Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Analysis
Prof. Dr. Roland Schnaubelt
Dipl.-Math. Leonid Chaichenets

WS2013/14
29.01.2014

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

13. Übungsblatt

Aufgabe 70:
Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Wert des Integrals:

(a) $\int_2^\infty \frac{1}{t(\log(t))^2}\mathrm{d}t$

(b) $\int_0^\infty e^{st}\cos(tx)\mathrm{d}t$ mit $s < 0, x \in \mathbb{R}$

(c) $\int_0^\infty \frac{t\log(t)}{\sinh(t)-t}\mathrm{d}t$

Aufgabe 71:
Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Wert des Integrals:

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin(t)} - \frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t$

(b) $\int_{-1}^1 \log(|t|)\mathrm{d}t$

(c) $\int_{-\infty}^3 \frac{e^{2t}}{1+e^t}\mathrm{d}t$

Aufgabe 72:
Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz:

(a) $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{t}-t^2}\mathrm{d}t$

(b) $\int_0^\infty e^{-t}\log(1+t)\mathrm{d}t$

(c) $\int_0^1 (\log(t))^4\mathrm{d}t$

Aufgabe 73:
Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n(\log(n))^s}$ für $s \in \mathbb{R}$

(b) $\sum_{n\geq 3} \frac{1}{\log(n)^{\log(n)}}$

— **Bitte wenden!** —

Aufgabe 74:

Seien $\gamma, \omega_0 > 0$ mit $\omega_0 > \gamma$. Bestimmen Sie die maximale Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$u''(t) + 2\gamma u'(t) + \omega_0^2 u(t) = \sin(\omega_0 t), \qquad u(0) = u_0 = 1,\, u'(0) = u_1 = 0.$$

Hinweis: Versuchen Sie einen Ansatz der Form $u(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ für eine spezielle Lösung (ohne Anfangsbedingungen).

Aufgabe 75:

Bestimmen Sie die maximale Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$u''(t) + 2u'(t) + u(t) = e^{2t}, \qquad u(0) = u_0 = 1,\, u'(0) = u_1 = 0.$$

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 70, 72 (a), 73 (a) und 75 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.