

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik**12. Übungsblatt****Aufgabe 72:**

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des Anfangswertproblems

$$y'(x) = x\sqrt{1 - y(x)^2}, \quad y(0) = y_0 \in [-1, 1].$$

Für welche y_0 ist das Anfangswertproblem eindeutig lösbar?

Aufgabe 73: [Anfangswertprobleme I T]

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

(i) $y' = \frac{-e^y}{1+x^2}, \quad y(0) = -\ln\left(\frac{\pi}{4}\right).$

(ii) $y' = 2xy + x, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$

HINWEIS: Es ist $\arctan(x)' = \frac{1}{1+x^2}$ und $-\frac{\pi}{2} < \arctan(x) < \frac{\pi}{2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 74:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

(i) $y' = xe^{-xy^2}, \quad y(0) = 1.$

(ii) $y' = \left(x + \frac{2}{1+x^2}\right)y, \quad y(0) = 1.$

Aufgabe 75: [Anfangswertprobleme II T]

Bestimmen Sie die maximale Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y' = -y^2$, mit $y(0) = -1$, sowie

(ii) $y' = y + x + 1$, mit $y(0) = 0$.

Aufgabe 76:

Bestimmen Sie die maximale Lösung der Anfangswertprobleme

(i) $y' = \frac{\sin(y)}{x}$, mit $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, sowie

(ii) $y' = -\frac{2}{1-x}y + \frac{1}{1-x}$, mit $y(0) = 0$.

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 72, 74 und 76 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.