

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Physik

8. Übungsblatt

Aufgabe 42: [Kurvenintegral **T**]

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(\vec{x}) \cdot d\vec{s}.$$

(a) $f(\vec{x}) = (e^{xy}, xy)$, $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$

(b) $f(\vec{x}) = (2xy, x^2 + y^2)$, $\gamma : [0, \frac{19}{4}\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = \frac{4\sqrt{2}t}{19\pi} \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2\sin(t) \end{pmatrix}$

Aufgabe 43:

Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} f(\vec{x}) \cdot d\vec{s}.$$

(a) $f(\vec{x}) = e^{-xz}(2x - x^2z - 5zy^3, 15y^2, -x^3 - 5xy^3)$, $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (t^3, t^2 - t, \sin(\pi t))$

(b) $f(\vec{x}) = (y, -z, x)$, $\gamma : [0, \log(2)] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\sinh(t), \cosh(t), \sinh(t))$

Aufgabe 44: [Integration **T**]

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_A \frac{y}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} d(x, y)$, $A = [0, 1]^2$

(b) $\int_A \frac{1}{(x+y)^2} d(x, y)$, $A = [1, 2] \times [3, 4]$

Aufgabe 45:

Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale, und berechnen Sie den Integralwert.

(a) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

(b) $\int_0^1 \int_y^{y^2+1} x^2 y dx dy$

Aufgabe 46: [Potentialfelder **T**]

Sei

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x + 2xy \\ x^2 + y \end{pmatrix}$$

und $G = [0, \infty) \times [0, \infty)$

a) Zeigen Sie, dass $\vec{v}$ in G ein Potentialfeld ist.

b) Ermitteln für dieses Potentialfeld $\vec{v}$ ein Potential.

Aufgabe 47:

Sei

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} (1 + 2xy)g(xy) \\ 2x^2g(xy) + 1 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimme $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass $\vec{v}$ ein Potentialfeld in $\mathbb{R}^2$ ist und $g(0) = 2$ gilt.
- b) Ermitteln für dieses Potentialfeld $\vec{v}$ ein Potential.

Hinweis: In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 43, 45 und 47 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.