

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

12. Übungsblatt

Aufgabe 67:

Berechnen Sie die Integrale

(i) $\int_0^1 (1 + 2t)^3 dt$,

(ii) $\int_1^e t \ln(t) dt$,

(iii) $\int_1^2 \frac{t^3}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} dt$ und

(iv) $\int_{\frac{\ln(3)}{2}}^{\frac{\ln(7)}{2}} \frac{1}{\sinh(t) \cosh(t)} dt$.

Aufgabe 68:

Berechnen Sie die Integrale

(i) $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{9-4t^2}} dt$,

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} t \cos(t) dt$,

(iii) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{t}{\sqrt{1-t}} dt$ und

(iv) $\int_{-\frac{\ln(3)}{2}}^{\frac{\ln(3)}{2}} \frac{e^t + 3}{e^{2t} + 1} dt$.

Aufgabe 69:

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des Anfangswertproblems

$$u'(t) = t\sqrt{1 - u(t)^2}, \quad u(0) = u_0 \in [-1, 1].$$

Für welche u_0 ist es eindeutig lösbar?

Aufgabe 70:

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei

(i) $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{2nx^2}{(1+n^3x^2)^2}$, bzw.

(ii) $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{1+nx}$.

Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$.

Aufgabe 71:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

(i) $y' = e^y \sin(x), \quad y(0) = -\ln(3)$.

(ii) $y' = 2xy + x, \quad y(0) = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 72:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

(i) $y' = xe^{-x}y^2, \quad y(0) = 1$.

(ii) $y' = \left(x + \frac{2}{1+x^2}\right)y, \quad y(0) = 1$.

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 67, 69 und 71 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.