

# Spintransport in Nanostrukturen SS 2023

## Lösungsblatt 5

Besprechung 5.7.2023 8:00, Raum 2/17

### Aufgabe 1. Tunnelinjektion

- Betrachten Sie einen spinpolarisierten Tunnelkontakt der Fläche  $A$  zwischen zwei normalleitenden Metallen (Spinfilterbarriere). Der spinabhängige Grenzflächenleitwert ist  $G_{\pm} = G (1 \pm p_G) / 2$ . Durch die Grenzfläche fließt ein Strom  $I$ . Berechnen Sie die Spinaufspaltung des chemischen Potentials und die Spinpolarisation des Stromes an der Grenzfläche. Nehmen Sie an, dass metallische Widerstandsbeiträge klein sind im Vergleich zum Tunnelwiderstand.
- Skizzieren Sie elektrochemisches Potenzial, Ladungsträgerdichte und Stromdichte für beide Spins als Funktion des Abstands von der Grenzfläche.
- Vergleichen Sie mit dem Ergebnis für metallische Kontakte (Übungsblatt 4, Aufgabe 3). Nehmen Sie die dieselben Zahlenwerte und  $p_G = 0.5$ .

### Lösung

- a) Die Lösung ist analog zur F/N-Grenzfläche (Blatt 4, Aufgabe 2), allerdings mit  $p = 0$ ,  $\rho_F = \rho_N = \rho$ ,  $\lambda_F = \lambda_N = \lambda$ .

$$\mu_{\pm}(x < 0) = \alpha + ej\rho x \pm \gamma e^{x/\lambda} \quad (1)$$

$$2ej_{\pm}(x < 0) = ej \pm \frac{\gamma}{\rho\lambda} e^{x/\lambda} \quad (2)$$

$$\mu_{\pm}(x > 0) = ej\rho x \pm \delta e^{-x/\lambda} \quad (3)$$

$$2ej_{\pm}(x > 0) = ej \mp \frac{\delta}{\rho\lambda} e^{-x/\lambda} \quad (4)$$

wobei wir schon  $\beta = ej\rho$  eingesetzt haben. An der Grenzfläche bei  $x = 0$  also

$$\mu_{\pm}(0-) = \alpha \pm \gamma \quad (5)$$

$$2ej_{\pm}(0-) = ej \pm \frac{\gamma}{\rho\lambda} \quad (6)$$

$$\mu_{\pm}(0+) = \pm \delta \quad (7)$$

$$2ej_{\pm}(0+) = ej \mp \frac{\delta}{\rho\lambda} \quad (8)$$

Allerdings sind die Randbedingungen jetzt

$$\mu_{\pm}(0+) - \mu_{\pm}(0-) = \frac{2ej_{\pm}AR}{1 \pm p_G} \quad (9)$$

$$j_{\pm}(0+) - j_{\pm}(0-) = 0 \quad (10)$$

wobei  $R = 1/G$  der Widerstand der Tunnelbarriere ist.

Einsetzen der Ansätze ergibt

$$\alpha \pm \gamma \mp \delta = -\frac{R}{(1 \pm p_G)} \left( eI \mp \frac{\delta}{\mathcal{R}} \right) \quad (11)$$

$$\pm \gamma = \mp \delta \quad (12)$$

mit  $I = jA$  und  $\mathcal{R} = \rho \lambda / A$ . Aus (12) folgt  $\delta = -\gamma$ . Die Differenz der beiden Gleichungen (11) ist

$$2\gamma - 2\delta = -\frac{R}{(1 + p_G)} \left( eI - \frac{\delta}{\mathcal{R}} \right) + \frac{R}{(1 - p_G)} \left( eI + \frac{\delta}{\mathcal{R}} \right) \quad (13)$$

$\gamma$  einsetzen ergibt

$$\begin{aligned} -4\delta &= \frac{2p_G ReI}{(1 - p_G^2)} + \frac{2R}{(1 - p_G^2)} \frac{\delta}{\mathcal{R}} \\ -2\delta (1 - p_G^2) &= p_G ReI + R \frac{\delta}{\mathcal{R}} \\ -\delta (2(1 - p_G^2) \mathcal{R} + R) &= p_G ReI \mathcal{R} \\ \delta &= -\frac{p_G eI \mathcal{R}}{1 + 2(1 - p_G^2) \mathcal{R}/R} \end{aligned}$$

Für  $\mathcal{R} \ll R$  ergibt sich

$$\delta \approx -p_G eI \mathcal{R}$$

Die Summe der beiden Gleichungen (11) ist

$$\alpha = -\frac{R}{(1 - p_G^2)} \left( eI + p_G \frac{\delta}{\mathcal{R}} \right) \approx -ReI$$

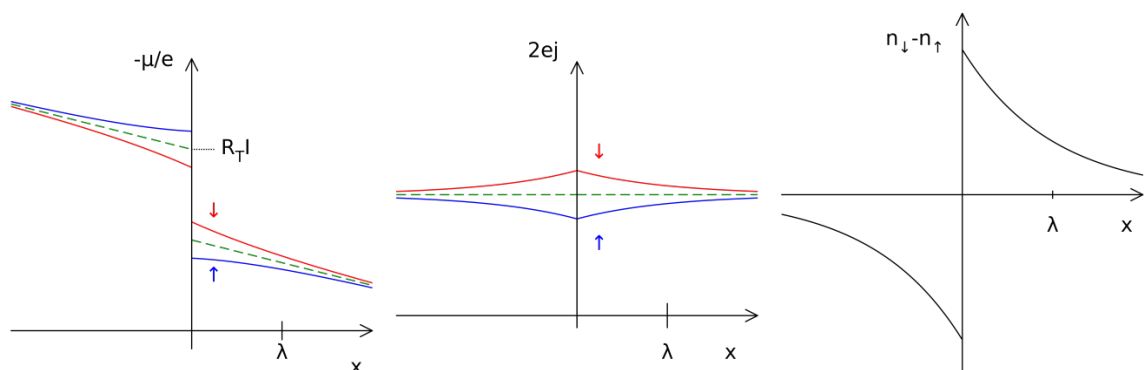
Der Spannungsabfall ist im Wesentlichen der Tunnelwiderstand. Die Spinaufspaltung and der Grenzfläche ist

$$\Delta\mu = \pm 2p_G eI \mathcal{R}$$

mit unterschiedlichem Vorzeichen links und rechts der Grenzfläche. Die Spinpolarisation des Stromes and der Grenzfläche können wir aus (8) berechnen:

$$p_j = -\frac{\delta}{eI \mathcal{R}} = p_G$$

b) Skizzen



c) Zahlenwerte

Wir haben  $\mathcal{R} = \mathcal{R}_N = 1 \, \Omega$  und  $I = 10 \, \mu\text{A}$ .

$$\Delta\mu = 2|\delta| = 2p_G e I \mathcal{R} = 10 \, \mu\text{eV}$$

Bei der F/N-Grenzfläche war

$$\Delta\mu = \frac{2peI\mathcal{R}_N}{(1-p^2)\mathcal{R}_N/\mathcal{R}_F + 1} = 1.18 \, \mu\text{eV}$$

Beim Tunnelkontakt spielt der “resistance mismatch”-Faktor  $\mathcal{R}_N/\mathcal{R}_F$  keine Rolle.

## Aufgabe 2. Spinfilterbarriere

Europiumsulfid ist ein ferromagnetischer Halbleiter. Bei Tunnelkontakten mit EuS beobachtet man eine mittleren Barrierenhöhe  $V \approx 2 \, \text{eV}$  und eine Spinaufspaltung der Barriere  $h_{\text{ex}} = V_{\uparrow} - V_{\downarrow} \approx 0.36 \, \text{eV}$ . Schätzen Sie die Spinpolarisation des Tunnelstroms für Barrierendicken  $d = 1 \, \text{nm}$  und  $d = 3 \, \text{nm}$  ab.

## Lösung

Die Spinpolarisation ist

$$p = \frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-}$$

mit

$$T_{\pm} \approx e^{-2\kappa_{\pm}d},$$

wobei wie hier den algebraischen Faktor vernachlässigen. Die Barriere für Majoritätsspins ist niedriger ( $V_{\pm} = V \mp \delta V$ ), und es gilt

$$\kappa_{\pm} = \sqrt{2m \frac{V \mp \delta V}{\hbar^2}}$$

mit  $\delta V = h_{\text{ex}}/2$ . Wir können schreiben  $\kappa_{\pm} = \bar{\kappa} \mp \delta\kappa/2$  und erhalten damit

$$p = \tanh(\delta\kappa \cdot d)$$

Mit  $\sqrt{\hbar^2/2me} = 0.195 \, \sqrt{\text{Vnm}}$  erhalten wir

$$\begin{aligned}\kappa_+^{-1} &= \frac{0.195 \, \sqrt{\text{Vnm}}}{\sqrt{1.82 \, \text{V}}} = 0.145 \, \text{nm} \\ \kappa_-^{-1} &= \frac{0.195 \, \sqrt{\text{Vnm}}}{\sqrt{2.18 \, \text{V}}} = 0.132 \, \text{nm} \\ \delta\kappa^{-1} &= 1.53 \, \text{nm}\end{aligned}$$

Wir erhalten  $p(d = 1 \, \text{nm}) = \tanh(1/1.53) = 57\%$  und  $p(d = 3 \, \text{nm}) = \tanh(3/1.53) = 96\%$

Wir können auch den algebraischen Vorfaktor

$$\frac{4k^2\kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2}$$

mitnehmen. Da wir uns nur für die Spinpolarisation interessieren, sind die Absolutwerte egal, und wir können  $k^2 \rightarrow \epsilon_F$  und  $\kappa_{\pm}^2 \rightarrow V_{\pm}$  ersetzen und schreiben

$$\frac{4k^2\kappa_{\pm}^2}{(k^2 + \kappa_{\pm}^2)^2} \propto \frac{\epsilon_F V_{\pm}}{(\epsilon_F + V_{\pm})^2}$$

Damit erhalten wir

$$\alpha = \frac{T_+}{T_-} = \frac{V_+ (\epsilon_F + V_-)^2}{\underbrace{V_- (\epsilon_F + V_+)^2}_{=\beta}} \exp(2\delta\kappa \cdot d)$$

und  $p = (\alpha - 1) / (\alpha + 1)$ . Jetzt muss man eine Annahme für die Fermi-Energie machen. Der Vorfaktor  $\beta$  variiert zwischen  $V_+/V_-$  für  $\epsilon_F \rightarrow \infty$  und  $V_-/V_+$  für  $\epsilon_F \rightarrow 0$ . Aus den zwei Extremwerten ergibt sich dann  $p(d = 1 \text{ nm}) = 53 - 64\%$ ,  $p(d = 3 \text{ nm}) = 96 - 97\%$ . Mit wachsender Barrierendicke wird der algebraische Faktor unwichtig.