

Diplom-Vorprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale, wobei die Kreislinien jeweils einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden:

a) $\oint_{|z|=2} \frac{z^3 - 2z + 1}{z^2(z^2 - 1)} dz$

b) $\oint_{|z-2|=1} \frac{e^{\frac{1}{z+3}} + z^{\sin(\pi z)}}{(z-4)^3} dz$

Bei b) ist die Potenz durch den Hauptzweig des Logarithmus definiert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Gegeben seien die Gebiete

$$G_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}, \quad G_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1/2| > 1/2\}.$$

Skizzieren Sie $G = G_1 \cap G_2$ und bestimmen Sie das Bild von G unter der Möbiustransformation

$$T(z) = \frac{1+z}{1-z}.$$

b) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation S , welche die Punkte $-1, 0, \infty$ in dieser Reihenfolge auf die Punkte $-1, 1, i$ abbildet. Bestimmen Sie ferner die inverse Möbiustransformation S^{-1} .

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie für $x > 0$ die Differentialgleichung

$$\left(\frac{y}{x} - e^{x^2}\right) dx + 1 dy = 0.$$

Geben Sie alle Lösungen $y = y(x)$ dieser Gleichung explizit an. Bestimmen Sie das maximale Existenzintervall der gefundenen Lösungen. Bestimmen Sie ferner explizit die Lösung durch den Punkt $(1, e)$.

- bitte wenden -

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Gleichung

$$y'' - 2y' + 4y = 0.$$

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - xy' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

mittels eines Potenzreihenansatzes der Form $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

Hinweise für nach der Klausur:

Die **Ergebnisse** der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem **20.03.08**, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet für **diejenigen**, die sich einer **mündlichen** Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem **15.04.08**, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die **Nachprüfungen** selbst sind in der Woche vom 21.04.08 bis 25.04.08.

Die **allgemeine Klausureinsicht** findet am Mittwoch, **30.04.08**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 statt.