

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik**13. Übungsblatt****Aufgabe 81:** [Zeilennormalform **T**]

Bestimmen Sie die Zeilennormalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Sind die Zeilen linear unabhängig?

Aufgabe 82:Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ die Zeilennormalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

Für welche α, β sind die Zeilen linear unabhängig?**Aufgabe 83:** [lineare Unabhängigkeit **T**]Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von α, β eine Basis von $\text{Bild}(A)$ und $\text{Kern}(A)$, sowie alle Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$ der Gleichung $A\vec{x} = \vec{b}$.**Aufgabe 84:**Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & \alpha \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von α eine Basis von $\text{Bild}(A)$ und $\text{Kern}(A)$, sowie alle Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ der Gleichung $A\vec{x} = \vec{b}$.

Aufgabe 85: [Basis und Darstellungsmatrix $\mathbf{T}$]

Im Vektorraum $\mathbb{C}(\mathbb{R})$ aller stetigen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei $V := \text{lin}\{\exp, \sin, \cos\}$.

a) Berechnen Sie den Rang der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \exp[\pi/2] & 1 & 0 \\ \exp[\pi] & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Begründen Sie, dass $\exp, \sin, \cos$ eine Basis von V bilden.

c) Es sei $b \in \mathbb{R}$. Durch $\Phi : \mathbb{C}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{C}(\mathbb{R}), f \rightarrow f(\cdot + b)$ wird eine lineare Abbildung definiert.

i) Zeigen Sie, dass Φ von V nach V abbildet.

ii) Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von Φ bezüglich der Basis $\exp, \sin, \cos$.

iii) Zeigen Sie, dass Φ injektiv ist.

Aufgabe 86:

Durch $V := \text{lin}\{\sinh, \cosh\}$ wird ein Untervektorraum von $\mathbb{C}^1(\mathbb{R})$ definiert, und durch

$$\Phi : V \rightarrow V, \Phi(f) = 3f - f'$$

wird lineare Abbildung auf V definiert.

i) Geben Sie eine Basis B von V an. Begründen Sie, dass es sich dabei um eine Basis von V handelt.

ii) Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix A von Φ bezüglich der Basis B aus i).

Erinnerung: Die Modulprüfung (Klausur) findet am Donnerstag, den **23.3.2023** von **8:00 - 10:00** Uhr statt. Bitte denken Sie daran, sich rechtzeitig zur Klausur anzumelden. Anmeldeschluss ist Donnerstag, der **09.03.2023**.

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 79, 81 und 83 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.