KIT **Astroteilchenphysik II: Kosmische Strahlung** **WS2020**

Übungsblatt 4

Dr. Markus Roth, Max Stadelmaier
Institut für Astroteilchenphysik

17.12.2020 - 14.01.2020
Gesamtpunktzahl: 25

Nächster Termin

Donnerstag, 14.01.
10.00 Uhr - 11.30 Uhr
https://zoom.us/j/99143262888?pwd=WVhsS1diWVlZYWlvYXlyMHd4NUF6UT09.
Meeting-ID: 991 4326 2888
Kenncode: 601988

Frohe Feiertage!

12 Diffusion kosmischer Strahlung **3 + 3 + 2 = 8**

Betrachten Sie ein vereinfachtes Modell der kosmischen Strahlung (CR) unserer Galaxie, welche als Scheibe von einer Höhe H und einem Radius R, mit $H \ll R$ genähert werden kann. Diffusionsprozesse finden hauptsächlich senkrecht zur galaktischen Scheibe statt, und hängen daher näherungweise nur von der senkrechten Koordinate z ab. Die Teilchendichte n der CR erfülle die Differentialgleichung

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D\,\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} = Q(z,t)\,, \tag{1}$$

wobei $D = \frac{1}{3}\gamma\lambda$ den Diffusionskoeffizienten bezeichnet und $Q(z,t)$ den Quellterm der CR. Für eine Supernovaexplosion können wir hier annehmen, dass der Quelltermin die Gestalt

$$Q(z,t) = Q_0\,\delta(z)\delta(t)$$

annimmt.
Die Diffusionsgleichung beschreibt im Allgemeinen Prozesse mit Bewegung von zufälliger Natur (Wiener-Prozesse, *random walk*), wobei für die Varianz der Aufenthaltswahrscheinlichkeit an einem bestimmten Ort $\sigma^2 \sim t$ gilt.

(a) Zeigen Sie, dass

$$n = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi\,\sigma(t)^2}}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{\sigma(t)}\right)^2} \tag{2}$$

eine Lösung von Gl. (1) ist. Bestimmen Sie n_0 und $\sigma(t)$. Veranschaulichen Sie ihre Lösung grafisch (Plots oder Skizzen).

(b) Berechnen Sie den Anteil an Teilchen, der nach einer verstrichenen Zeit von t_0 noch in der Galaxie vorhanden ist,

$$p_n = \int_{-H}^{H} n(z, t_0)\, \mathrm{d}z\,.$$

Nehmen Sie an, dass [1]

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-15}\ \frac{\mathrm{pc}^2}{\mathrm{s}}\,,$$

und betrachten Sie Protonen bei $E \simeq 10^{10}$ eV ($\Rightarrow \gamma \simeq 10$). Nutzen Sie ihr Ergebnis aus (a), oder alternativ $\sigma = \sqrt{2.3\, D\, t}$. Wann befinden sich noch 99% der ursprünglichen Teilchen innerhalb der Galaxie? Was schlussfolgern Sie?

(c) Ab welcher Energie können Teilchen (Protonen) die Galaxie verlassen? Nehmen Sie an, dass dazu nach $t \simeq 10^{14}$ s noch die Hälfte der ursprünglich freigesetzten Teilchen in diesem vereinfachten Modell innerhalb der Scheibe von $z < \pm H$ vorhanden ist. Sie können Ihr Ergebnis mit [1] vergleichen.

HINWEISE:
$\rightarrow$ Alter des Universums: $t_{\mathrm{Univ}} \simeq 10^{22}$ s.
$\rightarrow$ Alter der Galaxie: $t_{\mathrm{MW}} \simeq 4.3 \cdot 10^{17}$ s.

13 Leaky-Box-Modell **1 + 1 + 4 = 5**

Die Ausbreitung der kosmischen Strahlung kann durch folgende Transportgleichung beschrieben werden:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \nabla D\, \nabla n_i + Q_i + \frac{\partial}{\partial E}\left(b_i(E)\, n_i\right) - \frac{n_i}{\tau_{\mathrm{spal},i}} - \frac{n_i}{\tau_{\mathrm{rad},i}} + \sum_{j>i} \frac{p_{ji}}{\tau_j} n_i \tag{3}$$

(a) Erklären Sie die Bedeutung der einzelnen Terme.

Im Leaky-Box-Modell wird ein Gleichgewichtszustand,

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} \simeq 0\,,$$

betrachtet, und der Diffusionsterm ersetzt,

$$\nabla D\, \nabla n_i \rightarrow -\frac{n_i}{\tau_{\mathrm{esc},i}}\,,$$

wobei für die Teilchen n_i eine mittlere *Escape*-Zeit $\tau_{\mathrm{esc},i}$ angenommen wird. Weiterhin werden alle Isotope eines Elementes ausschließlich durch Spallation erzeugt. Die Produktionsrate für Isotop i sei gegeben durch

$$C_i = \sum_{j>i} \frac{p_{ji}}{\tau_j} n_i \simeq const\,.$$

Weiterhin werde der Energiegewinn- und verlust vernachlässigt.

[1] Alfven-Geschwindigkeit $\times$ Charakteristische Längenskala für Magnetfelder im interstellaren Medium[1]

(b) Wie vereinfacht sich die Transportgleichung aus Gl. (3) für radioaktive und nichtradioaktive Isotope?

(c) Geben Sie das Verhältnis der Häufigkeit eines radioaktiven Isotops und eines nichtradioaktiven Isotops mit Hilfe der Näherungen des Leaky-Box-Modells aus (b) an. Nehmen Sie an, dass

$$\tau_{\text{spal}} \gg \tau_{\text{esc}} \qquad \text{und} \qquad \tau_{\text{spal}} \gg \tau_{\text{rad}} \,.$$

14 Das Alter der galaktischen kosmischen Strahlung **2 + 5 = 7**

(a) Berechnen Sie das Alter der galaktischen kosmischen Strahlung, aus dem Verhältnis der Häufigkeit von ^{10}Be- und ^{9}Be-Kernen. Nutzen Sie dazu ihr Ergebnis aus Aufgabe **13**. Entnehmen Sie Zahlenwerte für die relative Häufigkeit aus [2] (z.B. Table 2), und nutzen Sie $\tau_{\text{rad}}(^{10}\text{Be}) \simeq 1.5 \cdot 10^6$ a. Nehmen Sie an dass

$$\tau_{\text{esc}}(^{10}\text{Be}) \simeq \tau_{\text{esc}}(^{9}\text{Be}) \,.$$

Sie können Näherungsweise

$$C(^{10}\text{Be})/C(^{9}\text{Be}) \simeq 10$$

verwenden. Ist das Ergebnis konsistent mit den Implikationen aus Aufgabe **12**?

(b) Fassen Sie die Analyse und das Ergebnis aus [2] kurz zusammen.

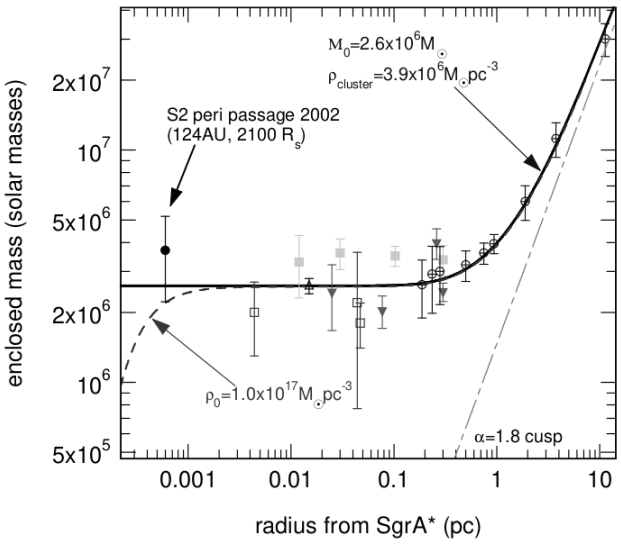
15 Neujahrsquiz **10 · 0.5 = 5**

Diese Aufgaben können kurz und ohne Herleitung beantwortet werden und müssen **nicht** vorgestellt werden. Senden Sie ihre Antworten an `max.stadelmaier(ζ)kit.edu`.

(i) Wie ist das Längenmaß Parsec ($\simeq 3.1 \cdot 10^{16}$ m) definiert?

(ii) Was bezeichnet Sgr. A*?

(iii) Welche Aussage impliziert das folgende Schaubild?



(iv) Welches ist der der Erde am nächsten gelegene Stern? Welche ist die der Milchstraße am nächsten gelegene Galaxie?

(v) Warum entwickeln Galaxien Spiralarme?

(vi) Was ist ein *Redshift survey*? Was bedeutet

$$z = 0.158$$

des Quasars 3C-273 [3] in diesem Zusammenhang?

(vii) Welche Teilchen finden Sie im Spektrum der kosmischen Strahlung bei $E \simeq 10^{10}\,\mathrm{eV}$?

(viii) Welche Materialien sind für Tscherenkow-Detektoren geeignet?

(ix) Was sind mögliche Quellen der kosmischen Strahlung?

(x) Zeigen Sie, dass für Luftschauer, die durch kosmische Strahlung ausgelöst werden,

$$X_{\mathrm{max}} \sim \ln\left(E_{\mathrm{prim}}/\mathrm{eV}\right)$$

gilt.

Einzelnachweise

[1] J. Skilling, *The Diffusion Of Cosmic Rays*, 1970,
http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1970MNRAS.147....1S&defaultprint=YES&filetype=.pdf

[2] M.Garcia-Munoz, G.M. Mason, and J.A. Simpson, *The Age of the Galactic Cosmic Rays Derived from the ABundance of* ^{10}Be, 1977,
http://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1977ApJ...217..859G

[3] Quasar 3C 273,
https://en.wikipedia.org/wiki/3C_273