

HÖHERE MATHEMATIK II FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

8. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 45 (ÜBUNG)

Es seien

$$A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + 2x_2^2 = 6\} \quad \text{und} \quad B = \{(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2 : y_1 + y_2 = 5\}.$$

Zeigen Sie, dass ein $x_0 \in A$ und ein $y_0 \in B$ existiert, mit

$$\|x_0 - y_0\| = d(A, B) := \inf_{x \in A, y \in B} \{\|x - y\|\}.$$

Berechnen Sie den Wert von $d(A, B)$ mit Hilfe der Multiplikatorenregel von Lagrange.

AUFGABE 46 (TUTORIUM)

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := (x + y + z)^2$$

und der Ellipsoid

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1\}$$

gegeben. Bestimmen Sie $\max(f(C))$ und $\min(f(C))$.

AUFGABE 47 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie alle lokalen Minima und Maxima der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy$$

auf der Menge

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

AUFGABE 48 (TUTORIUM)

Berechnen Sie die globalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) = 5x + y - 3z$$

für alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ auf der Menge

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x + y + z = 0) \wedge (x^2 + y^2 + z^2 = 1)\}.$$

AUFGABE 49 (ÜBUNG)

a) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\gamma} f(x) ds$ für

(i) $r > 0$ und $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $\gamma(t) := \begin{pmatrix} r \cos t \\ r \sin t \end{pmatrix}$ sowie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) := \arccos\left(\frac{x}{r}\right) + \frac{y}{r}$.

(ii) $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $\gamma(t) := \begin{pmatrix} \log(1+t^2) \\ 2 \arctan(t) - t + 3 \end{pmatrix}$ mit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) := ye^{-x}$.

b) Überprüfen Sie jeweils, ob die Funktion v auf ihrem Definitionsbereich eine Stammfunktion besitzt und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(i) $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $v(x, y, z) := \begin{pmatrix} y^2 + 2xz \\ z^2 + 2xy \\ x^2 + 2yz \end{pmatrix}$.

(ii) $v : \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > 0\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $v(x, y, z) := \begin{pmatrix} x^2 y \\ ze^x \\ xy \log(z) \end{pmatrix}$.

AUFGABE 50 (TUTORIUM)

a) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\gamma} f(x) ds$ für

(i) $r > 0$ und $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch $\gamma(t) := \begin{pmatrix} r \cos(t) \\ r \sin(t) \end{pmatrix}$ und $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) := y$.

(ii) $\gamma : [0, \log(5)] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definiert durch $\gamma(t) := \frac{e^t}{2} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ und $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y, z) := x$.

b) Überprüfen Sie jeweils, ob die Funktion v auf ihrem Definitionsbereich eine Stammfunktion besitzt und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(i) $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $v(x, y) := \begin{pmatrix} e^y + \cos(x) \cos(y) \\ xe^y - \sin(x) \sin(y) \end{pmatrix}$.

(ii) $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $v(x, y, z) := \begin{pmatrix} y^2 + 2xyz^3 \\ 2y + x^2 z^3 \\ y^2 + 3x^2 y z^2 \end{pmatrix}$.

Klausuren

- Eine **Übungsklausur** (Anmeldung für Studenten mit Scheinpflcht bei Dr. Nagato-Plum, Raum 2.029, Geb. 20.30) findet am **06.07.2019** von **9 bis 11 Uhr** im **Benz-Horsaal** statt. Als Hilfsmittel sind zwei beidseitig handbeschriebene A4-Blätter zugelassen.
- Die **Modulprüfung HM II** findet am **30.08.2019** von **11 bis 13 Uhr** statt. Als **Hilfsmittel** ist eine **von uns ausgegebene Formelsammlung** zugelassen.
- Die **Modulprüfung HM I** findet am **06.09.2019** von **8 bis 10 Uhr** statt. Als Hilfsmittel sind zwei beidseitig handbeschriebene A4-Blätter zugelassen.
- Die Anmeldung zu den Modulprüfungen ist ab sofort unter <https://campus.studium.kit.edu/exams/registration.php> möglich.
- **Anmeldeschluss** ist Sonntag, der **18.08.2019**.
- Die **Hörsaalverteilung** wird am **21.08.2019** am schwarzen Brett neben Zimmer 2.028 im Mathematikgebäude (Geb. 20.30) bekanntgegeben.