

Exercise to the Lecture Astroparticle Physics KIT, Wintersemester 2022/23

Prof. G. Drexlin, A. Huber, N. Kovac, J. Lauer



Lectures	Thur. 11:30 + Wed 14:00 (every 14 days), Phys-HS Nr. 3
Exercises	Wed 14:00 (alternating with lecture), Phys-HS Nr. 3
ILIAS	https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1902412&client_id=produktiv

Blatt 5 – Bitte bearbeiten bis zur Übung am 11.01.2023

1) Experimente zum neutrinolosen doppelten Betazerfall

- (a) Ein vielversprechender Kandidat für die Suche nach dem neutrinolosen doppelten β -Zerfall ist ^{76}Ge . Die experimentelle Observable ist die Halbwertszeit $T_{1/2}$. Die vom zukünftigen Experiment LEGEND anvisierte Sensitivität liegt bei $T_{1/2} = 1 \cdot 10^{28}$ a. Welche Masse an ^{76}Ge wird benötigt, um für die oben gegebene Halbwertszeit eine Ereignisrate von 3 Ereignissen pro Jahr zu messen? Nehmen Sie hierzu an, das Experiment sei untergrundfrei. Welche Menge an natürlich vorkommendem Germanium müsste Ihr Labor kaufen, um das Ziel zu realisieren? Wieviel Geld kostet das?
- (b) Das Experiment CUORE sucht ebenfalls nach dem neutrinolosen Doppelbetazerfall. Zur Abschirmung der Tellur-Bolometer kommen u. a. 8910 kg römisches Blei zum Einsatz. Von einem Kilogramm Blei liegen durchschnittlich $0,832 \mu\text{g}$ als Pb-210 vor ($M_{\text{Pb-210}} = 210 \text{ g mol}^{-1}$). Pb-210 hat eine Halbwertszeit von 22,3 a. Berechnen Sie, wie lange das römische Blei für CUORE mindestens im Meer liegen musste (d. h. ohne weitere Aktivierung von Pb-210), damit die gesamte Bleiabschirmung von CUORE weniger als $1 \cdot 10^{-7}$ Bq zum Untergrund des Experiments beiträgt.
- (c) Experimente zum neutrinolosen Doppelbetazerfall finden immer in Untergrundlaboren statt. Radon-222 stellt hierbei eine wichtige Untergrundquelle dar mit einer Raumluftaktivität von ca. 150 Bq m^{-3} , wenn eine Ventilation des Labors eingerichtet ist. Nehmen Sie an, dass die Radon-222-Konzentration im umgebenden Gestein um einen Faktor 200 größer ist. Schätzen Sie ab, wie viel Gramm Uran-238 in einem Kubikmeter des Gesteins enthalten sind.

2) Untergrund bei der Suche nach seltenen Ereignissen

- (a) α -Teilchen der Energie 4 MeV haben in Luft eine Reichweite von 2,5 cm. Berechnen Sie die Reichweite der α -Teilchen in Blei und Wasser. Nehmen Sie dazu an, dass die Reichweite umgekehrt proportional ist zur Dichte des absorbierenden Materials ($\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{Wasser}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{Blei}} = 11,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Berechnen Sie anschließend die mittlere Reichweite von Elektronen mit einer Anfangsenergie $E_0 = 4 \text{ MeV}$ und einem konstanten Energieverlust von $dE/dx = 8 \text{ MeV/cm}$.
Hinweis: Für Elektronen ergibt sich die mittlere Reichweite aus $R = -\frac{1}{dE/dx} \int_{E_0}^0 dE$.
- (b) In einem Eisenblock nimmt die Intensität eines Neutronenstrahls auf einer Strecke von 3 cm um einen Faktor 2 ab. Wie dick muss der Eisenblock sein, damit die Intensität um den Faktor 8 bzw. sogar 128 verringert wird?

Hinweis: Der Neutronenstrahl verhält sich wie eine ebene Welle.

Die Intensität I von Gammastrahlung der Energie 15 MeV wird durch eine 1 cm dicke Bleiplatte um einen Faktor 2 verringert.

- Um welchen Faktor wird die Intensität durch eine 5 cm dicke Platte reduziert?
- Wie dick muss die Platte sein, damit die Intensität um einen Faktor 1000 abgeschwächt wird?

3) Dunkle Materie: Evidenzen

- (a) Galaktische Rotationskurven: Bei $r = 10^5$ Lj ergibt sich eine berechnete bzw. gemessene Rotationsgeschwindigkeit von $v_b = 15$ km/s bzw. $v_g = 220$ km/s. Bestimmen Sie in beiden Fällen die benötigte Galaxienmasse. Wie hoch ist demnach der Anteil der Dunklen Materie in der Galaxie?

Hinweis: Verwenden Sie die Formel für das Newtonsche Gravitationsgesetz sowie die Zentrifugalkraft.

- (b) Leiten Sie aus dem Virialtheorem

$$T = -\frac{1}{2}U \quad (1)$$

die Masse M eines Galaxienhaufens in Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ in Sichtlinie her. T ist die kinetische Energie der Galaxien, U die potentielle Energie.

Hinweis: Nehmen Sie eine homogen sphärische Verteilung der Galaxien im Galaxienhaufen mit Radius R an. Nehmen Sie außerdem an, dass die Geschwindigkeiten der Galaxien in alle drei Raumrichtungen gleich sind.

- (c) Fritz Zwicky beobachtete in den 1930er Jahren das Coma Cluster und schätzte, dass es aus ungefähr 1000 Galaxien bestand. Für die Leuchtkraft einer Galaxie nahm er ungefähr das $8,5 \cdot 10^9$ -fache der Leuchtkraft der Sonne, L_\odot , an. Den Radius des Coma Clusters bestimmte er auf $R = 3$ Mpc, und die gemittelten quadratischen Geschwindigkeiten in Richtung der Sichtlinie ermittelte er zu $\langle v \rangle^2 = 10 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. Bestimmen Sie das Massen- zu Leuchtkraftverhältnis des Coma Clusters in Einheiten von M_\odot/L_\odot (M_\odot ist die Sonnenmasse). Wie erklären Sie sich die Diskrepanz zu $M_\odot/L_\odot \approx 3$ aus der Untersuchung von lokalen Sonnensystemen?

Hinweis: Die Lösung der vorherigen Teilaufgabe sei $M = \frac{5R}{G} \langle v \rangle^2$.