Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Mit $a, b \in \mathbb{R}$ sind gegeben

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2a \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ b \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie $\det A$.

b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit der Parameter a, b die Lösungsgesamtheit des linearen Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Vorgegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = e^{x^2 - y^2} ,$$

und das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{y^2-1}{y} \\ x \end{pmatrix} .$$

a) Berechnen Sie den Wert der Richtungsableitung von f im Punkt $(2, 1)$ in Richtung des Vektors $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

b) Bestimmen Sie die geometrische Gestalt der Höhenlinien von f.

c) Bestimmen Sie alle Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, in denen die Höhenlinien von f senkrecht auf $\vec{v}$ stehen.

– bitte wenden –

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Skizzieren Sie $B \subset \mathbb{R}^2$ mit

$$B := \{(x,y) \mid -1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le \sqrt{x+1}\}$$
$$\cup \{(x,y) \mid 1 \le x \le 3,\ x-1 \le y \le \sqrt{x+1}\}$$

und begründen Sie, dass B ein in x–Richtung projizierbarer Bereich ist.

b) Berechnen Sie

$$\iint_B \frac{x}{y+1}\, dB \ .$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist das zweidimensionale Vektorfeld

$$\vec{v}_g(\vec{x}) = \begin{pmatrix} v_1(x,y) \\ v_2(x,y) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} g(y) + xg'(y) \\ xg'(y) - 2 \end{pmatrix}$$

mit einer auf $\mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbaren Funktion g.

a) Bestimmen Sie alle g, für die $\vec{v}_g$ Potentialfeld ist.

b) Berechnen Sie für diese g die zugehörenden Potentialfunktionen F_g.

c) Welche dieser F_g besitzt im Punkt $(1,-1)$ einen stationären Punkt?

d) Berechnen Sie im Falle eines Potentialfeldes $\vec{v}_g$ das Kurvenintegral

$$\int_\gamma \vec{v}_g(\vec{x}) d\vec{x} \ ,$$

wobei γ die von $(-1,-1)$ ausgehende Verbindungsgerade der Punkte $(-1,-1)$ und $(0,0)$ ist.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Freitag, dem 25 . März 2005, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

`http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html`

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den 12. April 2005, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.
Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 18. April bis 22. April 2005.