

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

14. Übungsblatt

Aufgabe 76:

Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume des $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ bzw. des $\mathbb{R}^{[-1,1]}$?

- (a) $\{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty\}$
- (b) $\{f \in \mathbb{R}^{[-1,1]} : f \text{ hat mindestens eine Nullstelle}\}$

Aufgabe 77:

Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume des $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ bzw. des $\mathbb{R}^{[-1,1]}$?

- (a) $\{(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a\}$ mit einem festen $a \in \mathbb{R}$
- (b) $\{f \in \mathbb{R}^{[-1,1]} : f(0) = 0\}$

Aufgabe 78:

Bestimmen Sie die Zeilennormalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Sind die Zeilen linear unabhängig?

Aufgabe 79:

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ die Zeilennormalform der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

Für welche α, β sind die Zeilen linear unabhängig?

Aufgabe 80:

Es seien

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \right\}, \quad u_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie:

- (a) $\text{lin}(\{u_1, u_2, u_3\}) \subseteq U$
- (b) u_1, u_2, u_3 bilden eine Basis von U

Aufgabe 81:

Seien $u_1, u_2, v_1, v_2 \in C^\infty(\mathbb{R})$ gegeben durch

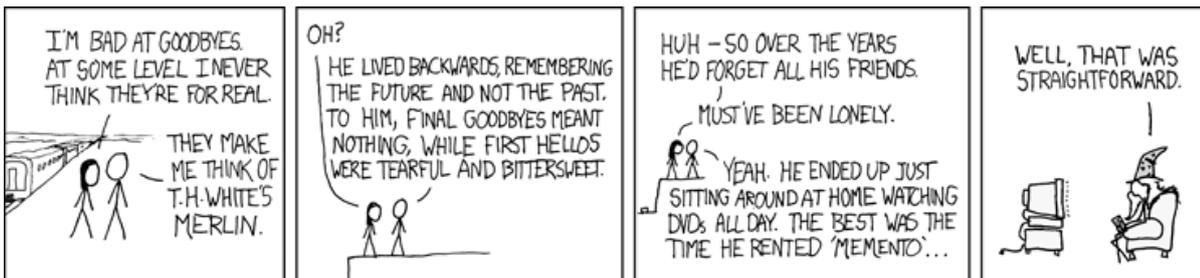
$$u_1(t) = e^{-\gamma t} \cosh(\kappa t), \quad u_2(t) = e^{-\gamma t} \frac{1}{\kappa} \sinh(\kappa t), \quad v_1(t) = e^{(-\gamma+\kappa)t}, \quad v_2(t) = e^{(-\gamma-\kappa)t}$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ mit den Konstanten $\gamma, \kappa > 0$. Zeigen Sie:

- (a) $\{u_1, u_2\}$ ist linear unabhängig
- (b) $\text{lin}(\{u_1, u_2\}) = \text{lin}(\{v_1, v_2\})$

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 76, 78, und 81 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.

Erinnerung: Die Modulprüfung (Klausur) findet am Donnerstag, den **06. März 2014** von 08:00 bis 10:00 Uhr statt. Bitte denken Sie daran, sich rechtzeitig im KIT-Campus-Management-für-Studierende-Portal dafür anzumelden. Der Anmeldeschluss ist Sonntag, der **16. Februar 2014**. Weitere Informationen finden Sie auf der Homepage der Veranstaltung.



Quelle: <http://www.xkcd.com/270/>

Urheber: Randall Munroe