Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Dr. Christoph Schmoeger
Dipl.-Math. Sebastian Schwarz

SS 2015
13.07.2015

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Physik

14. Übungsblatt

Aufgabe 76 (Übung)

Berechnen Sie jeweils die Fouriertransformation $\mathcal{F}f$ der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$.

a) $f(x) = x\mathrm{e}^{-|x|}$,

b) $f(x) = \begin{cases} \cos(x) & , -\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}, \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & , 0 \leqslant x \leqslant \pi, \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2+4x+5}$,

e) $f(x) = \frac{x}{x^4+2x^2+1}$.

Aufgabe 77 (Übung)

Zu $\alpha > 0$ definiere

$$\varphi_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad \varphi_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\alpha}}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\varphi_\alpha * \varphi_\beta = \varphi_{\alpha+\beta}$$

für alle $\alpha, \beta > 0$ gilt.

Aufgabe 78 (Übung)

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2(x)}{x^2} \,\mathrm{d}x.$$

b) Zeigen Sie: Sind f, g und $\mathcal{F}g$ absolut integrierbar, so gilt

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\overline{g(x)} \,\mathrm{d}x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \mathcal{F}f(\xi)\overline{\mathcal{F}g(\xi)} \,\mathrm{d}\xi.$$

Folgern Sie daraus: Falls

$$\operatorname{supp} \mathcal{F}f \cap \operatorname{supp} \mathcal{F}g = \emptyset,$$

dann ist

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\overline{g(x)} \,\mathrm{d}x = 0,$$

wobei $\operatorname{supp} h = \overline{\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \neq 0\}}$ den Träger von $h : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ bezeichnet.

Erinnerung: Am 18.09.2015 von 9 bis 11 Uhr findet die Modulprüfung HM II statt. **Anmeldeschluss** ist der **19.07.2015**, die Hörsaaleinteilung wird am 21.07.2015 bekanntgegeben.
Die Nachprüfung HM I findet am 17.09.2015 von 8 bis 10 Uhr statt.