

# Spintransport in Nanostrukturen SS 2023

## Lösungsblatt 4

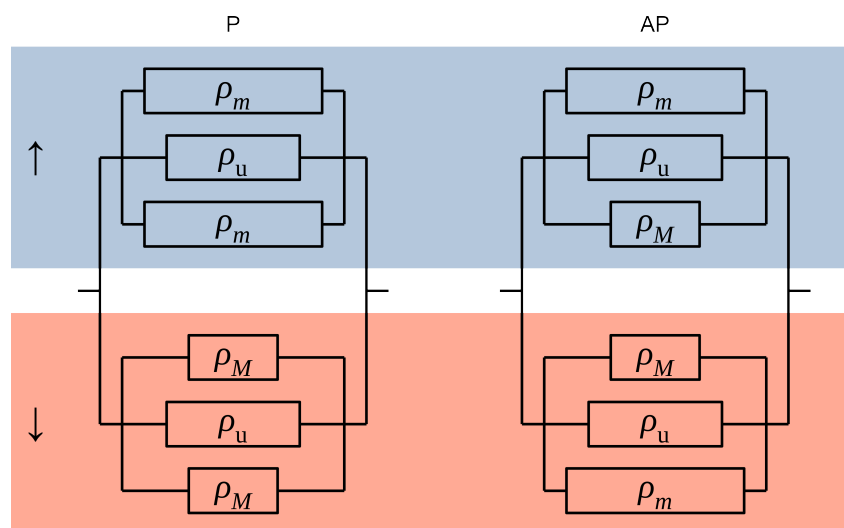
Besprechung 21.6.2023 8:00, Raum 2/17

### Aufgabe 1. CIP GMR

Zeigen Sie, dass es keinen CIP-GMR gibt, wenn sie die Schichten als diskretes Widerstandsnetzwerk darstellen.

### Lösung

Ersatzschaltung (drei Schichten parallel geschaltet)



Der einzige Unterschied ist die Anordnung der Widerstände in der Parallelschaltung → gleicher Gesamtwiderstand.

### Aufgabe 2. Valet-Fert-Modell

- Leiten Sie mit Hilfe des Valet-Fert-Modells den Zusatzwiderstand einer Ferromagnet-Normalleiter-Grenzfläche her, sowie die Aufspaltung des chemischen Potenzials und die Spinpolarisation des Stroms an der Grenzfläche.
- Skizzieren Sie chemisches Potenzial, Ladungsträgerdichte und Stromdichte für beide Spins als Funktion des Abstands von der Grenzfläche.

## Lösung

Im Valet-Fert-Modell gelten in einer Dimension die Gleichungen

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_+ \mu_+ + \sigma_- \mu_-) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\mu_+ - \mu_-) = \frac{\mu_+ - \mu_-}{\lambda_{sf}^2} \quad (2)$$

Hier steht + für den Majoritätsspin und – für den Minoritätsspin. Im Zweistrommodell ist

$$\begin{aligned} \sigma_{\pm} &= \frac{\sigma}{2} (1 \pm p) \\ j_{\pm} &= \frac{\sigma_{\pm}}{e} \frac{\partial \mu_{\pm}}{\partial x} = \frac{\sigma}{2e} (1 \pm p) \frac{\partial \mu_{\pm}}{\partial x} \end{aligned}$$

Wir definieren

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \frac{1}{2} ((1+p) \mu_+ + (1-p) \mu_-) \\ \Delta\mu &= \frac{1}{2} (\mu_+ - \mu_-) \\ \text{bzw. } \mu_{\pm} &= \bar{\mu} \pm (1 \mp p) \Delta\mu \end{aligned}$$

und erhalten

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{\mu} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta\mu = \frac{\Delta\mu}{\lambda^2} \quad (4)$$

Wir machen den Ansatz

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \alpha + \beta x \\ \Delta\mu &= \gamma e^{x/\lambda} + \delta e^{-x/\lambda} \end{aligned}$$

und erhalten

$$\begin{aligned} \mu_{\pm} &= \alpha + \beta x \pm (1 \mp p) \gamma e^{x/\lambda} \pm (1 \mp p) \delta e^{-x/\lambda} \\ \frac{\partial \mu_{\pm}}{\partial x} &= \beta \pm \frac{(1 \mp p) \gamma}{\lambda} e^{x/\lambda} \mp \frac{(1 \mp p) \delta}{\lambda} e^{-x/\lambda} \\ 2ej_{\pm} = \sigma (1 \pm p) \frac{\partial \mu_{\pm}}{\partial x} &= \sigma \left[ (1 \pm p) \beta \pm \frac{(1-p^2) \gamma}{\lambda} e^{x/\lambda} \mp \frac{(1-p^2) \delta}{\lambda} e^{-x/\lambda} \right] \end{aligned}$$

Aus

$$j = j_+ + j_- = \frac{\sigma}{e} \beta$$

folgt  $\beta = ej/\sigma = ej\rho$ .

a) Jetzt betrachten wir die F/N-Grenzfläche bei  $x = 0$

Ferromagnet mit  $\lambda = \lambda_F$ ,  $p \neq 0$ ,  $\sigma = 1/\rho_F$  für  $x < 0$ :

$$\begin{aligned}\mu_{\pm}(x < 0) &= \alpha_F + ej\rho_F x \pm \gamma_F (1 \mp p) e^{x/\lambda_F} \\ 2ej_{\pm}(x < 0) &= ej(1 \pm p) \pm \frac{\gamma_F (1 - p^2)}{\rho_F \lambda_F} e^{x/\lambda_F}\end{aligned}$$

Normales Metall mit  $\lambda = \lambda_N$ ,  $p = 0$ ,  $\sigma = 1/\rho_N$  für  $x > 0$ :

$$\begin{aligned}\mu_{\pm}(x > 0) &= ej\rho_N x \pm \delta_N e^{-x/\lambda_N} \\ 2ej_{\pm}(x > 0) &= ej \mp \frac{\delta_N}{\rho_N \lambda_N} e^{-x/\lambda_N}\end{aligned}$$

Hier haben wir benutzt, dass die Spinakkumulation im Unendlichen verschwindet ( $\gamma_N = \delta_F = 0$ ) und dass der Nullpunkt von  $\mu$  frei wählbar ist ( $\alpha_N = 0$ ).

Randbedingungen (je zwei Gleichungen für + und -):

$$\begin{aligned}\mu_{\pm}(0-) &= \mu_{\pm}(0+) \quad (\text{I}_{\pm}) \\ j_{\pm}(0-) &= j_{\pm}(0+) \quad (\text{II}_{\pm})\end{aligned}$$

Ansatz einsetzen:

$$\begin{aligned}\alpha_F \pm \gamma_F (1 \mp p) &= \pm \delta_N \\ \pm pej \pm \frac{\gamma_F (1 - p^2)}{\rho_F \lambda_F} &= \mp \frac{\delta_N}{\rho_N \lambda_N}\end{aligned}$$

$(\text{I}_+) + (\text{I}_-)$ :

$$\alpha_F/p = \gamma_F$$

$(\text{I}_+) \times (1 + p) + (\text{I}_-) \times (1 - p)$ :

$$\alpha_F/p = \delta_N$$

$(\text{II}_+)$  und  $(\text{II}_-)$  sind identisch. Einsetzen von  $\gamma_F$  und  $\delta_N$  in  $(\text{II})$ :

$$\begin{aligned}ejp + \frac{\alpha_F (1 - p^2)}{p \rho_F \lambda_F} &= \frac{-\alpha_F}{p \rho_N \lambda_N} \\ ejp^2 &= -\alpha_F \left( \frac{1}{\rho_N \lambda_N} + (1 - p^2) \frac{1}{\rho_F \lambda_F} \right) \\ \alpha_F &= -ejp^2 \left( \frac{1}{\rho_N \lambda_N} + (1 - p^2) \frac{1}{\rho_F \lambda_F} \right)^{-1}\end{aligned}$$

Mit  $I = jA$  und  $V = -\alpha_F/e$  erhalten wir

$$R_G = \frac{V}{I} = \frac{-\alpha_F}{jAe} = p^2 \left( \frac{A}{\rho_N \lambda_N} + (1 - p^2) \frac{A}{\rho_F \lambda_F} \right)^{-1}$$

Wir definieren die charakteristischen Widerstände

$$\mathcal{R}_N = \frac{\rho_N \lambda_N}{A} \text{ und } \mathcal{R}_F = \frac{\rho_F \lambda_F}{A}$$

und schreiben

$$R_G = \frac{p^2 \mathcal{R}_N \mathcal{R}_F}{(1 - p^2) \mathcal{R}_N + \mathcal{R}_F} = \frac{p^2 \mathcal{R}_N}{M + 1}$$

mit

$$M = (1 - p^2) \frac{\mathcal{R}_N}{\mathcal{R}_F}$$

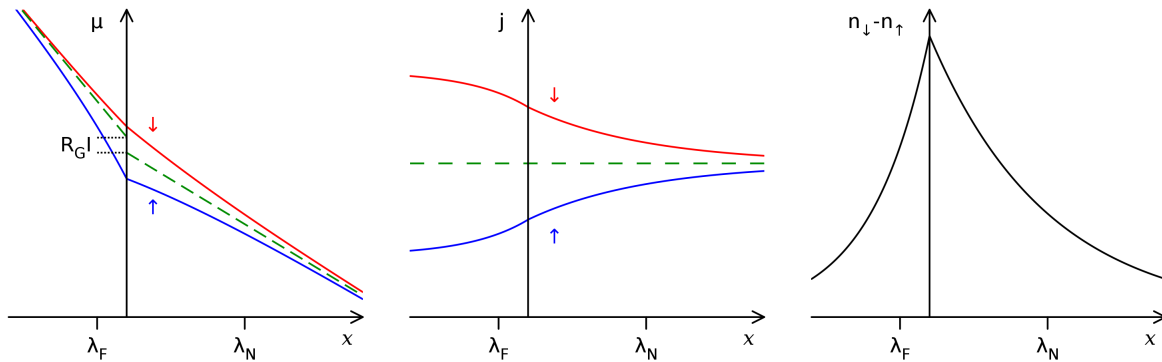
Die Aufspaltung des chemischen Potentials ist

$$\Delta\mu = 2\delta_N = \frac{2\alpha_F}{p} = \frac{2IR_G e}{p}$$

Die Spinpolarisation des Stroms an der Grenzfläche ist

$$\begin{aligned} p_j &= \frac{j_+ - j_-}{j_+ + j_-} = -\frac{\delta_N}{\rho_N \lambda_N e j} = -\frac{\alpha_F}{\rho_N \lambda_N e j p} \\ &= \frac{R_G j e A}{\rho_N \lambda_N e j p} = \frac{R_G}{p \mathcal{R}_N} = \frac{p}{M + 1} \end{aligned}$$

b) Skizzen



### Aufgabe 3. Spinakkumulation

- Berechnen Sie den Grenzflächenwiderstand und die Spinpolarisation des Stroms an der Grenzfläche für einen F/N-Kontaktes mit folgenden Parametern:  
 Querschnittsfläche:  $A = (100 \text{ nm})^2$   
 Ferromagnet:  $\rho_F = 10 \mu\Omega\text{cm}$ ,  $\lambda_F = 10 \text{ nm}$ ,  $p = 0.5$   
 Normales Metall:  $\rho_N = 1 \mu\Omega\text{cm}$ ,  $\lambda_N = 1000 \text{ nm}$
- Durch die Grenzfläche aus (a) fließt ein Strom von  $10 \mu\text{A}$ . Wie groß ist die Spinaufspaltung  $\Delta\mu$ , die induzierte Magnetisierung und das induzierte Magnetfeld im normalen Metall (Zustandsdichte  $N(\epsilon_F) = 2.4 \times 10^{28} / \text{m}^3 \text{eV}$ )?

## Lösung

a)

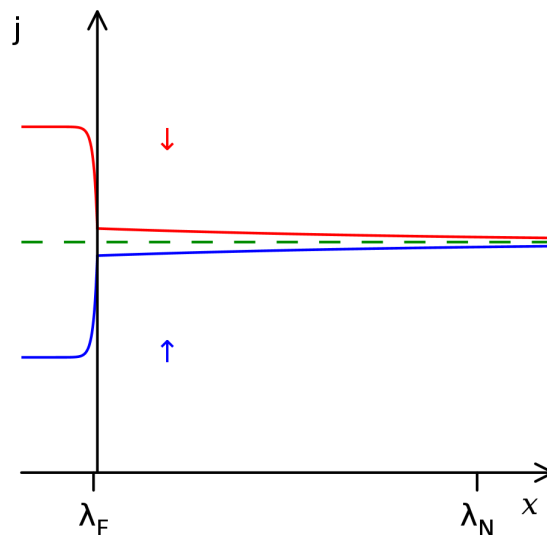
$$\mathcal{R}_F = \frac{\rho_F \lambda_F}{A} = 100 \text{ m}\Omega$$

$$\mathcal{R}_N = \frac{\rho_N \lambda_N}{A} = 1 \text{ }\Omega$$

$$M = (1 - p^2) \frac{\mathcal{R}_N}{\mathcal{R}_F} = 7.5$$

$$R_G = \frac{p^2 \mathcal{R}_N}{M + 1} = \frac{0.25 \text{ }\Omega}{8.5} = 29 \text{ m}\Omega$$

$$p_j = \frac{50\%}{8.5} = 5.9\%$$



b)

Der Spannungsabfall über  $R_G$  ist

$$V = R_G I = 294 \text{ nV}$$

Die Aufspaltung des chemischen Potentials ist

$$\Delta\mu = \frac{2IR_G e}{p} = 1.18 \text{ }\mu\text{eV}$$

Die Magnetisierung ist

$$M = \mu_B \Delta n = \mu_B N(\epsilon_F) \Delta\mu = 0.263 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Das Magnetfeld ist

$$B = \mu_0 M = 330 \text{ nT}$$