

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie
14. Übungsblatt**

Aufgabe 1

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_4(f, 0)$ von $f: x \mapsto \ln(1+x)$ und zeigen Sie

$$0 \leq \ln(1+x) - T_4(f, 0)(x) \leq \frac{1}{5}x^5 \quad \text{für alle } x \geq 0.$$

- b) Bestimmen Sie Zahlen a , b und c mit

$$|\ln(2+x) - a - bx| \leq cx^2 \quad \text{für alle } x \in [-1, 1].$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie eine Näherung für $\sqrt{2}$ mit einem Fehler kleiner als 10^{-6} unter Verwendung des Satzes von Taylor und der Darstellung

$$\sqrt{2} = \frac{10}{7} \sqrt{1 - \frac{1}{50}}.$$

Hinweis: Betrachten Sie das zweite Taylorpolynom der Funktion $(-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{10}{7} \sqrt{1+x}$.

Aufgabe 3

- a) Bestimmen Sie eine Reihendarstellung der Funktion $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(1-x^2)$ um 0 und berechnen Sie $f^{(20)}(0)$ sowie $f^{(31)}(0)$.
- b) Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3-x}.$$

Ermitteln Sie $f^{(2011)}(1)$.

Aufgabe 4

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Bestimmen Sie den 0., 1., 2., 8. und 317. Koeffizienten der Potenzreihenentwicklung von f um 0.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie durch gliedweises Differenzieren den Wert der Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^2 - n} \quad \text{für } |x| < 1.$$

Aufgabe 6

Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+3)e^{nx}$$

konvergiert. Bestimmen Sie für diese x den Wert der Reihe.

Hinweis: Setzen Sie $y := e^x$ und klammern eine geeignete Potenz von y aus. Integrieren Sie dann die übrigbleibende Potenzreihe.

Aufgabe 7

Gesucht ist eine zweimal differenzierbare Funktion $y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$y'' = -\omega^2 y, \quad y(0) = y_0, \quad y'(0) = 0,$$

wobei ω und y_0 gegebene reelle Zahlen sind. Bestimmen Sie eine solche Funktion, indem Sie den Ansatz machen, y lasse sich als Potenzreihe mit Konvergenzradius ∞ darstellen.

Aufgabe 8 (P)

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - 5y' + 4y = e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

b) Für die Geschwindigkeit $v(t)$ zum Zeitpunkt t einer vertikalen Bewegung im Schwerfeld g mit linearer Reibung gilt

$$v'(t) = g - \gamma v(t)$$

mit $\gamma > 0$. Lösen Sie diese Differentialgleichung für den Anfangswert $v(0) = v_0$.

Hinweis:

Klausur zur HM I: Montag, 28.02.2011, 08.00-10.00 Uhr

!!! Anmeldeschluss ist Freitag, der 11.02.2011 !!!

Informationen zur Prüfungsanmeldung entnehmen Sie bitte der Vorlesungshomepage.