

12. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

Wintersemester 2025/26
Behandelt am 5. Februar 2026

Aufgabe 1 (Übung):

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen des Anfangswertproblems

$$u'(t) = t\sqrt{1 - u(t)^2}, \quad u(0) = u_0 \in [-1, 1].$$

Für welche u_0 ist es eindeutig lösbar?

Aufgabe 2 (Übung):

Bestimmen Sie die maximale Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:

(i) $y' = e^y \sin(x), \quad y(0) = -\ln(3).$

(ii) $y' = 2xy + x, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$

(iii) $y' = xe^{-x}y^2, \quad y(0) = 1.$

(iv) $y' = \left(x + \frac{2}{1+x^2}\right)y, \quad y(0) = 1.$

Aufgabe 3 (Übung):

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertprobleme:

(i) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos(x), \quad x \in \mathbb{R},$ mit $y(0) = y'(0) = 0,$ sowie

(ii) $y'' - 2y' + y = e^x, \quad x \in \mathbb{R},$ mit $y(0) = 1$ und $y'(0) = 2.$

Aufgabe 4 (Tutorium):

Bestimmen Sie die maximale Lösung der Anfangswertprobleme:

(i) $y' = -y^2,$ mit $y(0) = -1.$

(ii) $y' = y + x + 1,$ mit $y(0) = 0.$

(iii) $y' = \frac{\sin(y)}{x},$ mit $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

(iv) $y' = -\frac{2}{1-x}y + \frac{1}{1-x},$ mit $y(0) = 0.$

Aufgabe 5 (Tutorium):

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertprobleme:

(i) $y'' + y' + \frac{y}{4} = e^{-\frac{x}{2}}, \quad x \in \mathbb{R},$ mit $y(0) = y'(0) = 1,$ sowie

(ii) $y'' - 2y' = -2x + \sin(2x), \quad x \in \mathbb{R},$ mit $y(0) = \frac{1}{8}$ und $y'(0) = 0.$