

1. Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = ||x^2 - 2| + |1 - x^2||.$$

- a) Schreiben Sie $f(x)$ ohne Beträge.
- b) Skizzieren Sie den Graphen von f auf dem Intervall $\mathbb{D} = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$.
- c) Bestimmen Sie alle Zahlen $a \in \mathbb{R}$, für die die Gerade $y = a$ mit dem Graphen von f keine, zwei, drei und vier Schnittpunkte hat.
- d) Welche Geraden haben mit dem Graphen von f genau einen Schnittpunkt?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es seien $x, y \in \mathbb{R}$ beliebig mit $x \neq y$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.
Zeigen Sie:

- a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: Aus $x > y$ folgt $x^n > y^n$.
- b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $xy^n + x^ny < x^{n+1} + y^{n+1}$.
- c) Für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ gilt

$$(x + y)^n < 2^{n-1}(x^n + y^n).$$

Hinweis: a) ist nützlich für b); b) ist nützlich für c).

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Die Gleichung $z^3 + 3z^2 + 3z = -1 + i$ hat eine Wurzel auf der Winkelhalbierenden die durch den ersten und dritten Quadranten der komplexen z -Ebene läuft.

Man bestimme alle Wurzeln und skizziere ihre Lage in der komplexen z -Ebene.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sind im \mathbb{R}^3 die Punkte $P_1 = (1, 3, 7)$ und $P_2 = (2, 4, 6)$ und die Ebenen E_1 und E_2 durch:

$$E_1 : x + 2y + z = 24$$

$$E_2 : x - y + z = 5 .$$

- a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden g durch P_1 und P_2 .
- b) Berechnen Sie die Schnittpunkte von g mit E_1 und E_2 , falls g die Ebenen schneidet.
- c) Bestimmen Sie eine Gleichung des Schnitts der Ebene E_1 mit E_2 , falls diese sich schneiden.
- d) Berechnen Sie die Länge des Stücks der Geraden g zwischen E_1, E_2 .
- e) Geben Sie den Winkel an, den die Ebenen E_1 und E_2 miteinander bilden.
- f) Gibt es Ebenen, die zu E_1 und E_2 orthogonal sind? Wenn ja, geben Sie Gleichungen für alle an.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den **19. Dezember 2006**, im Sekretariat (312) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am **20. Dezember 2006** von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.