

Exercise to the Lecture Astroparticle Physics KIT, Wintersemester 2022/23

Prof. G. Drexlin, A. Huber, N. Kovac, J. Lauer



Lectures	Thur. 11:30 + Wed 14:00 (every 14 days), Phys-HS Nr. 3
Exercises	Wed 14:00 (alternating with lecture), Phys-HS Nr. 3
ILIAS	https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_1902412&client_id=produktiv

Übungsblatt 7 – Bearbeitung bis zum 08.02.2023

1) Direkte Suche nach Dunkler Materie

Experimente zur direkten Suche nach Dunkler Materie versuchen Stöße von WIMPs mit Targetkernen in gut abgeschirmten Detektoren nachzuweisen. Im Folgenden werden einige typische Größen für die direkte Suche nach Dunkler Materie berechnet.

- (a) Zeigen Sie, dass ein anfangs ruhender Kern der Masse m_K durch den Stoß mit einem WIMP der Masse m_χ und der Energie E_χ eine kinetische Energie E_K erhält, für die im Laborsystem folgender Ausdruck gilt:

$$E_K = 4 \frac{m_\chi m_K}{(m_\chi + m_K)^2} \cdot E_\chi \cdot \cos^2 \theta.$$

Dabei ist θ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Rückstoßkerns und der Einfallrichtung des WIMPs.

Unter welcher Bedingungen für θ wird diese Rückstoßenergie maximal?

- (b) Skizzieren Sie die maximale Rückstoßenergie E_K^{\max} für ein WIMP der Masse $m_\chi = 100m_p$ in Abhängigkeit der Masse des Targetkerns im Bereich von $10m_p$ bis $1000m_p$ (Protonenmasse m_p). Nehmen Sie an, dass die mittlere Geschwindigkeit der WIMPs relativ zur Erde 230 km/s beträgt. Bei welcher Targetkernmasse ist die Rückstoßenergie maximal und wie groß ist diese?
- (c) Berechnen Sie die erwartete Ereignisrate pro Tag und Kilogramm Targetmaterial ^{131}Xe unter folgenden Annahmen:

- WIMP-Masse $m_{\text{DM}} = 35 \text{ GeV}$,
- Dichte des WIMP-Halos der Galaxis $\rho_{\text{DM}} = 0,3 \text{ GeV/cm}^3$,
- Mittlere Geschwindigkeit der WIMPs relativ zur Erde $v_{\text{DM}} = 230 \text{ km/s}$,
- Spinunabhängiger Wirkungsquerschnitt für WIMP-Nukleon-Streuung $\sigma_{\text{DM}} = 10^{-44} \text{ cm}^2$.

Hinweis: Beachten Sie wie der spinunabhängige WIMP-Nukleon-Wirkungsquerschnitt mit der Nukleonenzahl skaliert. Sie können dabei annehmen, dass die Kohärenzbedingung erfüllt ist.

- (d) In der Teilchenphysik gilt eine Messung als Hinweis, wenn der Messwert 3 Standardabweichungen (3σ) von der Erwartung abweicht. Eine Abweichung von 5σ gilt als Entdeckung. Eine Näherung bei Zählexperimenten für die Signifikanz z der Signalbeobachtung in Einheiten der Standardabweichung ist gegeben durch

$$z = s/\sqrt{b}$$

wobei s die Anzahl an Signalereignissen und b die Anzahl an Untergrundereignissen ist. Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil (c) wie viele Ereignisse Sie im XENON1T-Experiment innerhalb von einem Jahr erwarten (falls Sie Aufgabenteil (c) nicht gelöst haben, nehmen Sie an das Ergebnis sei $R = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}^{-1} \text{ y}^{-1}$). Wie hoch darf der Erwartung entsprechend die Untergrundrate maximal sein, damit Sie mit einer Messung innerhalb von einem Jahr eine Signifikanz von 3σ erreichen? Wie lange müssten Sie bei dieser Untergrundrate messen, um mit der Erwartung aus Aufgabenteil (c) eine Signifikanz von 5σ zu erreichen?

2) Direkte Suche nach Dunkler Materie: Das CRESST-Experiment

Beim CRESST-Experiment sollen Kernrückstöße nach Wechselwirkung mit einem WIMP sowohl durch ein Ionisations- als auch durch ein Phononensignal nachgewiesen werden. Hierzu wird die durch Anregung von Phononen erzeugte Temperaturerhöhung im Detektor gemessen. Die Abhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität c des Detektors bei tiefen Temperaturen ($T \ll \theta_D$) ist gegeben durch

$$c = \frac{4\pi^4}{5} \frac{kT^3}{m\theta_D^3},$$

wobei m die Molekülmasse, θ_D die Debye-Temperatur und k die Boltzmann-Konstante sind. Das CRESST-Experiment, das im Gran-Sasso-Untergrundlabor (Italien) aufgebaut ist, verwendete als Nachweismaterial Saphir-Kristalle, die bei einer Temperatur von 15 mK betrieben wurden (mittlerweile CaWO_4 -Kristalle).

Warum misst man bei so tiefen Temperaturen?

Berechnen Sie des Weiteren den Temperaturanstieg in einem Saphir-Kristall (Al_2O_3 , $\theta_D = 1041 \text{ K}$) der Masse 262 g, der aus einem Kernrückstoß mit einer Energiedeposition im Kristall von 1 keV resultiert.

3) Untergrund in flüssig Edelgas Detektoren

Ein Xenon Detektor hat eine intrinsische Kontaminierung von Krypton im 1 ppt Bereich (1 ppt = 10^{-12}). In natürlichem Krypton (durchschnittliche Masse 83,8 u) befinden sich auch immer radioaktive Isotope wie ^{85}Kr (freigesetzt bei überirdischen Atombombentests und bei der Verarbeitung radioaktiven Abfalls, $T_{1/2} = 11 \text{ y}$). In der natürlichen Zusammensetzung von Krypton beträgt der Anteil von ^{85}Kr 2×10^{-11} . Wieviel beträgt die zu erwartende Untergrundrate in einem Xenon Detektor mit einer Masse von 1 t aufgrund einer ^{85}Kr Verunreinigung?

Vergleichen Sie diese Untergrundrate mit der Untergrundrate durch ^{39}Ar in einem ^{40}Ar -Detektor mit einer Detektormasse von 1 t. Im Fall von Argon entspricht die spezifische Aktivität durch ^{39}Ar 1 Bq/kg.