Gauß ($\mathbb{R}^2$): $G \subseteq \mathbb{R}^2$ beschr. Gebiet, $\overline{G}$ Vereinigung von NB mit leerem Schnitt der Inneren, $\gamma_1, \dots, \gamma_m$ reg. Kurven, sodass $\gamma = \gamma_1 + \dots + \gamma_m$ doppelpunktfrei und geschlossen, Spur von γ ist ∂G, G liegt links von γ. $D \supseteq \overline{G}$ offen, $v \in C^1(D, \mathbb{R}^2)$

$$\Rightarrow \int_\gamma v(x,y) \cdot d(x,y) = \int_{\overline{G}} (\partial_1 v_2(x,y) - \partial_2 v_1(x,y))\, d(x,y)$$

Flächen ($\mathbb{R}^3$): $U \subseteq \mathbb{R}^2$ Gebiet, $g \in C^1(U, \mathbb{R}^3)$ injektiv, $\operatorname{rg} g'(u,v) = 2$ für alle $(u,v) \in U \leadsto F := \{g(u,v) : (u,v) \in U\}$ reguläres Flächenstück. $B \subseteq U$ kp. und mb., $F_0 = g(B)$. $f: F_0 \to \mathbb{R}$, $w: F_0 \to \mathbb{R}^3$ st.

$$\int_{F_0} f \, do := \int_B f(g(u,v)) \, \|\partial_u g(u,v) \times \partial_v g(u,v)\| \, d(u,v)$$

$$\int_{F_0} w \cdot do := \int_B w(g(u,v)) \cdot (\partial_u g(u,v) \times \partial_v g(u,v)) \, d(u,v)$$

$A(F_0) := \int_{F_0} 1 \, do$ Fläche von F_0.

Bem: Analog zur Substitutionsregel funktionieren die Integrale auch auf $\overline{U}$ und $g(\overline{U})$, wenn g auf $\overline{U}$ definiert ist, $\overline{U}$ beschr. und $g^{-1}: g(U) \to U$ stetig.

Stokes: G, γ wie bei Gauß, $U \supseteq \overline{G}$, g wie bei Flächen, $F_0 = g(\overline{G})$, $\Gamma = g \circ \gamma$ (Spur von Γ: $g(\partial G)$). $V \subseteq \mathbb{R}^3$ offen, $F = g(U) \subseteq V$, $v: V \to \mathbb{R}^3$ st. db.

$$\Rightarrow \int_\Gamma v(x,y,z) \cdot d(x,y,z) = \int_{F_0} \operatorname{rot} v \cdot do$$

Def: $G \subseteq \mathbb{C}$ offen, $f: G \to \mathbb{C}$ heißt in $z_0 \in \mathbb{C}$ komplex db.

$:\Leftrightarrow \lim_{z \to z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0} =: f'(z_0)$ ex. in $\mathbb{C}$.

$\overset{f = u + iv}{\underset{z_0 = x_0 + iy_0}{\Leftrightarrow}} \binom{u}{v}$ in (x_0, y_0) reell db. und $u_x(x_0,y_0) = v_y(x_0,y_0)$,

$u_y(x_0,y_0) = -v_x(x_0,y_0)$ (CRD)

Dann $f'(z_0) = u_x(x_0,y_0) + i v_x(x_0,y_0)$. f holomorph auf G, wenn f für alle $z_0 \in G$ komplex db.

Bem: Potenzreihen (Differenzierbarkeit) wie in $\mathbb{R}$, Wege analog zu Kurven in $\mathbb{R}^n$, Wegintegral ebenso