Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^7y}{dx^7} + 8\,\frac{d^4y}{dx^4} = 0\ .$$

b) Löse die Differentialgleichung

$$y' = x(1+y^2)$$

mit der Anfangsbedingung $y(-\sqrt{2\pi}) = 1$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Bestimme zwei Vektoren der Länge 3, welche auf der durch die drei Punkte $A = (1,1,0)$, $B = (1,0,1)$ und $C = (0,3,-1)$ gegebenen Ebene E senkrecht stehen.

b) Bestimme den Abstand des Ursprungs zu E und den Punkt P auf E mit dem kürzesten Abstand zum Ursprung 0.

c) Bestimme den Schnittwinkel der Gerade durch 0 und P und der Ebene E.

d) Bestimme den Schnittpunkt der 3 Ebenen

$$\begin{array}{lcrcrcrcl} E_1 & : & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3\ , \\ E_2 & : & 2x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & = & 0\ , \\ E_3 & : & 3x_1 & - & 2x_2 & + & 5x_3 & = & 6\ . \end{array}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Bestimme

$$\lim_{n\to\infty} \int_n^{2n} \frac{dx}{x}\ .$$

b) Bestimme c_{100} in der Taylorreihe

$$\frac{1+x}{1-x} = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j\ .$$

– bitte wenden –

c) Es seien in $|x| < 1$ die Funktionen

$$f(x) = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{1-x}$$

gegeben. Zeige $f(x) = x(xg'(x))'$.

Bestimme dann die Taylorreihe von f um $x_0 = 0$ mit Hilfe der Taylorreihe von g und berechne dann $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Betrachte $f_n(x) = \tanh\left(\frac{x}{n}\right)$.

a) Zeige, für alle $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$, dass $|f_n(x)| \leq \left|\frac{x}{n}\right|$.

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (f_n(x))^2$.

c) Zeige, dass $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f_n(1)$ konvergiert.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Montag, dem 10.04.06, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

`http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html`

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 25. April 06, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.
Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 02.05.06 bis 05.05.06.