Theorie der Kondensierten Materie I WS 2014/2015**Prof. Dr. A. Mirlin, Dr. I. Gornyi**
U. Briskot, N. Kainaris, Dr. E. König**Blatt 5**
Besprechung 27.11.2014**1. Van Hove-Singularität** (4+7=11 Punkte)

Betrachten Sie das “Tight-Binding”-Modell auf dem quadratischen Gitter in zwei Dimensionen. Das Gitter besteht hier nur aus einem Atom pro Einheitszelle. Berücksichtigen Sie ausschließlich das Hüpfen über benachbarte Gitterplätze.

- (a) Drücken Sie die Zustandsdichte des Modells exakt (d.h. ohne jegliche Näherung) durch das vollständige elliptische Integral erster Art aus.
- (b) Welche Punkte in der Brillouin-Zone können die van Hove-Singularität verursachen? Entwickeln Sie das Energiespektrum in der Region der Brillouin-Zone, die für die Singularität verantwortlich ist. Berechnen Sie das asymptotische Verhalten der Zustandsdichte. Skizzieren Sie die Zustandsdichte.

2. Van Hove-Singularität in Graphen (2+2+6=10 Punkte)

- (a) Ausgehend von dem “Tight-Binding”-Modell in der nächsten-Nachbarn-Näherung (s. Übungsblatt 3), leiten Sie den allgemeinen Ausdruck für die Zustandsdichte in Graphen her.
- (b) Bestimmen Sie die Zustandsdichte in Graphen in der Nähe der K -Punkte in der Brillouin-Zone (wobei die Bandlücke verschwindet).
- (c) Finden Sie die Punkte in der Brillouin-Zone, die für die van Hove-Singularität in Graphen verantwortlich sind. Bestimmen Sie die van Hove-Singularität. Skizzieren Sie die Zustandsdichte in Graphen allgemein.

3. Dirac-Teilchen in Graphen (2+7=9 Punkte)

Betrachten Sie ein “ultrarelativistisches” 2D-Gas bestehend aus Spin- $\frac{1}{2}$ Fermionen mit der Einteilchen-Energie $\varepsilon_{\pm}(\mathbf{p}) = \pm v |\mathbf{p}|$. Dieses Modell beschreibt Elektronen und Löcher in Graphen in der Nähe der “Dirac-Punkte”.

- (a) Finden Sie die Fermi-Energie E_F und die Grundzustandsenergie als Funktion der Elektronendichte $n = N/V$.
- (b) Bestimmen Sie das chemische Potential μ und die spezifische Wärme c_v der Dirac-Teilchen für $T \ll E_F$ und $T \gg E_F$ (bei fester Elektronendichte n).
- (c) Zeigen Sie, dass bei fester Teilchenzahl N für einen adiabatischen Prozess die Beziehung $VT^{\alpha} = \text{const}$ gilt. Bestimmen Sie α . (5 Bonuspunkte)