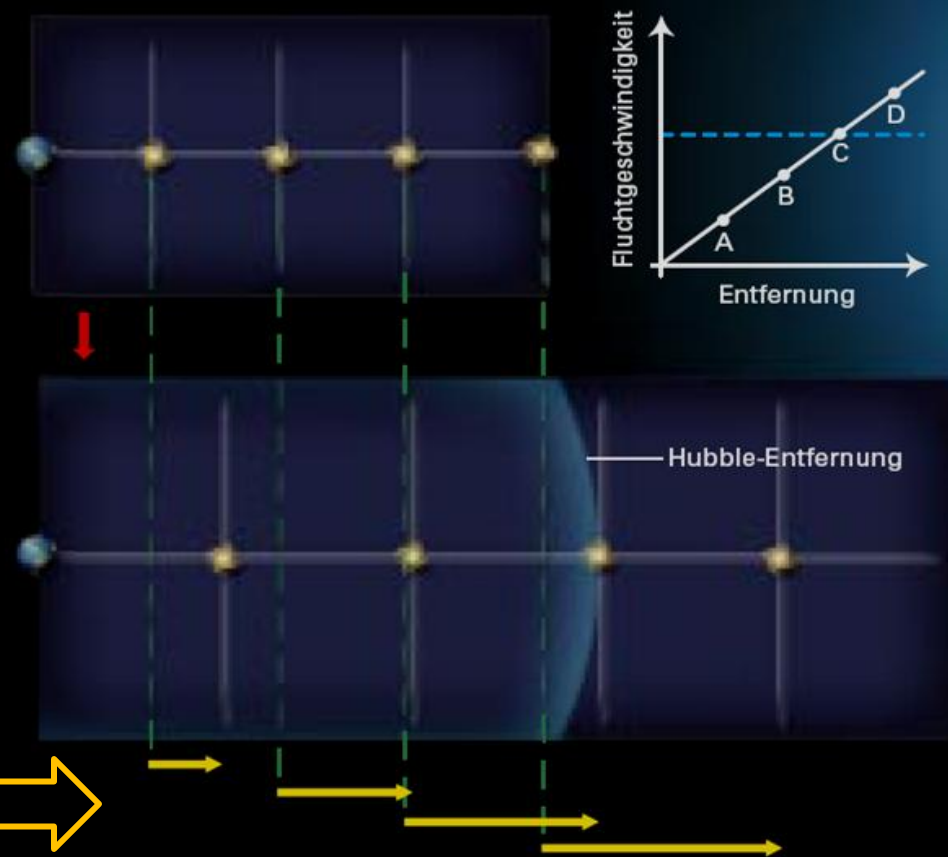
FALSCH: Natürlich nicht – die Spezielle Relativitätstheorie von Einstein verbietet das.

Galaxien – gleich in welchem Raumabschnitt man sie betrachtet – scheinen sich von uns wegzubewegen, und zwar umso schneller, je weiter sie von uns entfernt sind. Wenn allerdings die Lichtgeschwindigkeit die oberste Grenze ist, muss die Zunahme der Fluchtgeschwindigkeit (gelbe Pfeile) bei großen Entfernungen abflachen (Diagramm).



RICHTIG: Natürlich – die Spezielle Relativitätstheorie gilt nicht für die Fluchtgeschwindigkeit.

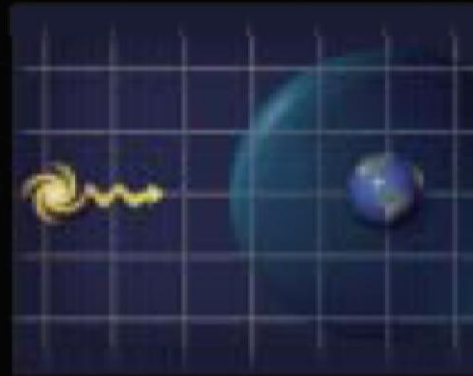
Im expandierenden Raum nimmt die Fluchtgeschwindigkeit linear mit der Entfernung zu und übersteigt oberhalb der so genannten Hubble-Entfernung die Lichtgeschwindigkeit. Das verstößt nicht gegen die Spezielle Relativitätstheorie, da die Fluchtgeschwindigkeit nicht durch eine Bewegung im Raum, sondern durch die Expansion des Raums zu Stande kommt.



Urknall: Licht von Galaxien mit $v > c$?

FALSCH: Natürlich nicht. Denn Licht dieser Galaxien kann uns nie erreichen.

Die Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxie jenseits der Hubble-Entfernung (Kugelhülle um die Erde) ist höher als die Lichtgeschwindigkeit. Während sich ein von jener Galaxie emittiertes Photon (gelb) durch das Weltall bewegt, dehnt sich dieses aus. Die Entfernung zur Erde wächst schneller an, als sich das Photon bewegt, wie bei einem Schwimmer, der gegen den Strom schwimmt – folglich kann es uns nie erreichen.



RICHTIG: Natürlich, denn die Expansionsrate ändert sich mit der Zeit.

Anfangs wird das Photon tatsächlich durch die Expansion von uns weggedrängt. Doch die Hubble-Entfernung ist nicht konstant: Sie wächst an, und zwar so weit, dass sie schließlich das Photon erreicht. Befindet sich das Photon aber erst einmal innerhalb des Hubble-Abstands, bewegt es sich schneller auf uns zu, als sich die Entfernung zur Erde vergrößert – es kann uns also erreichen.

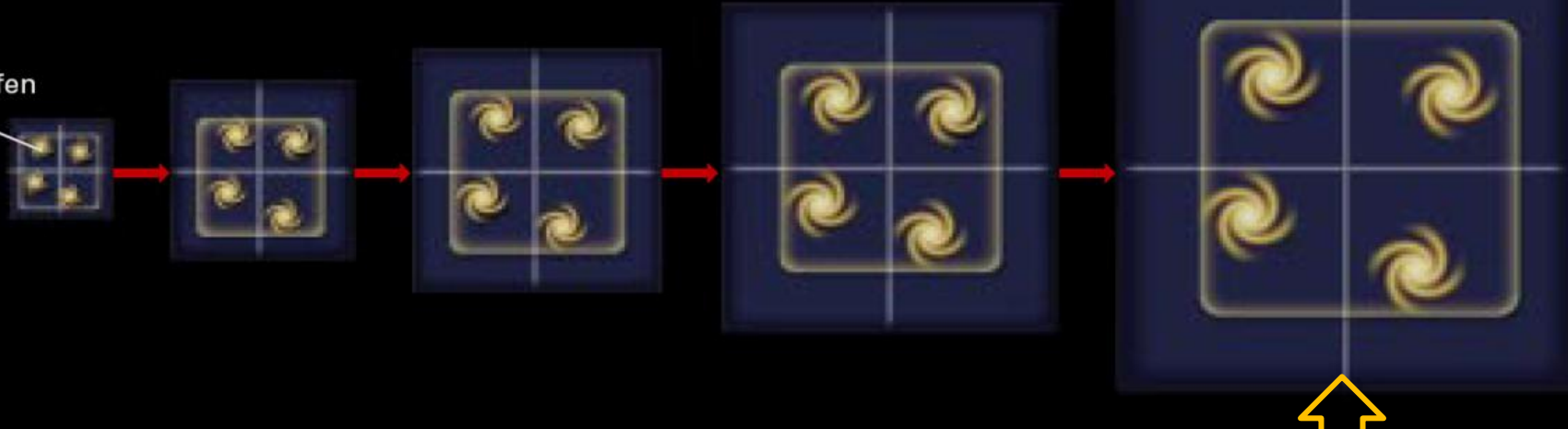


Urknall: welche Gebiete expandieren?

FALSCH: Ja, die Expansion lässt das Universum und alles, was sich in ihm befindet, anwachsen.

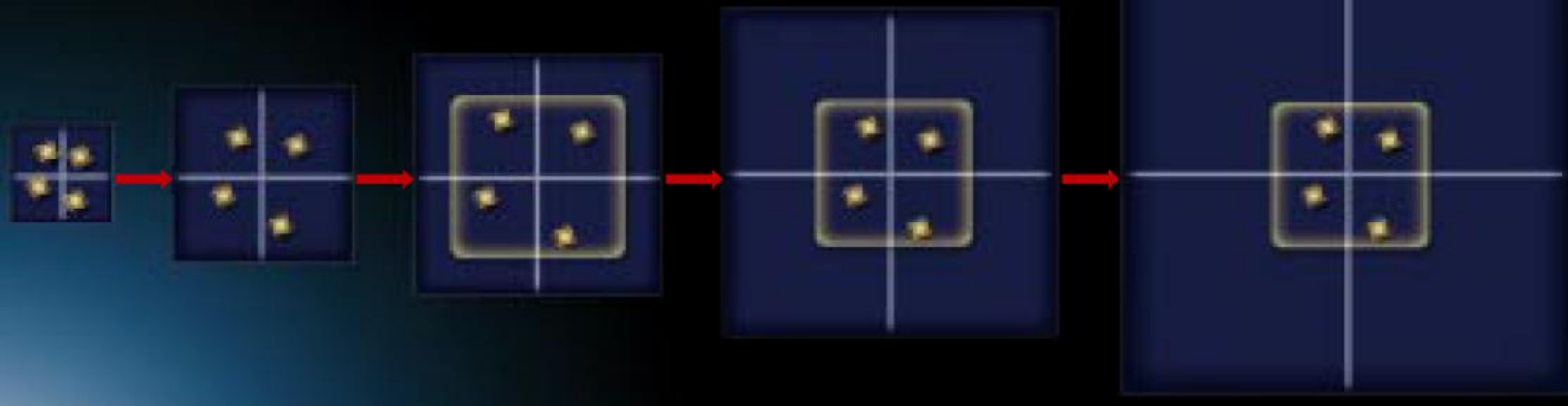
Greifen wir ein Objekt heraus – einen Galaxienhaufen. Wenn das Universum größer wird, wachsen auch die Galaxien und der Haufen. Die äußere Begrenzung des Galaxienhaufens (gelber Rahmen) bewegt sich nach außen.

Galaxienhaufen



RICHTIG: Nein. Nur das Universum expandiert, zusammenhängende Objekte in ihm verändern sich nicht.

Anfangs werden benachbarte Galaxien tatsächlich auseinander gezogen, doch irgendwann überwiegt ihre gegenseitige Anziehungskraft die Expansion. Es bildet sich ein Galaxienhaufen, der einen Gleichgewichtszustand mit fester Größe einnimmt.

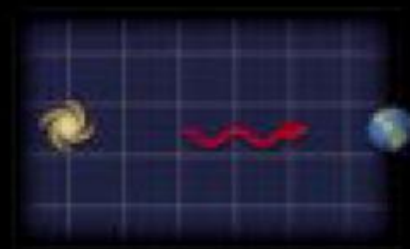
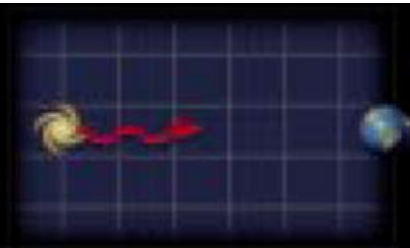


Galaxien-
cluster

Urknall: Größe des beobachtbaren Universums?

FALSCH: Das Universum ist 14 Milliarden Jahre alt, also beträgt der Radius des beobachtbaren Universums 14 Milliarden Lichtjahre.

Betrachten wir die fernste, gerade noch beobachtbare Galaxie: Die von ihr kurz nach dem Urknall ausgesendeten Photonen erreichen uns gerade jetzt. Ein Lichtjahr ist die Entfernung, die ein Photon in einem Jahr zurücklegt. Also hat ein Photon dieser Galaxie 14 Milliarden Lichtjahre zurückgelegt.

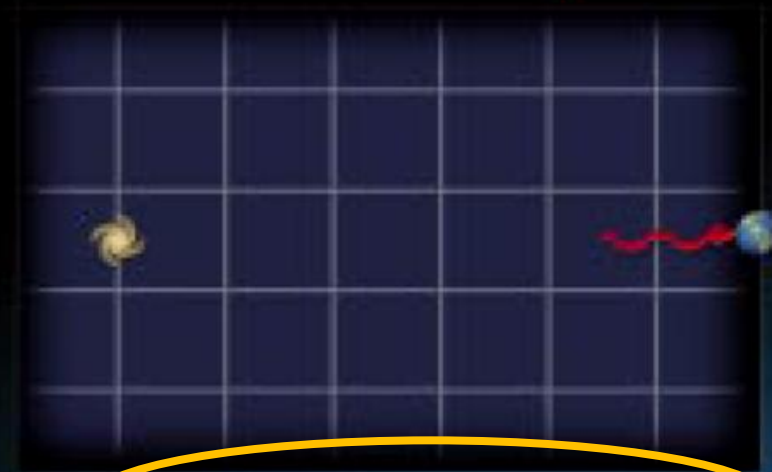
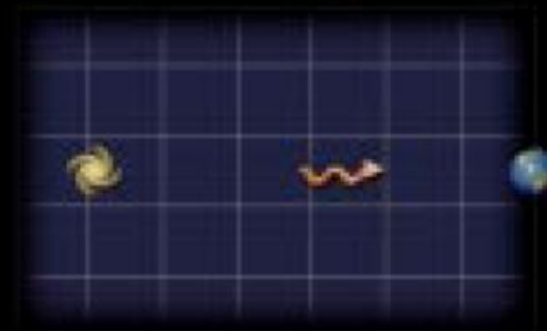


14 Milliarden Lichtjahre



RICHTIG: Da das Weltall expandiert, ist der beobachtbare Teil unseres Universums größer als 14 Milliarden Lichtjahre.

Während sich ein Photon auf dem Weg zu uns befindet, dehnt sich der von ihm durchquerte Raum aus. Zum Zeitpunkt seines Eintreffens bei uns ist also die Entfernung seiner Strahlungsquelle von uns größer als der sich aus der Reisezeit des Photons ergebende zurückgelegte Lichtweg – und zwar etwa dreimal so groß.

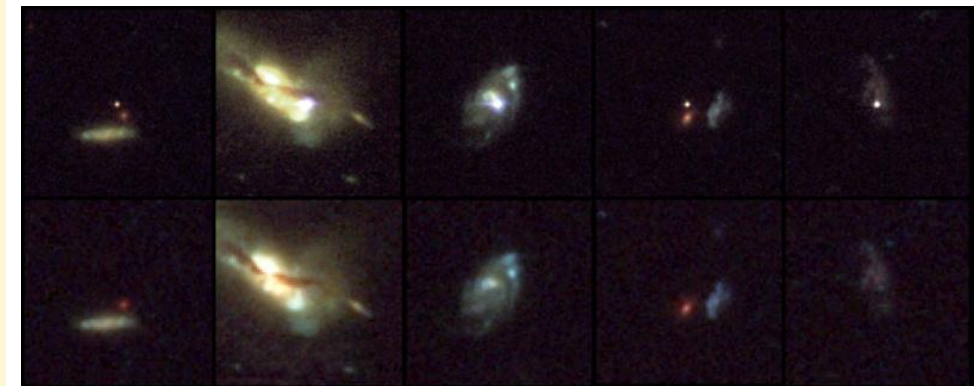
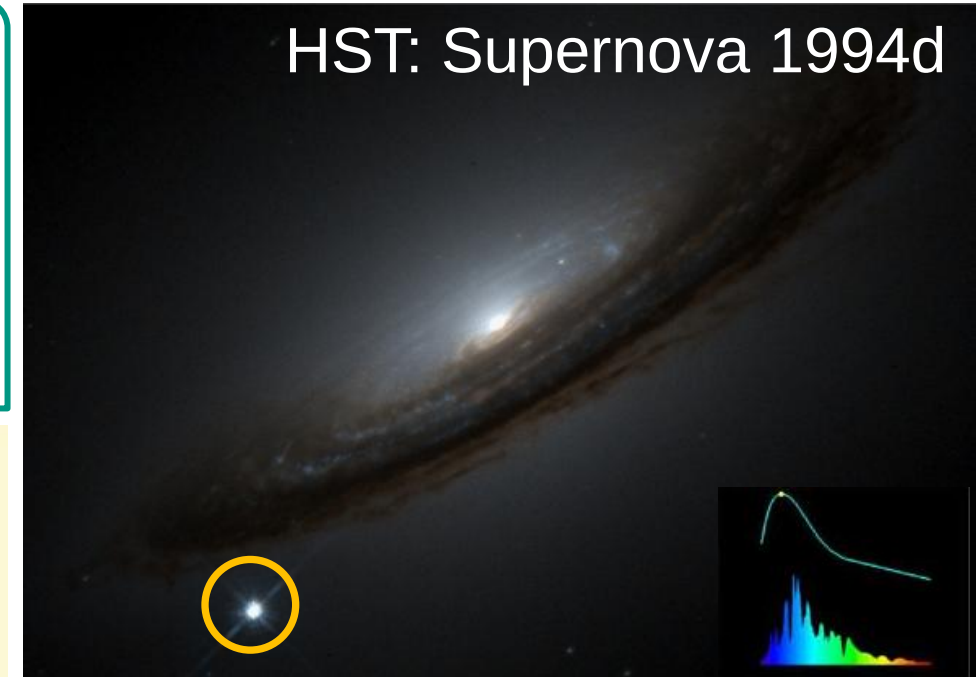
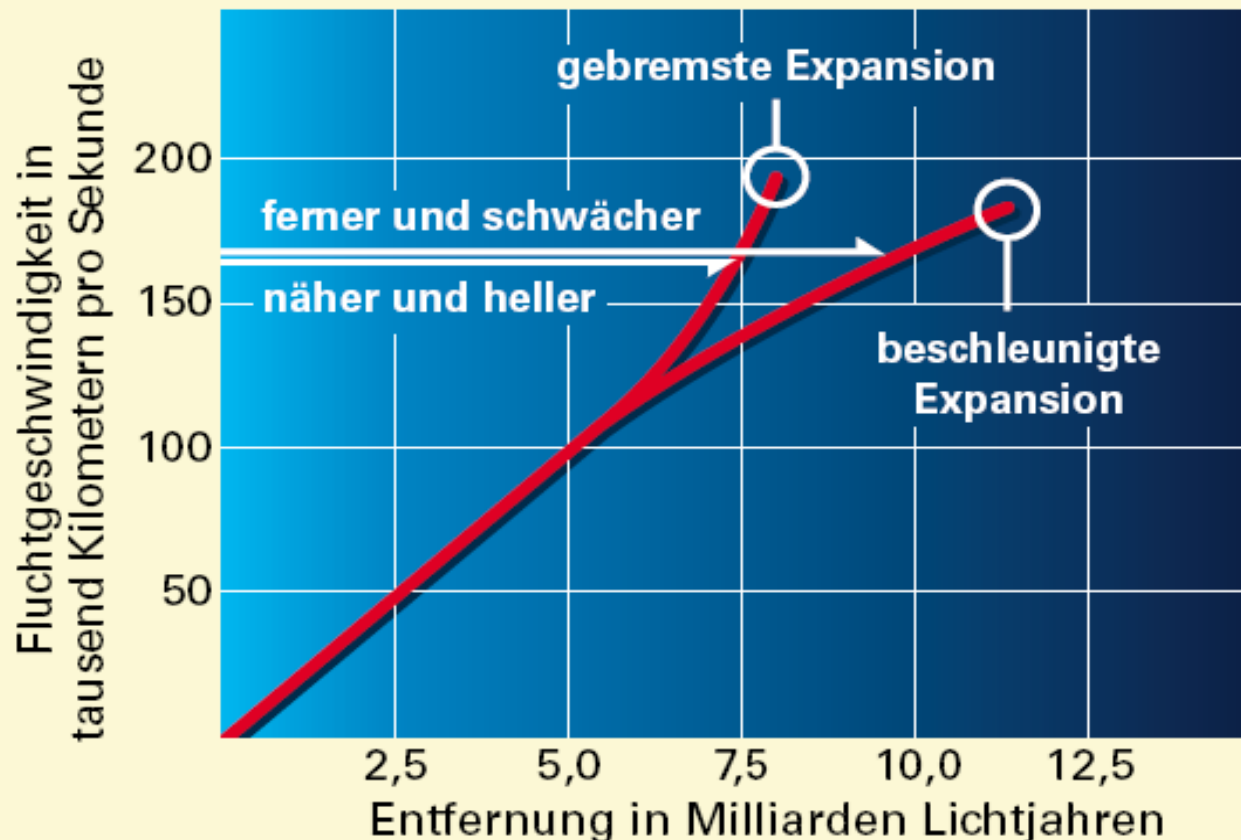


46 Milliarden Lichtjahre

SNlae & beschleunigte Expansion

■ Expansion der Raumzeit

für Abstände $r > 2$ Gpc: zunehmend nicht-lineares Verhalten $\Rightarrow$ dunkle Energie
 $\Rightarrow$ **zeitliches Verhalten der kosmischen Expansionsrate $H(t)$?**



HST – weit entfernte SNla (ACS'03-'05)

■ Beschreibung der radialen Expansion im homogenen Universum:

räumliche Koordinate $\vec{r}(t)$ mit $\vec{r}(t) = a(t) \cdot \vec{x}$

$a(t)$ = kosmischer Skalenfaktor

Festlegung: heutiges Universum $[t = t_0]$: $a(t_0) = 1$ (dimensionsloser Faktor)

$\vec{x}$ = mitbewegte Koordinate ('comoving observer'), zeitunabhängig

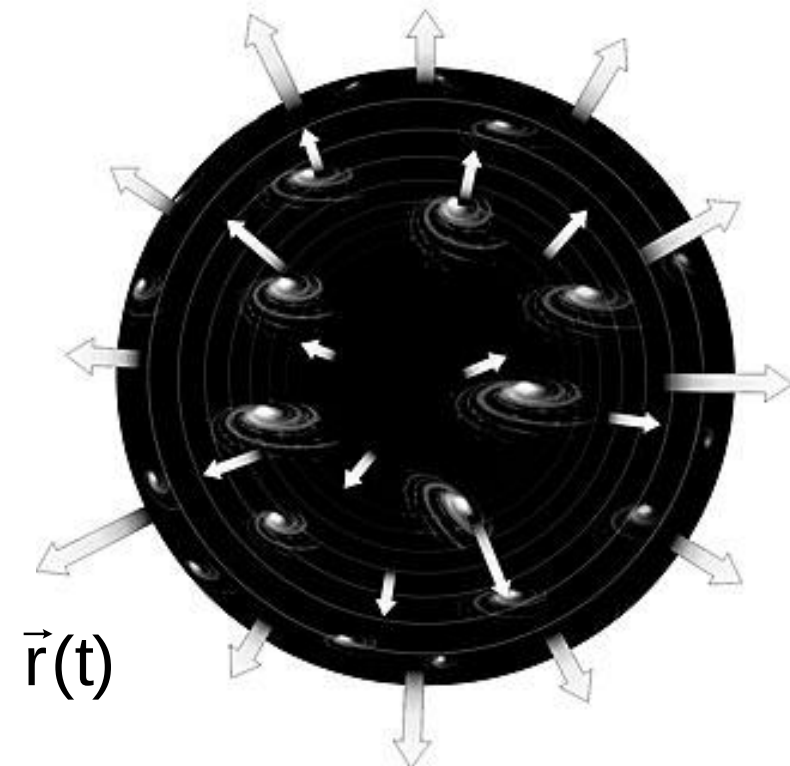
■ Definition der Expansionsrate $H(t)$:

$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ **$H(t)$ Hubble-Parameter:**
Verhältnis der Änderung des
Skalenparameters zu seiner Größe

$$\vec{r}(t) = a(t) \cdot \vec{x}$$

$$\vec{v}(t) = H(t) \cdot \vec{r}(t) \quad (\text{Hubble's Gesetz})$$

wie ändert sich $H(t)$ auf kosmischen Zeitskalen?



■ Beschleunigung $\ddot{a}(t)$ des Skalenfaktors $a(t)$:

in Newton'scher Betrachtung führt der Einfluss der Eigengravitation nichtrelativistischer Materie auf die Expansion des Universums $a(t)$ zu

→ **Abbremsung der Bewegung: $\ddot{a}(t) < 0$**



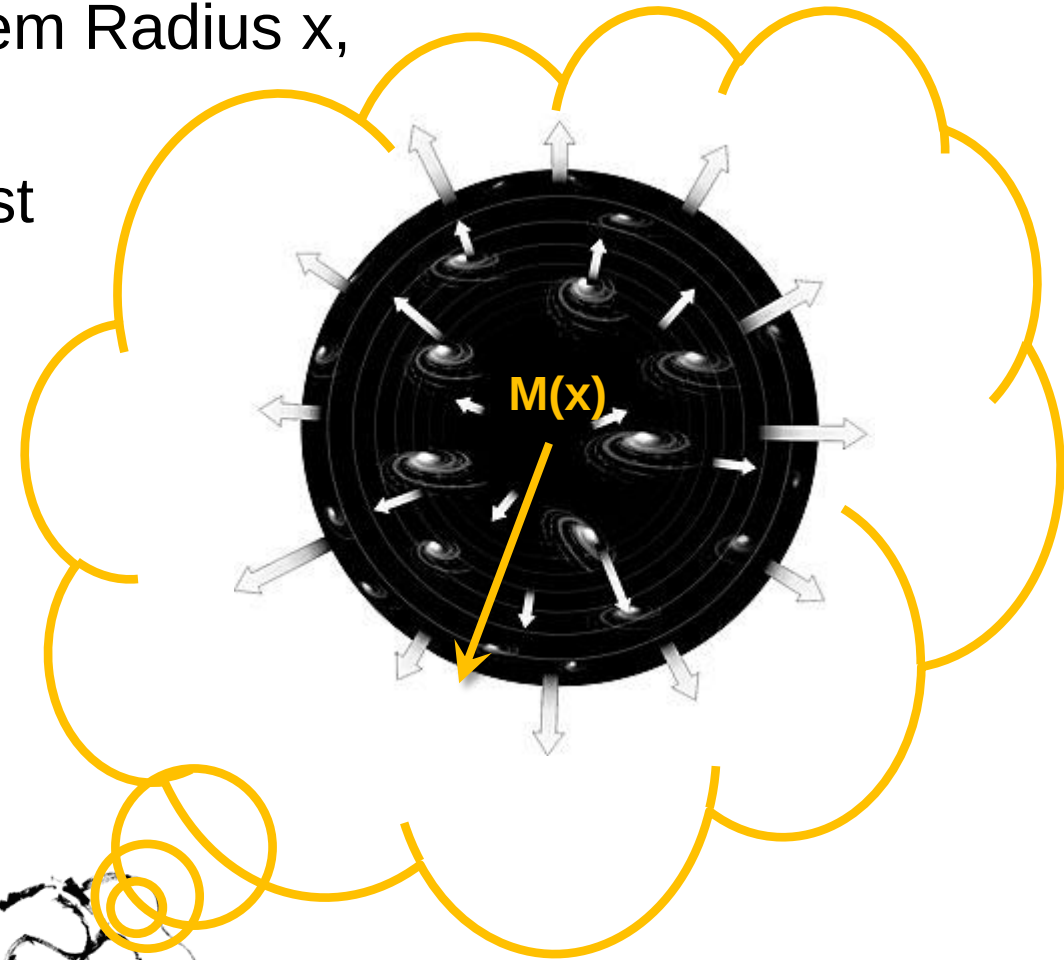
Sir Isaac, wie stark
ändert sich mein
Parameter?



- **Modell:** betrachte Kugelschale mit festem Radius x , die eine **feste Masse $M(x)$** mit einer Massendichte $\rho(t) = \rho_0 / a^3(t)$ einschliesst

$$\begin{aligned} M(x) &= 4/3 \cdot \pi \cdot \rho_0 \cdot x^3 \\ &= 4/3 \cdot \pi \cdot \rho(t) \cdot a^3(t) \cdot x^3 \end{aligned}$$

- **Modell** hat den Vorteil, dass kein gravitativer Beitrag von ausserhalb, da Kugelsymmetrie (vgl. Physik I), weiterhin gilt Massenerhaltung!



$$a(t) = \vec{r}(t) / \vec{x}$$

$$\vec{x} = \vec{r}(t) / a(t)$$



- Newton'sche Gravitationsbeschleunigung $\ddot{r}(t)$

$$\ddot{r}(t) = -\frac{GM(x)}{r^2(t)} =$$
$$-\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot G \cdot \rho(t) \cdot \frac{a^3(t) \cdot x^3}{a^2(t) \cdot x^2}$$

- Edwin, damit ergibt sich für $\ddot{a}(t)$ als Beschleunigung des Skalenparameters:

$$\ddot{a}(t) = \frac{\ddot{r}(t)}{x} = -\frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho(t) \cdot a(t)$$

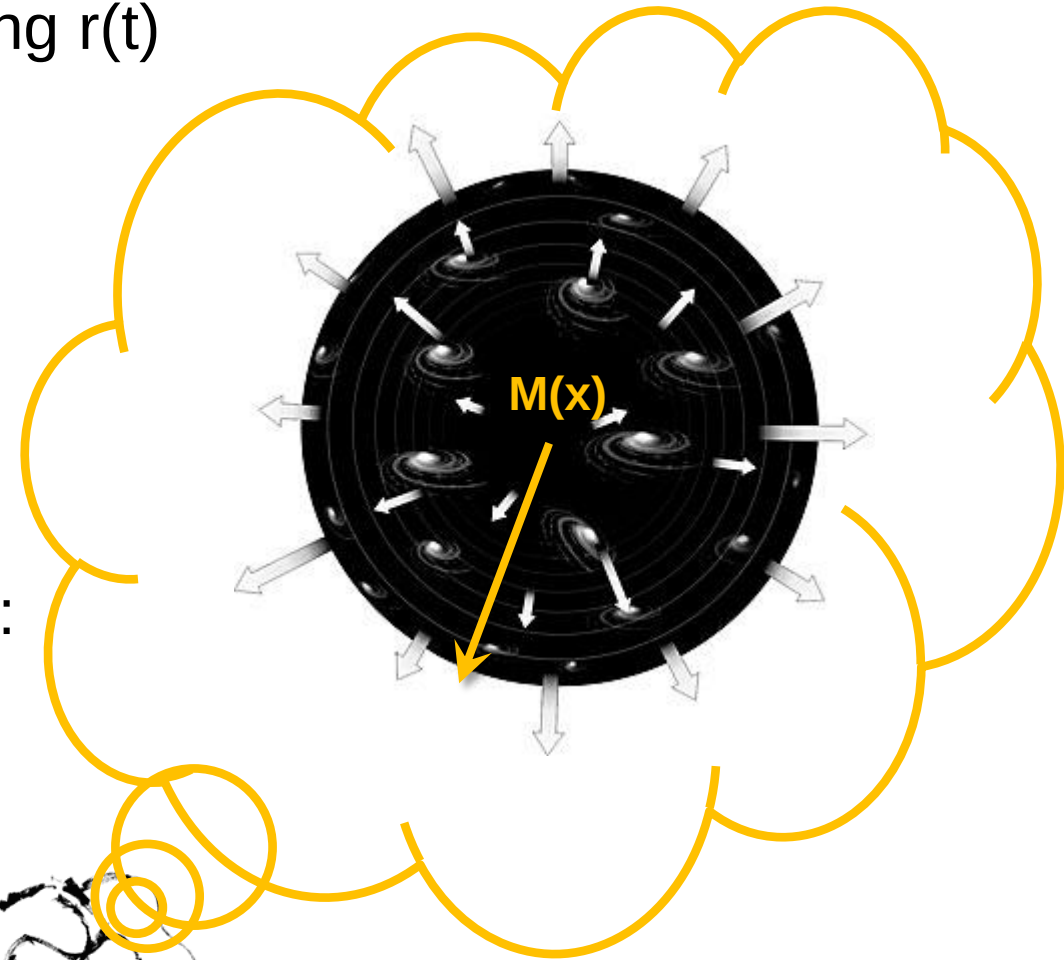


$$a(t) = \vec{r}(t) / \vec{x}$$

$$\vec{x} = \vec{r}(t) / a(t)$$



$$M(x) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho(t) \cdot a^3(t) \cdot x^3$$



■ Änderungen in der ART

- **alle Energieformen wirken gravitativ!**

a) drucklose Materie

b) Strahlungsfelder

c) Energiedichte Λ des Vakuums

d) Druck

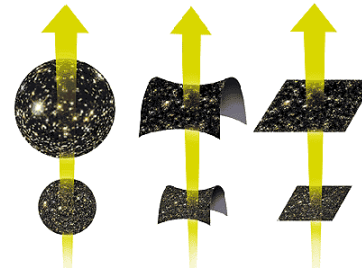
$\rho_m(t)$

$\rho_r(t)$

$\rho_v(t)$

p

- **der Raum selbst expandiert & ist gekrümmt**



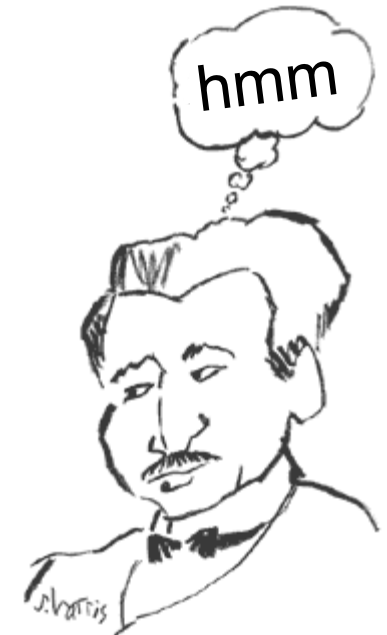
$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & & & \\ & -p & & \\ & & -p & \\ & & & -p \end{pmatrix}$$

Energie-Impulstensor



$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3}\pi G \rho(t)$$

$\rho(t) > 0$: Abbremsung



Albert Einstein 1915

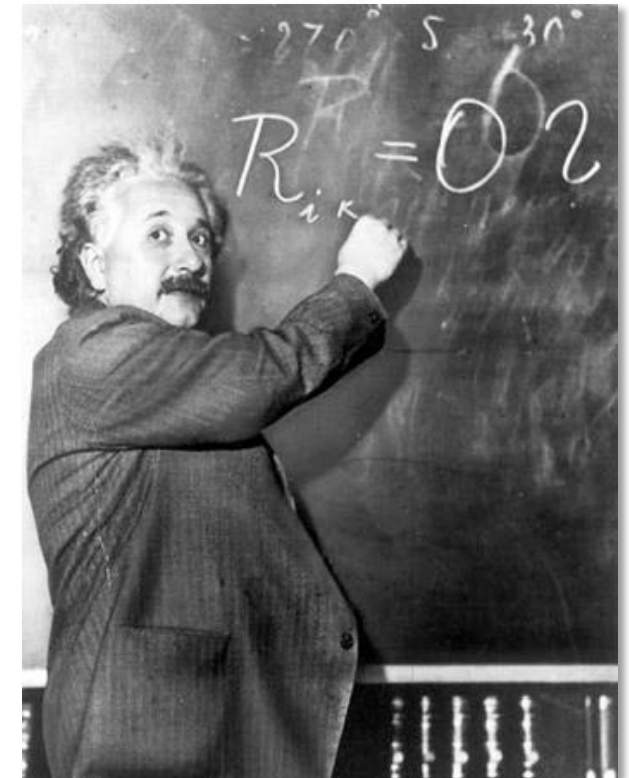
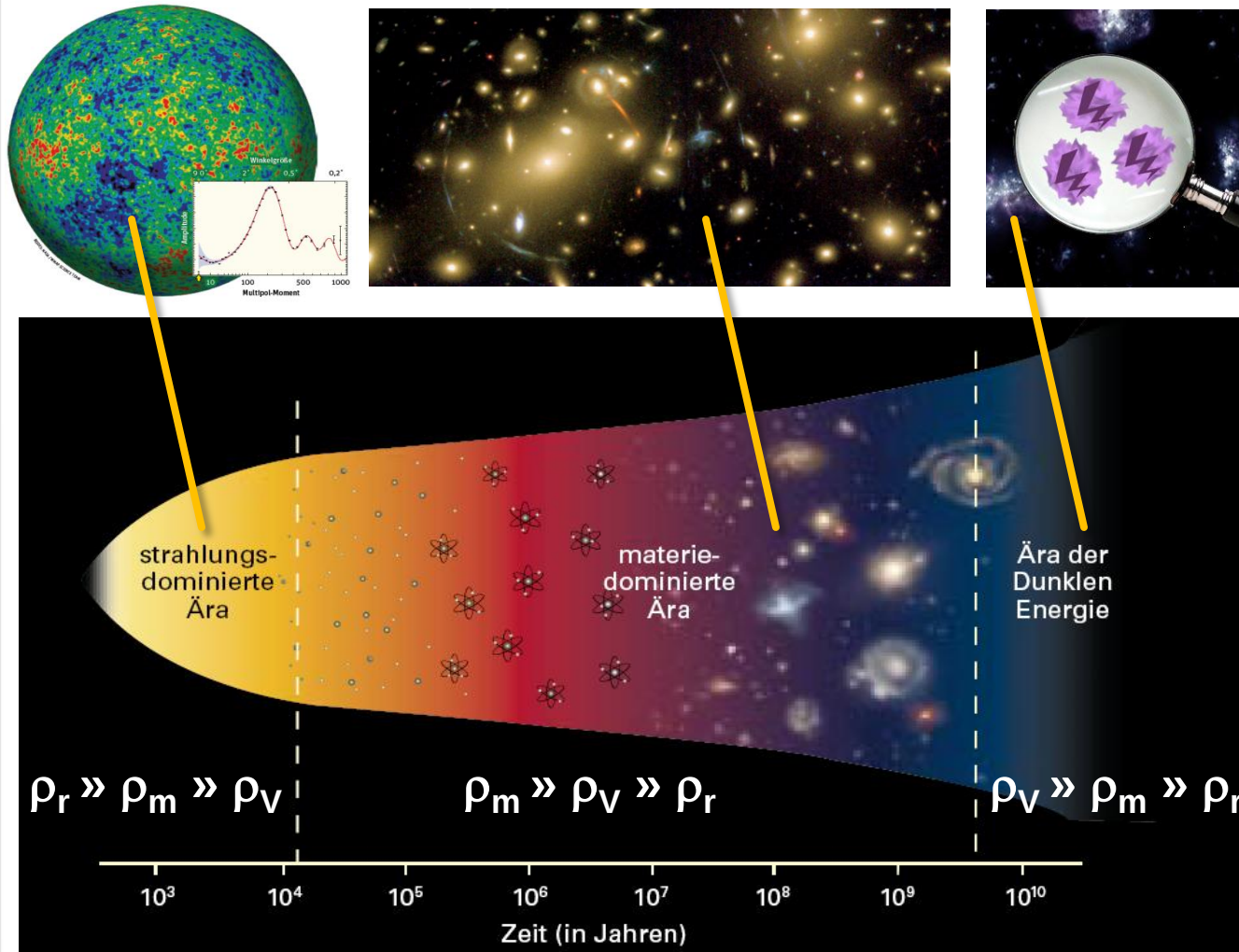
Dynamik der Expansion

I. Bewegungsgleichung:

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3}\pi G \rho(t)$$

$$\rho(t) = \rho_m(t) + \rho_r(t) + \rho_v(t)$$

Materie:	ρ_m
Strahlung:	ρ_r
Vakuumenergie:	ρ_v



I. Bewegungsgleichung:

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3} \pi G \rho(t)$$

$$\rho(t) = \rho_m(t) + \rho_r(t) + \rho_v(t)$$

■ Zustandsgleichungen:

Materie (baryonische & dunkle Materie):

druckfrei, da Druck $P \ll \rho c^2$ (‘Staub’)
nur thermische Geschwindigkeit $v_m \ll c$

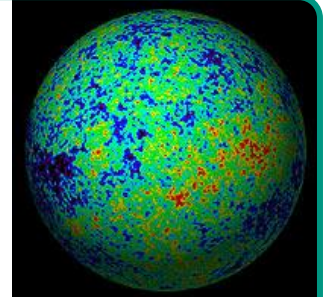
$$P_m = 0$$



Strahlung (3K Hintergrundstrahlung):

positiver Druck, da $k_B T \gg m c^2$ (‘Photonen’)
relativistische Geschwindigkeit c

$$P_r = \frac{1}{3} \rho_r \cdot c^2$$



Vakuumenergie (kosmologische Konstante):

negativer Druck, da $U \sim V$ und $dU = -P \cdot dV$

U , dU = innere Energie (positiv!), dV = Volumenzunahme (positiv!)

$$P_v = -\rho_v \cdot c^2$$



Dynamik der Expansion – I. Gleichung

I. Expansionsgleichung:

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3}\pi G \rho(t)$$

ohne Druck P

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho(t) + \frac{3P}{c^2} \right)$$

mit Druck P
(aus ART)



explizit mit
kosmologischer
Konstante Λ

$$p_r(t) = \frac{1}{3}\rho_r(t)c^2$$
$$p_v(t) = -\rho_v(t)c^2$$

$$\rho(t) = \rho_m(t) + \rho_r(t) + \rho_v(t)$$

I. Expansionsgleichung:

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho(t) + \frac{3P}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3}$$

$$-p_v = \rho_v = \frac{\Lambda}{8\pi G}$$