

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

11. Übungsblatt

Aufgabe 1

- a) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch $f(x) := x^2 + 2x - 3$. Bestimmen Sie eine Potenzreihe, die in einer Umgebung von $x_0 = -1$ die Funktion $1/f$ darstellt.
- b) Berechnen Sie die ersten vier Koeffizienten der Potenzreihe um $x_0 = 0$ von $\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}$.

Aufgabe 2

- a) Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > 0$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > 0.$$

- b) Seien $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > g(x_0)$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx.$$

Aufgabe 3

Gegeben seien die Funktion $f: [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in [1, 2) \\ 4 & \text{falls } x \in [2, 3) \\ 2 & \text{falls } x \in [3, 4) \\ 3 & \text{falls } x \in [4, 5] \end{cases}$ und eine Zerlegung Z von $[1, 5]$ mit $\|Z\| < \frac{1}{2}$.

- a) Bestimmen Sie $\omega(f, Z)$ und $\Omega(f, Z)$ (in Abhängigkeit von Z).
- b) Ist f integrierbar? Berechnen Sie ggf. $\int_1^5 f(x) dx$.

Aufgabe 4

Sei $a > 1$. Prüfen Sie, ob das Integral $\int_1^a \frac{1}{x} dx$ existiert und bestimmen Sie ggf. seinen Wert.
Hinweis: Satz 13.1.3.

Aufgabe 5

Prüfen Sie, ob die Folge $\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{e^{-k}}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert und berechnen Sie ggf. ihren Grenzwert.

Hinweis: Man kann die Summe als Riemannsche Zwischensumme auffassen.

Aufgabe 6 (P)

Untersuchen Sie jeweils die Funktion f auf gleichmäßige Stetigkeit:

a) $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x};$

b) $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2}$

Aufgabe 7 (P)

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass es eine Folge von Treppenfunktionen auf $[a, b]$ gibt, die gleichmäßig gegen f konvergiert.

Hinweis: Eine Treppenfunktion auf $[a, b]$ ist eine Funktion $t: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ der Form

$$t(x) = \begin{cases} c_1 & \text{falls } x \in I_1 \\ c_2 & \text{falls } x \in I_2 \\ \vdots & \\ c_n & \text{falls } x \in I_n \end{cases},$$

wobei $c_j \in \mathbb{R}$ und I_j paarweise disjunkte Intervalle mit $\bigcup_{j=1, \dots, n} I_j = [a, b]$ seien, vgl. Aufgabe 3.

Hinweise:

Übungsklausur

Die Übungsklausur findet am Samstag, den 29.1.2011, um 08.00-10.00 Uhr statt.

Falls Sie keinen Übungsschein benötigen:

Eine Anmeldung ist in diesem Fall nicht erforderlich; bitte finden Sie sich gemäß folgender Hörsaalverteilung zum Klausurtermin ein.

Fachrichtung	Anfangsbuchstabe Nachname	Hörsaal
ETEC/Geodäsie	A-K	Benz-Hörsaal
ETEC/Geodäsie	L-Z	Daimler-Hörsaal
Physik/Chemie	A-Z	Gerthsen-Hörsaal

Falls Sie einen Übungsschein benötigen:

Sie können einen Übungsschein **ausschließlich** durch die erfolgreiche Teilnahme an der Übungsklausur erwerben. Bitte melden Sie sich dazu (**bis zum 26.1.2011**) im Lehrstuhl-Sekretariat bei Frau Blach (gertraud.blach@kit.edu). Bei der Anmeldung erfahren Sie Ihren Sitzplatz für die Übungsklausur.

Hilfsmittel zur HM I - Klausur

Ausschließlich zwei handbeschriebene DIN A4 - Blätter (insgesamt 4 Seiten).