

HÖHERE MATHEMATIK II FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

14. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 76 (ÜBUNG)

Berechnen Sie jeweils die Fouriertransformation $\mathcal{F}f$ der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$.

a) $f(x) = xe^{-|x|},$

b) $f(x) = \begin{cases} \cos(x) & , -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & , 0 \leq x \leq \pi, \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases}$

e) $f(x) = \frac{x}{x^4 + 2x^2 + 1}.$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 5},$

AUFGABE 77 (ÜBUNG)

Zu $\alpha > 0$ definiere

$$\varphi_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \varphi_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} e^{-\frac{x^2}{2\alpha}}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\varphi_\alpha * \varphi_\beta = \varphi_{\alpha+\beta}$$

für alle $\alpha, \beta > 0$ gilt.

AUFGABE 78 (ÜBUNG)

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2(x)}{x^2} dx.$$

b) Zeigen Sie: Sind f, g und $\mathcal{F}g$ absolut integrierbar, so gilt

$$\int_{-\infty}^\infty f(x) \overline{g(x)} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \mathcal{F}f(\xi) \overline{\mathcal{F}g(\xi)} d\xi.$$

Folgern Sie daraus: Falls

$$\text{supp } \mathcal{F}f \cap \text{supp } \mathcal{F}g = \emptyset,$$

dann ist

$$\int_{-\infty}^\infty f(x) \overline{g(x)} dx = 0,$$

wobei $\text{supp } h = \overline{\{x \in \mathbb{R} \mid h(x) \neq 0\}}$ den Träger von $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ bezeichnet.

ERINNERUNG: Am 19.09.2016 von 9 bis 11 Uhr findet die Modulprüfung HM II statt. **Anmeldeschluss** ist der **28.08.2016**. Die Hörsaaleinteilung wird am 02.09.2016 bekanntgegeben.

Die Nachprüfung HM I findet am 20.09.2016 von 8 bis 10 Uhr statt. Für diese gilt der gleiche Anmeldeschluss und das gleiche Datum für die Hörsaaleinteilung.