

HÖHERE MATHEMATIK II FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

9. ÜBUNGSBLATT

AUFGABE 51 (ÜBUNG)

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(x) \cdot dx.$$

a) $f(x, y) = \begin{pmatrix} e^{xy} \\ xy \end{pmatrix}, \gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix},$

b) $f(x, y) = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 + y^2 \end{pmatrix}, \gamma : \left[0, \frac{19}{4}\pi\right] \rightarrow \mathbb{R}^2, \gamma(t) = \frac{4\sqrt{2}t}{19\pi} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2\sin(t) \end{pmatrix}.$

AUFGABE 52 (TUTORIUM)

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(x) \cdot dx.$$

a) $f(x, y, z) = e^{-xz} \begin{pmatrix} 2x - x^2z - 5zy^3 \\ 15y^2 \\ -x^3 - 5xy^3 \end{pmatrix}, \gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, \gamma(t) = \begin{pmatrix} t^3 \\ t^2 - t \\ \sin(\pi t) \end{pmatrix},$

b) $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} y \\ -z \\ x \end{pmatrix}, \gamma : [0, \log(2)] \rightarrow \mathbb{R}^3, \gamma(t) = \begin{pmatrix} \sinh(t) \\ \cosh(t) \\ \sinh(t) \end{pmatrix}.$

AUFGABE 53 (ÜBUNG)

Es sei $I = [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$ und

$$f(x, y) = xe^{-y} \text{ für } (x, y) \in I.$$

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ bestimmen die Eckpunkte der Teilintervalle

$$I_{jk}^{(n)} = \left[\frac{j}{n}, \frac{j+1}{n} \right] \times \left[\frac{k}{n}, \frac{k+1}{n} \right], \quad j, k = 0, \dots, n-1$$

eine Zerlegung Z_n des Intervalls I .

Berechnen Sie $S_f(Z_n)$ und $s_f(Z_n)$. Berechnen Sie $\int_I f(x, y) d(x, y)$, falls es existiert.

AUFGABE 54 (TUTORIUM)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\int_A (2x + 3y) \, d(x, y), A = [0, 2] \times [3, 4],$
- b) $\int_B \frac{2z}{(x+y)^2} \, d(x, y, z), B = [1, 2] \times [2, 3] \times [0, 2],$
- c) $\int_C \frac{2y}{x+y^2} \, d(x, y), C = [1, 2] \times [1, 2].$

AUFGABE 55 (ÜBUNG)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\int_A \frac{y}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \, d(x, y), A = [0, 1]^2,$
- b) $\int_B xy + y^2 \, d(x, y), B = [0, 1]^2,$
- c) $\int_C \cosh(2x + y) \, d(x, y), C = [-1, 0] \times [0, 2].$

AUFGABE 56 (TUTORIUM)

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

- a) $\int_A y \sin(xy) \, d(x, y), A = [0, 1] \times [0, \pi/2],$
- b) $\int_B \frac{x^2 z^3}{1+y^2} \, d(x, y, z), B = [0, 1]^3,$
- c) $\int_C \sin(x + y + z) \, d(x, y, z), C = [0, \pi]^3.$