

Sei $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ (Analog für lin. Abb. $\phi: V \rightarrow V$)

- $\lambda \in \mathbb{C}$ Eigenwert (EW) von $A \iff \exists x \in \mathbb{C}^n \setminus \{0\}: Ax = \lambda x$ (x Eigenvektor (EV))
 $\iff \lambda$ Nst. von $p_A(\lambda) = \det(A - \lambda I_n)$
- Eigenraum (ER) von A zu EW $\lambda \in \mathbb{C}$: $E_A(\lambda) := \{x \in \mathbb{C}^n: Ax = \lambda x\}$
 $= \ker(A - \lambda I_n)$
- Algebraische Vielfachheit $m_a(\lambda)$ des EW λ : Vielfachheit der Nst. λ in p_A
- Geometrische Vielfachheit $m_g(\lambda)$ des EW λ : $\dim E_A(\lambda)$
 $\Rightarrow 1 \leq m_g(\lambda) \leq m_a(\lambda)$, Summe aller $m_a(\lambda)$ ist n

$A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ähnlich $\iff \exists$ inv. $S \in \mathbb{C}^{n \times n}$: $B = S^{-1}AS$

- Ähnliche Matrizen haben dieselben: Char. Pol., Det., Spur, EW, Dim. ER
- A diagonalisierbar $\iff A$ ähnlich zu Diagonalmatrix
 $\iff m_g(\lambda) = m_a(\lambda)$ für alle EW λ von A
 $\leadsto S$ hat EV in Spalten (nicht eindeutig)
 $\leadsto \mathbb{C}^n$ hat Basis aus EV von A
- $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch bzw. $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ hermitesch / selbstadjungiert
 $(A^T = A)$ ($A^* = A$)
 $\Rightarrow A$ diagonalisierbar, S kann orthogonal gewählt werden, ex. ONB von $\mathbb{C}^n$ aus EV von A , EW reell
 $\leadsto Ax = \sum_{j=1}^n \underbrace{\lambda_j}_{\text{EW}} \underbrace{(x | u_j)}_{\text{EV zu } \lambda_j} u_j \quad \forall x \in \mathbb{C}^n$

Zu $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ex. inv. Matrix $S \in \mathbb{C}^{n \times n}$, sodass

$$S^{-1}AS = J = \begin{pmatrix} J_1 & & \\ & \ddots & \\ & & J_k \end{pmatrix},$$

wobei $J_e = \begin{pmatrix} \lambda_e & 1 & 0 \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & & \lambda_e \end{pmatrix}$ mit EW λ_e . J Jordan-Normalform von A .