

1. Übungsklausur
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie alle Lösungen $y = y(x)$, $x \in \mathbb{R}$, des Problems

$$\begin{aligned}y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) &= e^{-2x}, \quad x \in \mathbb{R}, \\y(0) = 2, \quad y'(0) &= -2.\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie den Rang von $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 9 & 8 & 3 \\ 2 & -7 & 7 & 0 & 6 \end{pmatrix}$,

sowie alle Lösungen \vec{x} der Gleichung $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 22 \\ 8 \end{pmatrix}$.

b) Untersuchen Sie jeweils, ob die Vektoren

(i) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$,

(das sind die ersten vier Spaltenvektoren von A)

(ii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \\ \pi \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 21 \\ 6 \\ e \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

(iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 21 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 8 \\ e \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \pi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

linear abhängig oder linear unabhängig sind. Begründen Sie Ihre Aussagen kurz.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es sei

$$M = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + 2x_2 = x_3 + 2x_4 \right\}.$$

- Begründen Sie, dass M ein Vektorraum ist: ein Teilraum des \mathbb{R}^4 .
- Geben Sie die Dimension und eine Basis von M an.
- Berechnen Sie eine Orthonormalbasis von M .

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Sei $b \in \mathbb{C}$. Berechnen Sie die Determinante von $\begin{pmatrix} b & 1 \\ 4 & b \end{pmatrix}$.

c) Geben Sie, in Abhängigkeit von $b \in \mathbb{C}$, an, wieviele Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{C}^2$ die Gleichung

$$\begin{pmatrix} b & 1 \\ 4 & b \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{hat.}$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den **3. Juni 2008**, im Sekretariat (312) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschliesslich am **5. Juni 2008** von 13.15 – 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.