Karlsruher Institut für Technologie
Institut für theoretische Festkörperphysik

Prof. Dr. Gerd Schön
Dr. Michael Marthaler, Dr. Jens Michelsen

http://www.tfp.kit.edu/studium-lehre_444.php

ÜBUNGSBLATT NR. $\boxed{6}$
Theorie der kondensierten Materie II, SS 2012

Ausgabe **01.06.12**
Besprechung **15.06.12**

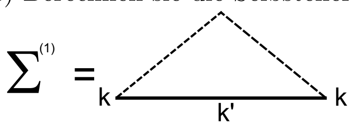
1 Störstellen (8 Punkte)

Wie bereits in der Vorlesung besprochen betrachten wir Fermionen in einem periodischem Potential $U_0(r)$ mit Störstellen $v(r - R_i)$,

$$U(r) = U_0(r) + U_{\rm imp}(r) \quad , \quad U_{\rm imp} = \sum_{i=1}^{N_i} v(r - R_i)\,. \tag{1}$$

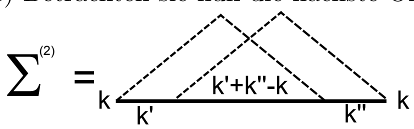
Wir nehmen an das für die Störstellen gilt $|v(\vec{q})|^2 = v_0^2$.

a) (2 Punkte) Berechnen sie die Selbstenergie in niedrigster Ordnung,



Verwenden sie dabei die Näherung, dass nur k-Vektoren in der Umgebung der Fermikante relevant sind und dass dort die Zustandsdichte den konstanten Wert $N(0)$ annimmt. Zeigen sie, dass die Selbstenergie gegeben ist durch $\Sigma^{(1)} = -i\frac{1}{2\tau}\mathrm{sgn}(\omega_n)$ mit der Streurate $\frac{1}{\tau} = 2\pi N_i v_0^2 N(0)$.

b) (6 Punkte) Betrachten sie nun die nächste Ordnung der Selbstenergie,

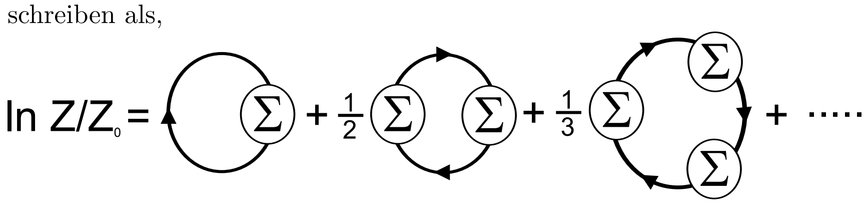


Schätzen sie die Größe dieses Beitrages ab, indem sie dieselben Näherungen wie in Aufgabenteil a) verwenden.

2 Großkanonisches Potential (12 Punkte)

a) (6 Punkte) In der Vorlesung wurde bereits die diagrammtische Entwicklung der Zustandsumme diskutiert. Hierzu schreiben wir die Zustandsumme als $Z/Z_0 = \langle TU(\beta)\rangle$. Für ein Fermionisches System mit Wechselwirkung enthält diese Entwicklung verbundene und getrennte Diagramme.
Finden sie Argumente, warum $\ln Z/Z_0$ nur aus den verbundenen Diagrammen besteht.

b) (6 Punkte) Wir betrachten nun ein zeitunabhängiges, translationsinvariantes Fermionisches System. Für diese System suchen wir die Korrektur zum Großkanonischen Potential $\Delta\Omega = \Omega - \Omega_0 = T \ln Z/Z_0$. Als diagrammatische Entwicklung lässt sich dies schreiben als,



Zeigen sie, dass sich $\Delta\Omega$ wie folgt durch die volle Green'sche Funktion

$$G(i\omega_n, \vec{k}) = \frac{1}{i\omega_n - \xi_{\vec{k}} - \Sigma(i\omega_n, \vec{k})} \tag{2}$$

ausdrücken lässt:

$$\Delta\Omega = T \sum_{n,\vec{k}} e^{i\omega_n \tau} \ln \frac{G(i\omega_n, \vec{k}\,)}{G_0(i\omega_n, \vec{k}\,)} \quad , \tau \to 0\,. \tag{3}$$