

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$v(x, y) = e^y \cos x .$$

- a) Zeigen Sie, dass v Imaginärteil einer holomorphen Funktion $f(z)$ ist.
- b) Bestimmen Sie $f(z)$ derart, dass $f(0) = i$ gilt.
- c) Bilden Sie das Gebiet

$$Q = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \times \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

durch

$$w(z) = ie^{-iz}$$

ab. Skizzieren Sie Q und $w(Q)$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$I = \int_C \frac{z^4 - 5z^3 + 11z^2 - 17z + 12}{z^3 - 6z^2 + 11z - 6} dz .$$

Hierbei ist C der einmal mit mathematisch positiver Orientierung durchlaufene Kreis $\{z \mid |z| = e\}$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$x^3y - xy^2 - x^2yy' = 0 .$$

- a) Bestimmen Sie für diese Differentialgleichung einen integrierenden Faktor der Form $\mu(x, y) = \varphi(xy)$.
- b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung in expliziter Form $y(x)$.
(**Hinweis:** Es ist $\mu(x, y) = \frac{1}{xy}$).
- c) Bestimmen Sie die Lösungen des Anfangswertproblems $y(0) = 0$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'' - 2xy' + 8y = 0 .$$

- a) Begründen Sie genau, wieso jede Lösung $y(x)$ in der Umgebung von $x_0 = 0$ in eine konvergente Potenzreihe entwickelt werden kann und geben Sie den Konvergenzradius dieser Reihen an.
- b) Berechnen Sie mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes mit Entwicklungszentrum $z_0 = 0$ die Lösung $y(x)$, für die

$$y(0) = \frac{1}{4} , y'(0) = 0$$

gilt.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Montag, dem 17.10.05, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 25. Oktober 05, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 31.10.05 bis 04.11.05.