

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

12. Übungsblatt

Aufgabe 68: [Anfangswertprobleme ODE 1.Ordnung **T**]

Bestimmen Sie die maximale Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y' = -y^2$, mit $y(0) = -1$, sowie

(ii) $y' = y + x + 1$, mit $y(0) = 0$.

Aufgabe 69:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y' = \frac{\sin(y)}{x}$, mit $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, sowie

(ii) $y' = -\frac{2}{1-x}y + \frac{1}{1-x}$, mit $y(0) = 0$.

Aufgabe 70: [Anfangswertprobleme ODE 2.Ordnung **T**]

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos(x)$, $x \in \mathbb{R}$, mit $y(0) = y'(0) = 0$, sowie

(ii) $y'' - 2y' + y = e^x$, $x \in \mathbb{R}$, mit $y(0) = 1$ und $y'(0) = 2$.

Aufgabe 71:

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y'' + y' + \frac{y}{4} = e^{-\frac{x}{2}}$, $x \in \mathbb{R}$, mit $y(0) = y'(0) = 1$, sowie

(ii) $y'' - 2y' = -2x + \sin(2x)$, $x \in \mathbb{R}$, mit $y(0) = \frac{1}{8}$ und $y'(0) = 0$.

Aufgabe 72: [Konvergenz uneigentlicher Integrale **T**]

Untersuchen Sie die Konvergenz der uneigentlichen Integrale

(i) $\int_2^\infty \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx,$

(ii) $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}} dx,$ sowie

(iii) $\int_1^\infty \frac{1+\frac{1}{2}(\cos(x))^{2017}}{x} dx.$

Aufgabe 73:

Untersuchen Sie die Konvergenz der uneigentlichen Integrale

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right) dx,$

(ii) $\int_0^\infty e^{-x} \ln(1+x) dx,$ sowie

(iii) $\int_0^\infty \frac{x \ln(x)}{\sinh(x)-x} dx.$

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 69, 71 und 73 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.