

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik
11. Übungsblatt

Aufgabe 58

Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_1^2 f(x) dx \quad \text{für } f(x) := e^x,$$

indem Sie mittels geeigneter Unter- und Obersummen $s_f = S_f$ bestimmen.

Aufgabe 59

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe von Riemann-Summen.

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{e^{-k}} \qquad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{3n} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right)$$

Aufgabe 60

Bestimmen Sie folgende Integrale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^1 (1+2x)^3 dx & \text{b) } \int_{-2}^2 |x-1| dx & \text{c) } \int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx \\ \text{d) } \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{9-4x^2}} dx & \text{e) } \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(1+\sqrt{t})} dt & \text{f) } \int_1^e x \log x dx \\ \text{g) } \int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |\sin x| dx \quad (k \in \mathbb{Z}) & \text{h) } \int_0^\pi (\sin x)^2 dx & \text{i) } \int_1^4 \arctan \sqrt{\sqrt{x}-1} dx \end{array}$$

Aufgabe 61

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale.

$$\text{a) } \int \arcsin x dx \qquad \text{b) } \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx \qquad \text{c) } \int \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$$

Aufgabe 62

Sei $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \int_0^{\sin x} \sin(e^t) dt$. Begründen Sie, dass F auf \mathbb{R} differenzierbar ist, und bestimmen Sie $F'(x)$ für jedes $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 63

- a) Seien $f \in R[a, b]$ und $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ beschränkt. Es gelte $f(x) \neq g(x)$ für höchstens endlich viele $x \in [a, b]$. Zeigen Sie: Dann gilt $g \in R[a, b]$ und

$$\int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x) dx.$$

- b) Eine Funktion $\varphi : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *Treppenfunktion*, falls es $n \in \mathbb{N}$ sowie $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ und $c_1, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ gibt mit $\varphi(x) = c_j$ für $x \in (x_{j-1}, x_j)$, $j = 1, \dots, n$. Zeigen Sie: Dann gilt $\varphi \in R[a, b]$ und

$$\int_a^b \varphi(x) dx = \sum_{j=1}^n c_j (x_j - x_{j-1}).$$

Hinweise:

Übungsklausur

Die Übungsklausur zur HM I findet am Samstag, den 28.01.2012, von 08.00 Uhr bis 10.00 Uhr statt.

Falls Sie keinen Übungsschein benötigen:

Eine Anmeldung ist in diesem Fall nicht erforderlich; bitte finden Sie sich gemäß folgender Hörsaalverteilung zum Klausurtermin ein.

Anfangsbuchstabe Nachname	Hörsaal
A - N	Gerthsen-Hörsaal
O - Z	Fasanengarten-Hörsaal

Falls Sie einen Übungsschein benötigen:

Sie können einen Übungsschein **ausschließlich** durch die erfolgreiche Teilnahme an der Übungsklausur erwerben. Bitte melden Sie sich dazu (**bis zum 25.01.2012**) im Lehrstuhl-Sekretariat bei Frau Blach (gertraud.blach@kit.edu). Bei der Anmeldung erfahren Sie Ihren Sitzplatz für die Übungsklausur.

Hilfsmittel zur HM I - Übungsklausur

Ausschließlich zwei handbeschriebene DIN A4 - Blätter (insgesamt 4 Seiten).