

HÖHERE MATHEMATIK II FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

8. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 43 (ÜBUNG)

- a) Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto xe^z - y^2$ in $(x_0, y_0, z_0) = (1, -1, 0)$.
- b) Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema der jeweiligen Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto 2x^3 - 3xy + 2y^3 - 3$$

und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Maxima oder Minima handelt.

AUFGABE 44 (TUTORIUM)

- a) Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom der Funktion $f : (0, \infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^y$ in $(x_0, y_0) = (1, 3)$.
- b) Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema der jeweiligen Funktion und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Maxima oder Minima handelt.
- (i) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto xy + x - 2y - 2$
- (ii) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (2x + 2y + 3)e^{-x^2 - y^2}$

AUFGABE 45 (ÜBUNG)

Es seien

$$A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + 2x_2^2 = 6\} \quad \text{und} \quad B = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 : y_1 + y_2 = 5\}.$$

Zeigen Sie, dass ein $x_0 \in A$ und ein $y_0 \in B$ existiert, mit

$$\|x_0 - y_0\| = d(A, B) := \inf_{x \in A, y \in B} \|x - y\|.$$

Berechnen Sie den Wert von $d(A, B)$ mit Hilfe der Multiplikatorenregel von Lagrange.

AUFGABE 46 (TUTORIUM)

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := (x + y + z)^2 \quad \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

und der Ellipsoid

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1\}$$

gegeben. Bestimmen Sie $\max(f(C))$ und $\min(f(C))$.

AUFGABE 47 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie alle lokalen Minima und Maxima der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) := 4x^2 - 3xy \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

auf der Menge

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

AUFGABE 48 (TUTORIUM)

Berechnen Sie die globalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) := 5x + y - 3z$$

für alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ auf der Menge

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x + y + z = 0) \wedge (x^2 + y^2 + z^2 = 1)\}.$$