Theorie der Kondensierten Materie I WS 2014/2015

Prof. Dr. A. Mirlin, Dr. I. Gornyi
U. Briskot, N. Kainaris, Dr. E. KönigBlatt 4
Besprechung 20.11.2014

1. Bloch-Oszillationen

(8+2=10 Punkte)

- (a) Betrachten Sie die Bloch-Oszillationen mit Dämpfung (in
- $d = 1$
-):

$$\begin{aligned}\hbar v &= \frac{\partial \epsilon(k)}{\partial k}, \\ \hbar \frac{dk}{dt} &= -eE - \gamma v, \\ \epsilon(k) &= -2W \cos(ka).\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass die Dämpfung ($\gamma \neq 0$) zu einer stationären Lösung führen kann. Bestimmen und skizzieren Sie $x(t)$ für schwache und starke Dämpfung. Welche Bedingung unterscheidet diese Fälle?

- (b) Zeigen Sie, dass in normalen Metallen (typische Gitterkonstante $\approx 1\text{\AA}$ und Relaxationzeiten $\approx 10^{-14}$ s) Bloch-Oszillationen schwierig zu beobachten sind.
- (c) Was würde sich in Halbleiterübergittern ändern? (5 Bonuspunkte)

2. Bloch-Elektronen im Magnetfeld

(6+6+8=20 Punkte)

- (a) Nehmen Sie an, dass sich das Spektrum
- $\epsilon(\mathbf{k})$
- in der Nähe eines lokalen Minimums als

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \epsilon_0 + \frac{\hbar^2}{2} (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)_i \left(\frac{1}{\hat{m}^*} \right)_{ij} (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)_j, \quad i, j = x, y, z$$

schreiben lässt, wobei die Matrix (der Tensor der effektiven Masse) m_{ij}^* unabhängig von $\mathbf{k}$ ist. Bestimmen Sie die effektive Zyklotronmasse m_c^* .

- (b) Betrachten Sie das Spektrum

$$\epsilon(\mathbf{k}) = -2W [\cos(ak_x) + \cos(ak_y) + \cos(ak_z)]$$

und nehmen Sie an, dass sich ein Elektron in der Nähe des Bandminimums in einem oszillierenden elektrischen Feld $\mathbf{E} = E_x \hat{\mathbf{x}} \exp(-i\omega t)$ und in einem konstanten Magnetfeld $\mathbf{B} = -B \hat{\mathbf{z}}$ bewegt. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t)$ des Elektrons.

- (c) Betrachten Sie nun ein zwei-dimensionales anisotropes Gitter mit dem Spektrum

$$\epsilon(\mathbf{k}) = A_1 \cos(k_x a_x) + A_2 \cos(k_y a_y)$$

in einem konstanten Magnetfeld $\mathbf{B} = -B \hat{\mathbf{z}}$. Bestimmen Sie den Energiebereich für offene Bandkurven. Skizzieren Sie die Bandkurven im k -Raum für $A_1 = A_2$ und für $A_1 \neq A_2$. Skizzieren Sie die Zyklotronfrequenz ω_c als Funktion der Energie.