Karlsruher Institut für Technologie
Institut für theoretische Festkörperphysik

Prof. Dr. Gerd Schön
Dr. Michael Marthaler, Dr. Jens Michelsen

http://www.tfp.kit.edu/studium-lehre_444.php

ÜBUNGSBLATT NR. $\boxed{10}$
Theorie der kondensierten Materie II, SS 2012

Ausgabe **06.07.12**
Besprechung **13.07.12**

1 | Kontour Matrix Multiplikation (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass für

$$C(t,t') = \int_C d\bar{t} A(t,\bar{t}) B(\bar{t},t')\,, \tag{1}$$

gilt

$$C^<(t,t') = (A^R \circ B^<)(t,t') + (A^< \circ B^A)(t,t')\,, \tag{2}$$
$$C^>(t,t') = (A^R \circ B^>)(t,t') + (A^> \circ B^A)(t,t')\,, \tag{3}$$

wobei die verallgemeinerte Faltung $\circ$ definiert ist als

$$(A \circ B)(t,t') = \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{t} A(t,\bar{t}) B(\bar{t},t')\,. \tag{4}$$

Zeigen sie, dass für

$$C^R(t,t') = \Theta(t-t')(C^>(t,t') - C^<(t,t'))\,, \tag{5}$$

gilt

$$C^R(t,t') = (A^R \circ B^R)(t,t')\,. \tag{6}$$

2 | Keldysh Green'sche Funktion (10 Punkte)

Wir definieren die Green'sche Funktion

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} -i\langle T(\psi(1)\psi^\dagger(1'))\rangle & G^<(1,1') \\ G^>(1,1') & -i\langle \tilde{T}(\psi(1)\psi^\dagger(1'))\rangle \end{pmatrix}, \tag{7}$$

a) (5 Punkte) Transformieren Sie $\hat{G}$,

$$\bar{G} = L\tau_3 \hat{G} L^\dagger\ , \quad L = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{1} - i\tau_2)\,, \tag{8}$$

mit den Pauli Matrizen τ_i. Identifizieren sie G^R, G^A und G^K in der resultierenden Matrix.

b) (5 Punkte) Die Dyson-Gleichung für die Matrix $\hat{G}$ lässt sich schreiben als

$$\hat{G} = \hat{G}_0 + \hat{G}_0 \tau_3 \hat{\Sigma} \tau_3 \hat{G}\,, \tag{9}$$

mit der Selbestenergie

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Zeigen sie, dass die Dyson-Gleichung (9), nach der Transformation (8) Komponentenweise den folgenden Gleichungen entspricht,

$$\begin{aligned} G^{R/A} &= G_0^{R/A} + G_0^{R/A}\Sigma^{R/A}G^{R/A}\,, && (11)\\ G^K &= G_0^K + G_0^R\Sigma^R G^K + G_0^R\Sigma^K G^A + G_0^K\Sigma^A G^A\,. && (12) \end{aligned}$$

Schreiben sie Σ^R, Σ^A und Σ^K als Funktion von Σ_{ij}.
Benutzen sie die Relation:

$$0 = \Sigma_{11} - \Sigma_{12} - \Sigma_{21} + \Sigma_{22}\,. \qquad (13)$$